

群 教 セ	G03 - 03
	平14.209集

数学的活動の楽しさを味わえる

シミュレーションソフトの作成

－ 図形の中に現れる関数の学習を見通しを立てて追究
できることを目指して －

特別研修員 高橋 義弘 （高崎市立八幡中学校）

研究の概要

本研究は、中学校第3学年の関数の学習において「数学的活動の楽しさ」を味わわせるために、図形などの動きを伴う課題に対して、生徒自身が、図形を動かしながら関数関係を見いだしたり、表やグラフの作成や確認したりするなど、視覚的な把握理解を支援することができるソフトを作成したものである。OS に依存せず、Web ブラウザがあれば利用することができるよう、プログラミング言語としてJava を使用してソフトを作成した。

【キーワード：数学 - 中 関数 数学的活動の楽しさ コンピュータ 教材】

主題設定の理由

学習指導要領においては、「生徒に〔生きる力〕を育成すること」が求められ、その方針の一つとして、「自ら学び、自ら考える力を育成すること」が重視されている。これを踏まえて、中学校の数学科では基礎的・基本的な知識の確実な定着を図るとともに、自ら課題を見つけ、主体的に問題を解決していく活動が重視され、目標では、「数学的活動の楽しさ」を知ることが新しく加えられた。また、指導に当たり教具としてのコンピュータの活用が求められている。

「数学的活動の楽しさ」とは、数学的活動を通した「数学を学ぶこと」の楽しさということである。数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、学ぶ過程を大切にすることであると考え、課題解決に向けて見通しを立てて追究する中で感じる楽しさ、既習事項をもとに自分なりに考えながら活動する楽しさなどであるととらえる。本研究では、数学的活動の中でも、教具を操作し実際に動かすことで見通しを持てたり発見する喜びを味わう活動や、考えたことを確かめたり自ら気づいたことに喜びを感じたりすることで自分の考えを生かすことができる活動などに重点を置いた。

本校の第3学年の生徒たちは、数学の学習に対してまじめに取り組み、関数の学習では表やグラフの作成に対して意欲的に取り組む姿が見られた。だが、関数の利用において、図形などの動きを伴う具体的な課題に対しては、変化の様子をとらえることが難しく、見通しを立てて考えたり、自ら見だし解決することが苦手である。

そこで、「数学的活動の楽しさ」を味わわせるためにコンピュータの活用を考えた。課題追究場面において、図形などの動きを伴う具体的な課題に見通しをもって取り組ませるために、シミュレーションソフトを活用させることが有効であると考えた。今までは、OHC で問題を提示したり、自力解決場面で班ごとに自作の教具やヒントのプリントを渡して考えさせてきたが、図形やグラフの動きを自由に繰り返せなかったり、個に応じたきめ細かな指導とまではいかず、図形の様子をたやすく見つけるまでには至らなかった。一方、コンピュータの活用は、生徒自身が自分で操作して学習したりすることができ、視覚的な把握理解に有効である。コンピュータを操作することを通してディスプレイ上で図形の変化する様子を繰り返し見ることが

でき、図形の変化する様子から数量関係を見いだしたりすることができることから、自力解決の場での思考過程において、見通しを立てて考えたり、自ら見だし解決するすることができる。と考える。

このように、本研究では、生徒に「数学的活動の楽しさ」を味わわせるために、第3学年の関数の利用の学習における図形の動きを伴う具体的な課題に見通しを立てて追究できるようにするための支援として図形が動くシミュレーションソフトの作成が有効であると考え、本主題を設定した。

研究のねらい

「数学的活動の楽しさ」を味わわせるために、興味・関心を持って自ら課題に取り組み、見通しを立てて追究できたり、新たな発展的課題をも見つけられるような教材を作成する。

研究の見通し

関数の利用の学習において、次のようなシミュレーションソフトを作成すれば、「数学的活動の楽しさ」を味わうことができるであろう。

- 1 変化の様子を把握する場面において、マウス操作で点や図形が動くシミュレーションソフトを使った問題提示をすれば、視覚的にとらえやすくなり、生徒自身が図形を動かしながら関数関係を見いだすことができ、興味・関心を持って自ら課題に取り組むであろう。
- 2 自力解決の場において、図形が動かせたり、表やグラフを作成できたりできるソフトを活用させれば、生徒は、既習の知識に応じて見通しを立てて考えたり、表や点、グラフの確認ができたり、図形の動きに伴うグラフの変化を視覚的にとらえることができ、自分の考えを生かすことができるであろう。
- 3 Java を使用してソフトを作成し、HTML によるページ構成にすれば、Web ブラウザを使ってマウス操作で点や図形が動いたり、図形が動かせたり、表やグラフを作成できたりするなど、画面上で見やすく学習の振り返りが容易にできる使いやすいシミュレーションソフトを作成できるであろう。

