

群 教 セ	G03 - 03
	平14.205集

数学を学ぶ楽しさを味わう指導の工夫

— 問題解決を促す探求的な活動を取り入れて —

長期研修員 蜂須賀 直樹

I 主題設定の理由

国際化や情報化の進展など社会の急速な変化の中、これからの時代を生きる子供たちには、自ら学び自ら考える力などの「生きる力」の育成が求められている。このことを受けて、中学校数学科においても、自ら課題を見つけ、主体的に解決していく学習活動や作業的・体験的な活動等と思考活動との関連を図った学習活動を通して、学ぶことの楽しさや充実感を味わいながら「生きる力」を身につけていくことが重要視されている。

算数・数学に関する国際調査等によれば、日本の子供の成績は戦後一貫して国際的に上位であるが、「数学が好き」「将来それらに関する職業に就きたい」という者の割合が少なく、「数学を好きまたは大好き」「数学の学習は楽しい」「数学は生活の中で大切である」という者の割合が減少してきているという状況である。これらの原因の一つとして、知識や技能の定着を図る指導に重点が置かれ、生徒にとって受け身的な授業が多くなっていったことが考えられる。

実際にアンケート調査を実施したところ「数学が好き」という生徒は少ないのが現状であり、好きでない理由としては、「難しい」「面倒くさい」「つまらない」などがあげられた。授業場面を振り返ってみても、難しいと感じるとすぐにあきらめてしまったり、面倒なことはやりたがらなかったり、粘り強く考えようとする生徒が少なくなっている。一方、「数学の学習が楽しい」と一度でも感じたことのある生徒は多数いる。それは、「学習内容がよく分かったとき」「問題がすらすら解けたとき」「自分でいろいろ考えて難しい問題が解けたとき」など学習事項が理解できたり、それらを活用して問題を解決できたりして成就感や満足感を得ている場面である。また、「簡単な問題を解いているとき」など答えを容易に出せることが「楽しい」と感じている生徒も多いことが分かった。「数学の学習が楽しい」と感じる場面を多く持つことによって「数学が好き」という生徒が増えることにもつながると考える。

と感じている生徒も多いことが分かった。「数学の学習が楽しい」と感じる場面を多く持つことによって「数学が好き」という生徒が増えることにもつながると考える。

数学を学ぶ楽しさは、生徒が自らの知識や技能、生活経験等を生かし、「なんでだろう」「どうしてだろう」と試行錯誤を繰り返して工夫して問題を解決していくことから生まれてくるものであり、発見する楽しさ、考える楽しさ、活用する楽しさ等があると考えられる。そして、生徒の興味・関心を生かしたり、操作や作業を取り入れられたりして、生徒が問題の解決方法をじっくり探求できるような場面を設定し、考える過程を重視した学習を通して、数学を学ぶ楽しさを味わうことができるようにしていくことが必要であると考えられる。

そこで、数学を学ぶ楽しさを味わうために、学習過程に次のような問題解決を促す探求的な活動を取り入れることを考えた。問題解決を促す探求的な活動は、操作や作業を通して自らの学習課題や課題解決の見通しを探る活動、自らの気付きや発想をもとに、その数学的な根拠や多様な考え方を探る活動、自らの学習を振り返り、学習事項の活用を探る活動である。これらの活動を取り入れることにより、つかむ過程では課題を自らのものと把握し、学習への意欲を持つことができる。追求する過程では、試行錯誤しながら新たな性質や解決方法を見つけたり、多様な考え方を見いだしたりして問題を解決し成就感や満足感を得ることから発見する楽しさや考える楽しさを味わうことができる。さらに、まとめる過程では、学習を振り返り、学習したことを新たな問題の解決に活用しその有用性や必要性を感じることから活用する楽しさを味わうことができる。このような学習を通して数学を学ぶ楽しさを味わうことができると考える。

以上のことから本主題を設定した。

II 研究のねらい

数学の学習において、問題解決を促す探求的な活動を取り入れていけば、生徒は数学を学ぶ楽しさを味わえることを実践を通して明らかにする。

III 研究の見通し

次のような見通しで、問題解決を促す探求的な活動を取り入れれば、数学を学ぶ楽しさを味わうことができるであろう。

- 1 つかむ過程で、操作や作業を通して自らの学習課題や課題解決の見通しを探る活動を取り入れれば、課題を自らのものと把握し、学習への意欲を持つことができるであろう。
- 2 追求する過程で、自らの気付きや発想をもとに、その数学的な根拠や多様な考え方を探る活動を取り入れれば、試行錯誤しながら工夫して問題を解決し、発見する楽しさや考える楽しさを味わうことができるであろう。
- 3 まとめる過程で、自らの学習を振り返り、学習事項の活用を探る活動を取り入れれば、学習が深まり、学習したことの有用性を見だし、活用する楽しさを味わうことができるであろう。

IV 研究の内容と方法

1 研究の内容

(1) 数学を学ぶ楽しさを味わうことについて
本研究では、数学を学ぶ楽しさを、発見する楽しさ、考える楽しさ、活用する楽しさととらえる。そして、これらは、自らの疑問や課題を気付きや発想をもとに試行錯誤しながら解決していく過程で成就感や満足感などとともに得られるものと考えられる。

発見する楽しさは、新たなきまりや性質が成り立つ根拠を見つける楽しさ、問題の解決方法を見つける楽しさである。そして、発見する楽しさを味わうとは、自らの気付きや発想をもと

に「どうしてだろう」「本当にそうなるのかな」と探求し、事象の中に潜む数学的なきまりや性質の成り立つ根拠を見いだしたり、問題の解決方法を見いだしたりして満足感や充実感を得ること。また、友達の考え方などから「あっそうか」「なるほど」と納得したり、新たな解決方法を見つけたりして「こんな考え方でもできるんだ」と感動したりすることととらえる。

考える楽しさは、試行錯誤しながら問題を解決する楽しさ、いろいろな解決方法で考える楽しさである。そして、考える楽しさを味わうとは「何でかな」「こうかな」「こうしたらどうかな」と試行錯誤しながら数学的に考察し「分かった」「できた」と成就感を得たり、自らの考え方や友達の考え方をもとに「この考え方でいいのかな」「もっとよい考え方はないかな」と、多様な考え方やよりよい考え方を見いだしたりして満足感や充実感を得たりすることととらえる。

活用する楽しさは、学習事項を使って問題を解決する楽しさ、日常事象にかかわる問題に活用する楽しさである。そして、活用する楽しさを味わうとは、自らの学習を振り返り「何が分かって、何ができるようになったか」を考え学習事項を整理したうえで、それらを活用し新たな問題を解決したり、日常事象にかかわる問題に活用したりして、学習したことが「こんなに役に立つんだ」「こんなことに利用できるんだ」とその有用性や必要性を感じることをとらえる。

これらを、学習の中で継続的に感じていくことが数学を学ぶ楽しさを味わう姿であるととらえる。

(2) 問題解決を促す探求的な活動について

問題解決を促すとは、自ら問題を解決していくとする意欲を喚起したり、操作や作業、学び合い、振り返り等の活動で得た事柄が解決の手掛かりとなったりして、自力での問題解決を活発化することととらえる。探求的な活動とは、性質、解決方法、考え方などを見つけたり創り出したりしていく思考活動であるととらえる。問題解決を促す探求的な活動は、生徒の学習意欲を喚起し、気付きや発見を生み、思考をより深め、問題解決への学習活動をより活発化させ

るものである。

本研究では、数学を学ぶ楽しさを味わうために、学習過程に次のような問題解決を促す探求的な活動を取り入れる。

ア 操作や作業を通して自らの学習課題や課題解決の見通しを探る活動

この活動は、問題提示を工夫し操作や作業を通して自らの学習課題や課題解決の見通しを探ることにより、問題解決を促す活動である。つかむ過程で、不思議さや疑問が感じられたり、多様な発想ができたりするような問題、生徒の気付きや考えから解決の見通しのもてるような問題を工夫し提示する。そして、生徒が「おやっ不思議だな」「何だろう」と興味・関心を示し、「どうしてなんだろう」「こうなるのでは」と操作や作業を通して予想したり考えたりすることにより、課題を自らのものとしてとらえ解決の見通しを持ち、解決してみようという意欲を持つことができる。その意欲こそが数学を学ぶ楽しさへの原動力になると考える。

イ 自らの気付きや発想をもとに、その数学的な根拠や多様な考え方を探る活動

この活動は、試行錯誤しながら事象の中から見つけた事柄の数学的な根拠や多様な考え方を探ることにより問題解決を促す活動である。追求する過程で、事象の中に潜む数学的なきまりや関係について「どうしてだろう」「本当にそうなるのかな」「いつでも成り立つのかな」と自らの気付きや発想をもとに試行錯誤しながらその数学的な根拠を探っていく。そして、問題解決の手掛かりを示したヒントカードや既習の重要事項をまとめた学習カード等を活用して考えたり、操作や作業をもとに考えたりして新たな性質や解決方法を見いだすことができる。また、自らの考え方や友達の考え方をもとに小集団や少人数で学び合い「この考え方でいいのかな」「いろいろな考え方があったんだ」「もっとよい考え方はないかな」と自らの考え方を確認したり、多様な考え方を探ったりすることにより、新たな考え方をみつけたり今までの考え方の方がよいことに気付いたりでき、発見する楽しさや考える楽しさを味わうことができる。

ウ 自らの学習を振り返り、学習事項の活用を探る活動

この活動は、自らの学習を振り返り、学習事項を確認し、活用することにより、問題解決を促す活動である。まとめる過程で、学習事項の振り返りと整理ができるようなワークシート等を工夫し学習を振り返ることにより「何が分かって、何ができるようになったか」自らの学習が確認できるとともに、学習を深めることができる。そして、自分で問題を選択できるようにしたり、複数の教師による指導を取り入れたりしながら、学習事項を新たな問題の解決に活用していくことで、問題解決の活動がより活発化し、学習したことが役立つことを実感でき、活用する楽しさを味わうことができる。

以上のような活動を取り入れることにより数学を学ぶ楽しさを味わうことができると考える。

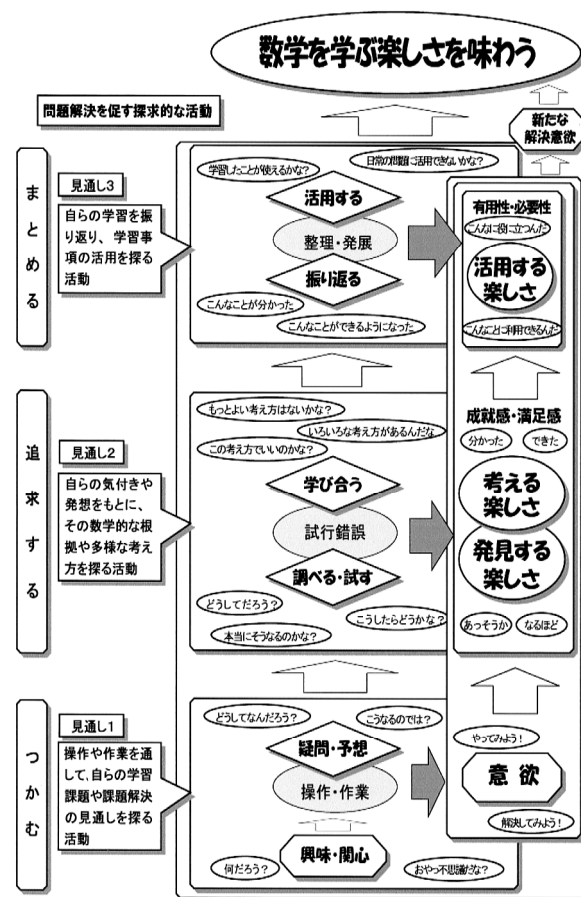


図1 研究構想図

2 研究の方法

以下の方法で授業実践をし、研究の検証を行うものとする。

(1) 授業実践計画

対象	桐生市立東中学校 2年1組30名 (コース別学習時「わくわくコース」17名)
題材名	角と平行線
期間	平成14年10月上旬～10月下旬 8時間予定
授業者	長期研修員 蜂須賀 直樹

(2) 抽出生徒

A子	図形の学習に苦手意識があるので、試行錯誤して考えたり、他の解決方法を考えてみたいしようとする意欲を引き出したい。
B男	図形の学習は好きな方で、じっくり考えることはできる。さらに進んで新たな問題を解いたり積極的に発言したりしようとする意欲を引き出したい。

(3) 検証計画

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	つかむ過程において、作業や実測を通して、条件に当てはまる図形を考え、そこに潜むきまりや関係を見つける活動は、自らの学習課題を把握し、学習への意欲を持つのに有効であったか。	学習活動の観察記録 (VTR) 学習プリント 学習カード (図形の性質をまとめる) グループ学習記録表 自己評価カード (毎時間の学習の振り返り、授業感想) 事後アンケート
見通し2	追求する過程において、自らの気付きや発想をもとに、友達と学び合いながら図形の性質が成り立つ根拠やいろいろな説明の仕方を考える活動は、試行錯誤しながら問題を解決することができ、発見する楽しさや考える楽しさを味わうのに有効であったか。	
見通し3	まとめる過程において、自らの学習を振り返り、図形の性質を整理し、それらを活用して新たな問題を解決する活動は、学習したことの有用性を見いだすことができ、活用する楽しさを味わうのに有効であったか。	

V 研究の展開

1 題材名 「角と平行線」

2 題材の考察

生徒は、小学校において、身のまわりにあるいろいろなものの形について観察したり構成などに着目したりして学習している。基本的な図をかいたり、作ったり、それらを用いて図形の性質を調べたり、実験や実測、操作を通して直観的な扱いを中心に図形の学習を進めてきた。そして、中学校1年では、点や直線、円などの概念や数学的な用語や記号の使い方などの平面図形の基礎と、線分の垂直二等分線、角の二等分線などの基本的な作図について学習している。

こうした学習を受けて本題材では、2年の図形の学習の初めとして、演繹的な推論の根拠となる基本的な図形の性質の考察を通して、筋道を立てて論理的に推論することの意義や方法を理解し、論証の基礎を養っていく。そのために、

まず「対頂角の性質」や「平行線の性質」について学び、これらの性質をもとに「三角形の内角・外角の性質」や「多角形の内角・外角の性質」を論理的に考察していく。さらには、矢じりの形の角の関係や星形の五つの角の和の関係などについて考察し、基本的な図形の性質を基にした推論の進め方を理解していく。そして、これらの学習が今後の「図形の合同」や「作図と証明のしくみ」の学習の基礎・基本となり、ひいては「三角形の性質」「平行四辺形の性質」「円の性質」等の学習へとつながっていく。

生徒は、図形の学習に関して「好きな方」と考えている生徒が35%、「嫌いな方」と考えている生徒が65%である。「好きな方」と考えている生徒の理由は、「分かれると面白い」「図をかくことが楽しい」「いろいろ考えることが好き」などであり、問題を「何でだろう」「どうしてだろう」と考えたり、問題解決した後「違う方法で解けないかな」「もっとよい方法はないかな」と多様な考え方をしていこうとする生徒も少なくない。また、「嫌いな方」と考えている生徒の理由は「考えてもよく分からない」「考えることが好きでない」などであり、念頭操作がうまくできず、自分なりの考えがもてなかったり、学習課題がもてず主体的に学習に取り組めなかったりする生徒である。また、学習意欲はあるが、問題解決の糸口がつかめず、思考が進まない生徒もいる。

本題材では、生徒が図形の学習に興味・関心を示し、学ぶ楽しさを味わいながら学習できるように、問題解決を促す探求的な活動を取り入れ学習過程を工夫する。導入問題は、生徒が興味・関心を持ち、多様な発想ができ、生徒の気付きや考えから解決の見通しが持てるような問題を用意する。探求的な活動には操作や作業、友達との学び合い等を取り入れ、念頭操作の手助けや問題解決の手がかりとなるようにし、学習活動の活発化につなげていく。また、生徒の実態等を考慮し少人数によるコース別学習やコース別問題を取り入れたり、チーム・ティーチングを取り入れたりするなど学習形態を工夫し個に応じたきめ細かな指導を行う。コース別学習については、追求する過程の自分たちの見つけた図形の性質の考察場面で取り入れ

る。図形の性質の基本的な内容を身に付けることができる「じっくりコース」と新たな考え方を発見したり、多様な考え方を身に付けたりすることができる「わくわくコース」を設置し、生徒の希望でコース分けをする。コース別問題は、まとめる過程の学習したことの活用場面で取り入れる。基礎的・基本的な問題を扱った「じっくりコース問題」、日常事象にかかわる応用的な問題を扱った「わくわくコース問題」、発展的な問題を扱った「チャレンジコース問題」の3種類を用意し、生徒の希望で問題を選択できるようにする。このような学習を通して図形

の論証の基礎を養い学習事項の定着を図ることができるとともに、数学を学ぶ楽しさを味わうことができると考える。

3 目標・評価規準

(1) 目標

図形に含まれる角の性質を見だし、操作・実測などの帰納的な方法で確かめるとともに、これらの性質が平行線の性質や三角形の角の性質などをもとにして演繹的に説明できることを理解する。

(2) 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
観察、操作や実測を通して、平面図形の基本的な性質を見いだしたり確かめたりするなどの活動の楽しさや数理的に考察することのよさに気づき、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとする。	図形の性質について、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察することができる。	図形の性質の考察において、推論の筋道を言葉で表現したり、数学的な用語、記号を用いて簡潔に表現したりすることができる。	図形の性質とそれらを調べるときに筋道を立てた説明の意義と方法を理解している。

(3) 学習活動における具体的評価規準

	ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量、図形などについての知識・理解
つかむ	①観察、操作や実測を通して見いだした図形の性質がなぜ成り立つのか考えようとする。	①観察、操作や実測を通して図形の性質を帰納的な推論や類推を用いて予想できる。		
追求する	②対頂角は等しいなど当たり前と思われなことを筋道を立てて考え説明することのよさに気づく。 ③多角形の内角の和やその他の図形の角の性質に関心をもち、三角形の内角の性質などを使って考察しようとする。	②平行線の性質などについてその一般性を説明するときに演繹的な推論を用いることができる。 ③多角形の内角の和やその他の図形の角の性質を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察することができる。	①対頂角の性質や平行線の性質を用いて角の大きさを求めることができる。 ②平行線の性質を使い、三角形の内角の和が 180° であることを説明できる。 ③多角形や他の図形の角の性質が成り立つ理由を説明することができる。	①対頂角、同位角、錯角の意味や平行線の性質を理解している。 ②多角形の内角と外角の意味や多角形の角の性質を理解している。
まとめる	④基本的な図形の性質を使って問題を解決しようとする。	④角についての性質を関連付けてとらえることができる。	④基本的な図形の性質を使って問題を解くことができる。	③基本的な図形の性質を理解している。

4 指導と評価の計画（全8時間）

〈本研究と関連する時間を抜粋〉

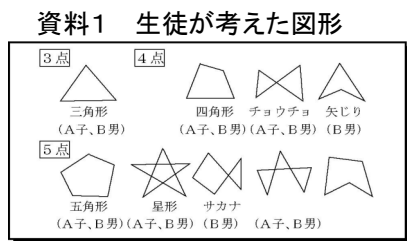
過程	時間	学習内容・学習活動	具体的評価規準	評価方法等	
つかむ	1	平面上の点（3点、4点、5点）を結び図形をかき、実測したり類推したりしてそれらの角についての性質を見つけよう。 ・一筆書きで3点、4点、5点を結び図形をいろいろかき発表する。 ・図形を観察したり、角を実測したりして角についての関係を見いだす。	イー①	・いろいろな図形をかいて実際に角度を測り、角の大きさの関係を見つけることができるかどうかを学習活動の観察や学習プリントの記入内容で確認する。	↑ 見直し ↓
	2	自分で見つけた図形の角の性質は、いつでも成り立つのだろうか？なぜそうなるのだろうか？考えよう。 ・見つけた性質を発表し合い、学習プリントにまとめていく。 ・「測っただけでは正しいといえないのではないか、いつでも成り立つのか、なぜそうなるのか」と考え、課題意識を持つ。	アー①	・自ら見つけた図形の性質がいつでも成り立つのかなぜ成り立つのかと考えようとしているかを授業中の発言や様子、授業感想などから分析する。	
追	4	自分で見つけた図形の性質についてその数学的な根拠を考え、その理由を説明しよう。（三角形、多角形、矢じりの形、星形、その他） ・第1時に自分で見つけた角の大きさの関係について、その数学的な根拠を考えよう。 ・三角形の内角の和が 180° になることを演繹的に説明する方法を考えよう。	ウー②	・三角形の内角の和が 180° になることを、平行線の性質を使って説明することができるかを学習活動の観察や学習プリントの記入内容から確認する。 ・図形の性質に関心をもち既習の図形の性質を使って考察しようとしている	
	5		アー③		

求 す る		<ul style="list-style-type: none"> 学習カードにまとめる。(③三角形の内角の和、④三角形の内角と外角) 個人で追求する場面では、自分で見つけた性質が成り立つ理由を学習カードやヒントカードを使って考える。 	ウー③	<ul style="list-style-type: none"> かを学習活動の観察や学習プリント、グループ学習記録表の内容、授業感想などから分析する。 自分で見つけた図形の性質が成り立つ理由を自分なりに表現して説明できるかを学習活動の観察や学習プリントの記入内容から確認する。 	見 通 し 2
	6	<ul style="list-style-type: none"> 3～4人のグループを作り、その見つけた角の性質が成り立つ理由を説明し学び合う。 グループごとに説明した角の性質から一つ選び、その性質が成り立つ理由を全体に発表する。 	エー②	<ul style="list-style-type: none"> 多角形の角の性質を理解しているかを学習活動の観察や学習カードの記入内容から確認する。 多角形の内角の和の性質やその他の図形の性質が成り立つ理由を筋道を立てて考察できるかを学習活動の観察や学習プリントの記入内容から確認する。 	
ま と め る	7	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">学習した図形の角の性質の関連性を調べよう。</div> <ul style="list-style-type: none"> 図形の基本的な性質を学習カードや学習プリントをもとに確認する。 それぞれの図形の性質は、どの性質をよりどころとして説明したのかを振り返り、表にまとめその関連をつかむ。 練習問題に取り組み、角の性質の活用の仕方を考える。 	イー④	<ul style="list-style-type: none"> 図形の性質の関連を見つけることができるかを学習活動の観察や学習プリントの記入内容から確認する。 	見 通 し 3
	8	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">学習した図形の角の性質を活用して、新たな問題を解こう。</div> <ul style="list-style-type: none"> 3種類の問題から自分に合った問題を選択し取り組む。 ◇じつくりコース問題 <ul style="list-style-type: none"> 基礎的・基本的事項を中心に、既習の性質を使って角度を求めたりするような問題を中心に扱う。 ◇わくわくコース問題 <ul style="list-style-type: none"> 基本的な問題から、考え方を問うようなやや応用的な内容の問題までを扱う。 ◇チャレンジコース問題 <ul style="list-style-type: none"> やや難しい問題と、星形五角形を発展させた星形六角形、星形七角形などの角について考察する問題を扱う。 	エー③	<ul style="list-style-type: none"> 図形の基本的な性質を理解しているかを学習活動の観察や問題プリントの結果から確認する。 	

VI 研究の結果と考察

1 作業や実測を通して、条件に当てはまる図形を考え、そこに潜むきまりや関係を見つける活動は、自らの学習課題を把握し、学習への意欲を持つのに有効であったか

問題「平面上の点を一筆書きの線分で結んでいろいろな図形をかいてみよう」を提示した。生徒は、3点、4点、5点を結び、条件に合った図形を考え発表した(資料1)。点を結ぶという簡単な作業で多様な図形がかかる活動であったため、考えることが苦手な生徒も興味を示し、夢中になって取り組んだ。普段あまり発言しない生徒も、自分が見つけた図形を積極的に発表した。その後、問題「角の大きさについてどんな関係があるか見つけよう」を提示した。



生徒は、補助線を引いて考えたり、いろいろな場所の角度を測ってその和を求めたり、いくつも図をかいて調べたりして角の大きさについての性質を見つけた(資料2)。

A子は三角形の各辺を延長し、内角と外角の大きさを全部測り「内角の和は180°」「外角の和は360°」を見つけた。他に四角形の

資料2 生徒が見つけた角の性質

- 三角形の内角の和は180° (A子, B男)
- 三角形の外角の和は360° (A子)
- 四角形の内角の和は360° (A子, B男)
- 五角形の内角の和は540° (B男)
- チョウチョの形の向かい合った角(対頂角)の大きさは等しい (A子, B男)
- チョウチョの形の羽の部分の2角の和は、反対側の2角の和に等しい (B男)
- チョウチョの形の全部の角の和は360° (B男)
- 矢じりの形の全部の角の和は360°
- サカナの形の全部の角の和は540°
- 星形の全部の角の和は1440°
- 矢じりの形の先端の3つの角の和はへこんだ部分の角に等しい
- 星形の先端の5つの角の和は180° (A子, B男)

内角の和、星形の先端の角の和などについて調べ性質を見つけた。見つけた性質を発表した後、たくさんの性質が発表されたことに驚き「いろいろな性質があるんだな。他にもまだあるのかな」と関心を示した。そして、授業感想には「図形の学習は難しくて苦手だけど、何か面白そうな気がする。いろいろな性質を見つけ

たい」と書いた。次の学習への期待が持てたものとする。

B男は、三角形の内角の和を調べた後、チョウチョの形の角を全部測り、学習プリントに「全部足して360°」と書いた。「三角形が二つだからあたりまえだよな」とつぶやいたが、二つの三角形を見比べているうちに中心の向かい合った角（対頂角）が等しいことに気付き、それ以外の四つの角に着目した。初めは四つの角度を全部足してみたが、もう一つ図をかき調べてみると同じにならないことが分かり少し考えていた。そのうち、「あっそうか、向かい合う角が同じだから、他の二つを足した角度は同じだ」と、自分でかいた二つの図形でそうなることを確かめた。実測や自らの考えをもとに新たな性質を見つけることができた。発表場面では、進んで挙手し、自分が見つけたチョウチョの形の角の性質を発表した。授業感想では「角の性質を考えるのが楽しかった。もっといろいろ調べてみたい」と書いており、学習への意欲が持てたものとする。

生徒の中には、何回測っても三角形の内角の和が180°にならず「180°になるはずなのに、おかしいな」と悩んでいる生徒や、友達の発表を聞いて「ほんとうにそうなるのかな」「どうしてだろう」と疑問を持ち調べたり考えたりする生徒の姿も見られた。また、教具（資料3）を工夫したこ

資料3 図形提示用自作教具

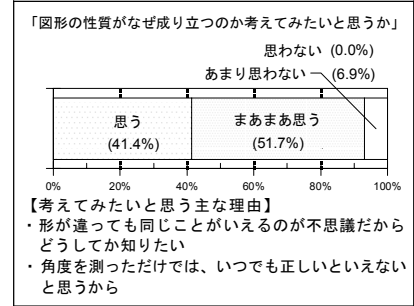


とで図形の形や大きさがいろいろ変化する様子から「形が違うのにどうして角の和などが同じになるのだろう」「何で、どんな三角形でも角の和が同じになるのだろう」などの声があがり、生徒が「図形の性質はいつでも成り立つのだろうか」「なぜそうなるのだろうか」という課題意識を持つことに有効であったと考える。授業後の意識調査①（資料4）においてもほとんどの生徒が「図形の性質がなぜ成り立つのか考えてみたいと思う」と答えている。

以上のことから生徒は、学習に興味・関心を持ち取り組むことができ、図形の性質がいつで

も成り立つのか、どうして成り立つのか考えてみようとする学習課題をつかみ、今後の学習への意欲を持つことができたものとする。

資料4 意識調査①



2 自らの気づきや発想をもとに、友達と学び合いながら図形の性質が成り立つ根拠やいろいろな説明の仕方を考える活動は、試行錯誤しながら問題を解決することができ、発見する楽しさや考える楽しさを味わうのに有効であったか

図形の性質が成り立つ理由を演繹的に考える学習では、個人で考えた後、グループによる学び合い活動を取り入れた。個人で考える場面では、各自が性質をまとめた学習カードや考え方の手掛かりを示したヒントカードなどを自由に活用し、自らの力で考え、自分なりの表現で説明できるようにした。グループによる学び合いの活動では、3～4人のグループを作り、友達に自分の考えを説明することと多様な考え方を学び合うことを目的とし、グループ学習記録表（資料5）

に記入しながら学習を進めた。また、じっくり時間をかけて考えることができ、いろいろな意見や考え方を出し合うことができるように2時間連続の授業を行った。その後、発

資料5 グループ学習の記録

グループ学習記録表
グループのメンバー (A 子), (C), (D), (E)

◇ 学習のすめ方 ◇
①グループの中で、図形の性質が成り立つ理由を発表しよう。
一人一人の発表を、他の人はよく聞き、わからないところがあれば質問する。
②発表が終わったら、自分の考えを整理する。
③自分の考えと違うところは、自分の考えを整理する。
④一人一人の発表が終わったら、次の性質について違う人が説明する。
その後と同様に繰り返す。

◇ 記録の仕方 ◇
発言した人... ○
聞き手の方の人... ○
聞き手の方の人... △ (少し違う場合は説明する)
わからなかった人... □
その性質については、まだ調べていない人... 空欄

説明した図形の角の性質	グループのメンバーの名前			
	A子	C	D	E
<input type="checkbox"/> 四角形の内角の和は、360°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> 五角形の内角の和は、540°である	○	△	○	○
<input type="checkbox"/> チョウチョの形の全部の角の和は、360°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> サカナの形の全部の角の和は、540°である	○	△	○	△
<input type="checkbox"/> 星形の全部の角の和は、1440°である	△	○	○	○
<input type="checkbox"/> 矢じりの形の全部の角の和は、360°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> チョウチョの形は、 $\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$ である	○	○	○	□
<input type="checkbox"/> 矢じりの形で矢端の3つの角の和は、 $\angle a + \angle b + \angle c$ である	○	△	○	○
<input type="checkbox"/> 星形の全部の角の和は、180°である	○	○	○	○

グループのメンバー (B 男), (F), (G), (H)

説明した図形の角の性質	グループのメンバーの名前			
	B男	F	G	H
<input type="checkbox"/> 四角形の内角の和は、360°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> 五角形の内角の和は、540°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> チョウチョの形の全部の角の和は、360°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> サカナの形の全部の角の和は、540°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> 星形の全部の角の和は、1440°である	△	△	△	△
<input type="checkbox"/> チョウチョの形は、 $\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$ である	△	○	○	○
<input type="checkbox"/> 矢じりの形で矢端の3つの角の和は、 $\angle a + \angle b + \angle c$ である	○	△	△	○
<input type="checkbox"/> 星形の全部の角の和は、180°である	○	○	○	○
<input type="checkbox"/> n角形の内角の和は、()°である				
<input type="checkbox"/> n角形の外角の和は、()°である				

表された図形の性質が成り立つ別の説明を考える活動を取り入れ、多様な考え方をグループ内で発表し合った。

A子はグループ学習で「サカナの形の角の和は 540° 」と「矢じりの形の先端の三つの角の和は、へこんだ部分の角に等しい」について説明をした。サカナの形の角の性質についてはA子の説明に対して友達が違う考え方を発表した。その説明を聞き、星形の全部の角の和を求めるのもその考え方でできると気づき、違う説明として発表した(資料6)。矢じりの形の角の性質について、友達と

資料6 A子の気づきと新たな考え方

○サカナの形の全部の角の和は 540° の説明

A子の考え

四角形の内角の和 + 三角形の内角の和
 $360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$

友達の考え

三角形の内角の和 $\times 3$
 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

↓ A子の気づき

「そうか、全部三角形に分けてもできるんだ！」

○星形の全部の角の和は 1440° の説明

A子の初めの考え

五角形の内角の和 + 三角形の内角の和 $\times 5$
 $540^\circ + 180^\circ \times 5 = 1440^\circ$

A子の新たな考え

三角形の内角の和 $\times 8$
 $180^\circ \times 8 = 1440^\circ$

ては、友達といっしょになって考えを出し合いながら二人で説明をしていた。授業感想に「グループの中に詳しく説明してくれる人がいたので、説明を聞いてなるほどと思う

ことが多かった。友達と気軽に相談でき、違う考え方を知ることができてよかった。いつもよりたくさん発表できた。楽しかった」と書いている。友達の考え方から新たな考え方を見つたり友達と意見を出し合い試行錯誤しながら問題を解決していくことに楽しさを感じられたものとする。

B男は、個人で考える場面では、ヒントカードは使わずに自力で性質の説明を考えていた。「星形の先端の五つの角の和は 180° 」の説明では、三角形に着目して考えていたが考えが進まずつまづいていた。三角形の角の性質を確認させ、活用できないかと助言すると、図の中の三角形を鉛筆でなぞりながら少し考えて「そうか、分かった」とつぶやき、うれしそうに説明してみせた。グループ学習では、友達の説明に対し自分が考えた違う説明を積極的に発表していた(資料7)。普段は、発言等遠慮がちであるが、大変意欲的であった。授業感想では、「一

斉の授業よりグループの方が意見が言いやすくよい。いろいろな考え方が見つかって楽しかった」と書いている。積極的に学習に参加でき、いろいろな性質や考え方を知るとともに、

自らが友達と違う考え方で説明できたことから満足感や充実感を得ることができたと考える。

グループ学習では、どのグループも活発に意見や考えを出し合い「分かった」や「なるほど」などの声も多く聞かれた。また、普段あまり発言しない生徒も自分の考えを積極的に発表する姿が見られた。授業終了のチャイムと同時に、「えっ、もう終わり。何か時間がたつのが早かった」「またやりたい」「おもしろかった」などの声が上がった。生徒が集中して考え、意欲的に取り組めた結果と考える。授業感想からも「一人で考えるのは難しかったが、みんなで説明し合ったことで、分からないことが分かったり、自分と違う考え方を知ることができてよかった」「いっぱい考えて頭が疲れたけど分かったと楽しかった」など「分かった」「楽しかった」という成就感や満足感を得ている様子が見えてきた。

また、授業後の意識調査②(資料8)からも発見する楽しさや考える楽しさを味わうことができたものとする。

次時の多様な説明を考える学習では、A子、B男ともに星形の先端の五つの角の和について考えた。A子は、初め星形をじっとながめ自力

資料7 友達と違うB男の考え方

○矢じりの形の先端の3つの角の和は、へこんだ部分の角に等しいことの説明

友達の考え

$\angle a + \angle b = \angle e$
 $\angle c + \angle e = \angle d$
よって
 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle c = \angle d$

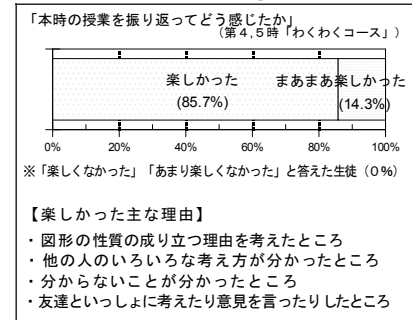
⇕

B男の考え

$\angle a' + \angle b = \angle e$
 $\angle a' + \angle c = \angle f$
よって
 $\angle a + \angle b + \angle c = \angle a' + \angle a' + \angle b + \angle c = \angle e + \angle f = \angle d$

「なるほど、でも、こうも考えられるよ！」

資料8 意識調査②



で考えていたが、なかなか思いつかず悩んでいた。その後、ヒントカードを使い平行線の補助線を2本引き説明を考えた。説明の中で初めは錯角に気付かず「同位角の対頂角だから」と説明を書いていたが考えているうちに「あっそうか、錯角だ」と気づき説明を直していた。考えを進める過程で、よりよい考え方に気付いたものとする。B男は、星形の中にできる五角形に着目して、五角形の性質を使う説明を考えた。その後、同じ図形の性質について考えた生徒同士でグループを作り、多様な考え方を発表し合った。五角形を使った説明は他になく、B男は得意そうだった。授業感想でA子は、「難しかった。補助線が引けるとうまく説明が考えられる。友達の説明を聞いてなるほどと思った」B男は、「いろいろな説明の仕方が分かってよかった。ちょっと考え方を考えるだけで、いろいろな説明ができることが分かった。図形についてとても興味を持てた」と書いている。ヒントカードや学習カードを手掛かりに考え、試行錯誤しながら問題の解決方法を見つけ「分かった」「できた」という喜びを感じることができ、友達の説明から多様な考え方を知るとともに、自らも多様な考え方ができたことに満足感を得ることができたものとする。

3 自らの学習を振り返り、図形の性質を整理し、それを新たな問題の解決に活用する活動は、学習したことの有用性を見いだすことができ、活用する楽しさを味わうのに有効であったか

図形の性質が成り立つ理由を説明するためにどの性質をよりどころとしたかを表にまとめ自らの学習を振り返り、学習事項の確認と基本性質の重要性を考えた。そして、実際に問題を解く上で、どの性質をどのように活用できるかを考えた。新たな問題に挑戦する学習では、3種類のコース問題を用意し自分で選択して取り組めるようにした。また、学習活動の活発化がより一層図れるよう学習形態の工夫を行った。

学習を振り返る場面では、自分でまとめた表(資料9)を見て、A子は「私の説明は、いろいろな性質を使いすぎてややこしかったと思う。もっとスッキリした説明ができる」といい

思った」と振り返った。B男は、表の中の丸印が左の方に集まっていることから「対頂角や平行線の性質、三角形の性質は特に重要だと分かった。一つの性質でも、いろいろな図形の性質の説明に使われているので驚いた」と基本性質の重要性に気付いたようである。

資料9 学習の振り返りのワークシート

資料9は、学習した図形の性質で説明のよりどころとしたものに○印を付け問題を解いてみようというワークシート。A子とB男の学習内容と確認事項のマトリクス表が示されている。A子のワークシートには、五角形の性質に関する問題が主に記されている。B男のワークシートには、五角形と五角星の性質に関する問題が記されている。マトリクス表の横軸には、学習した図形の番号(1-10)と、確認事項の番号(1-10)が並び、○印が記入されている箇所を示している。

資料10 性質の活用の仕方を確認する問題

1 $\angle x$ の大きさを求めなさい。また、そのとき使った図形の性質の番号を答えなさい。

(1) $l \parallel m$

$\angle x = 130^\circ$

性質 ①、☆2

【別解】 $\angle x = 130^\circ$

性質 ☆1、②

性質の活用の仕方を確認する問題では、角度を求めるのにどの図形の性質を活用したかを記入できるようにしたことから(資料10)、学習事項をより深めることができたとする。

新たな問題に挑戦する学習では、A子は「わくわくコース問題」に取り組んだ。わくわくコース問題では、「校庭に多角形の模様を描こう」を扱った。正多角形や星形正多角形を進む方向を変えながら地面に描くにはどう進めばよいかを考える問題に取り組んだ。プリント上で図形の角度を考えると同時に、身体を左右にひねったりしながら実際の動きをイメージして考えていた。描き方が求められた後「今度実際に校庭で描いてみようか」と友達と話していた。図形の性質を活用し問題を解き実際に描いてみようとする意欲につながったものとする。

B男は、「チャレンジコース問題」に取り組んだ。チャレンジコース問題では、星形五角形を発展させ、星形n角形の先端の角の和を求め

る問題「星形の不思議を探ろう」を扱った。難しい問題では、友達といろいろ考えを出し合い相談しながら考えていた。その様子は、まさに「なんでだろう」「どうしてだろう」「こうかな」「こうしてみたらどうかな」と考えることに熱中している姿であった。そして、答えが求められたときのうれしそうな表情には「やった、できた」という満足感や充実感が現れていた。授業感想には、「難しかった。こんな難しい問題も、みんな今まで学習した性質だけで解けるのですごいと思った。もっといろいろな問題に応用できるようにしたい」と書いている。学習した基本性質が新たな問題の解決に活用できる有用性を感じることができたものと考ええる。

他の生徒からも「図形の性質がちゃんと使えてよかった」「いろいろな性質を使って問題を解くのが楽しかった」などの感想があった。特に、本時は複数の教師によるきめ細かな指導を行ったことにより、普段は最後まで問題が終わらない生徒も問題を終わらせることができ「問題が全部できてよかった」と感想を書いている。

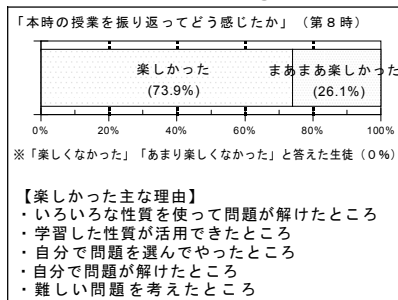
学習事項を振り返り確認したことで、学習内容がより定着し、表にまとめたことにより重要な基本性質が視覚的にもとらえられ、考え方の多様性にも気付けた。よって、新たな問題の解決に図形の性質が有効に活用でき、より学習活動が活発化したものと考ええる。コース問題を選択し自分に合った問題に取り組むことによりやってみようとする意欲も増した。また、グループによる学び合いやチーム・ティーチングによる学習形態を工夫（資料11）したことも、より多くの生徒が学習した図形の性質を活用して問題を解決し

「分かった」「できた」という成就感、満足感を味わい、学習事項の有用性を感じるのに有効であったと考える。

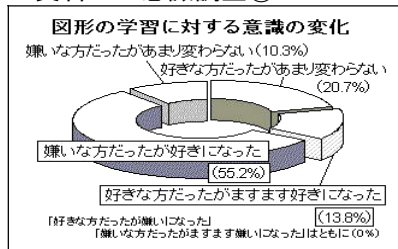
また、授業感想や意識調査③の結果（資料12）から、生徒が本時の学習において学ぶ楽しさを

感じることもできたものと考ええる。そして、単元の学習を通しての意識調査④の結果（資料13）より、図形の学習に対する意識の高まっている生徒が多く、生徒は図形の学習に興味・関心を示し学ぶ楽しさを感じることができたものと考ええる。

資料12 意識調査③



資料13 意識調査④



VII 研究のまとめと今後の課題

- 学習過程に問題解決を促す探求的な活動を取り入れたことで、生徒は学習に意欲を持ち、自ら問題を解決しようと試行錯誤しながら新たな性質や解決方法を見つけるとともに、多様な考え方に触れながら問題を解決し発見する楽しさや考える楽しさを味わうことができた。また、学習を振り返りその活用を図ることで学習内容が定着し、学習事項の有用性を感じることができるとともに新たな問題解決への意欲が持て活用する楽しさを味わうことができた。これらの学習を通して生徒は、数学を学ぶ楽しさを味わうことができたものと考ええる。
- 今後、個々の生徒への指導、支援がより充実したものとなるように、問題解決を促す探求的な活動と習熟度別学習や少人数指導、複数の教師によるチーム・ティーチング等学習形態の工夫とを有効に組み合わせ研究を深めていきたいと考える。

<主な参考文献>

- ・根本 博 著 『数学的活動と反省的経験－数学を学ぶことの楽しさを実現する』 東洋館出版社(1999)

資料11 教室の座席配置と教師の動き