研究の内容

1 ソフトの概要

(1) 基本的な考え方

本ソフトは、中学校3年数学における数量関係領域の学習の中で、図形を移動させるときに現れる関数を見いだして、問題を解決することをねらった学習において使用することを目的として作成する。生徒が意欲的に図形の中に現れる関数の学習に取り組み、見通しを立てて追究することで数学的活動の楽しさを味わえるように、学習の流れに応じて、図形の中に現れる関数を考えたり、表現したりするために、次のような要件を満たすものを中心に教材を考えた。

ディスプレイ上で図形の動きが見やすく、図形の中に現れる関数に興味・関心を持って取り組めるようなもの

一人一人の生徒が自分なりに解決の見通しがもてるように、理解の程度に応じて学習を深めていくことができるようなもの

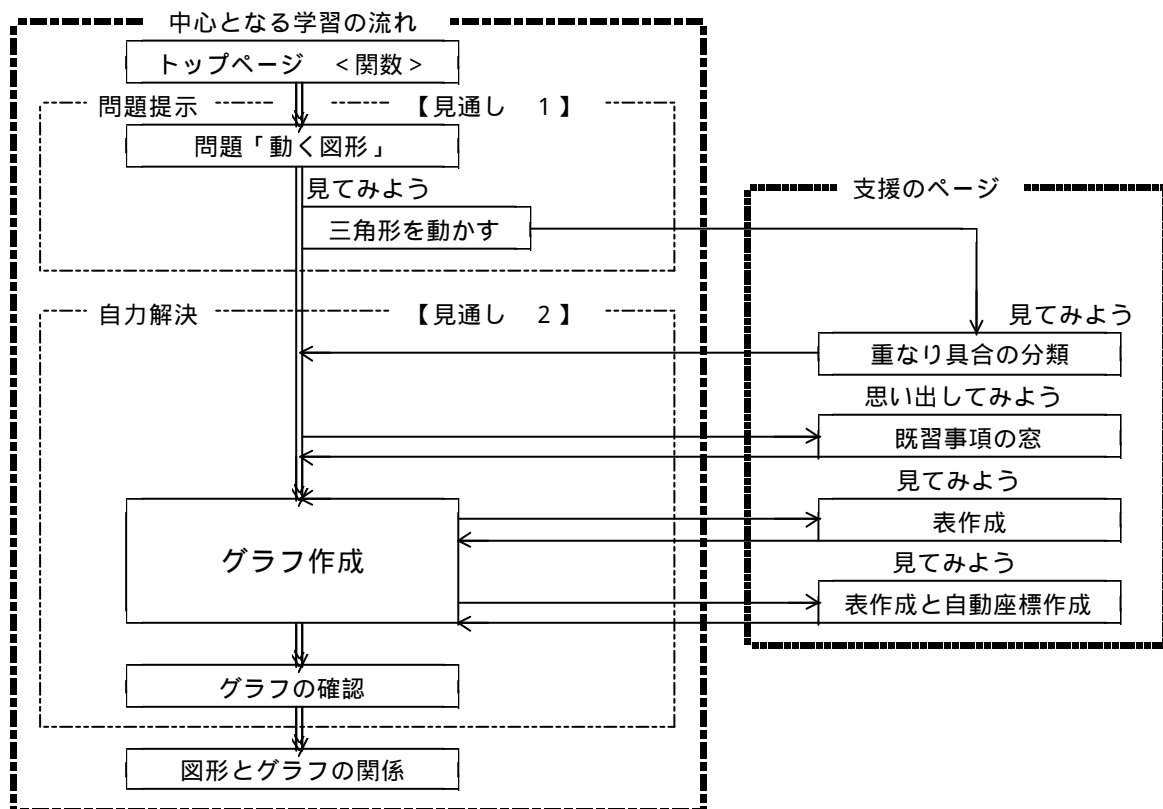
マウスで簡単に操作できるもの

そこで、ソフトを開発する言語として、Java を使用する。Java は様々なプログラミング技術

を持っているため、今までのプログラミング言語では簡単にできないことを、易しいソースプログラムで上記のような要件を満たすものを作成できるからである。プログラムを設計する初期段階では易しい表現方法で設計でき、クラスという単位でプログラムを作成していくので、プログラムの変更に応用が利く。また、Java 以外の言語は OS などのプラットフォームに依存するので、使用するコンピュータやその OS によって、その都度ソースプログラムを書き直す必要があるが、Java は Java コンパイラによって Java バイトコードに変換されコンピュータに依存しないコンパクトな形式になるため、Web ブラウザがあれば使用することができ、動作する特定の OS に依存しないという特徴を持っている。そのため、どのような環境でも使用できることから、学校において有効に活用できると考えた。

(2) ソフトの構成

本ソフトでは、学習の流れに沿ってページを作成した。「関数」を起動すると、トップページが表示され、生徒の身の回りで見目にするような動く図形が表示される。次のページに問題選択画面を作り、その1つに、本ソフトのメインとなる「動く図形」をおいた。そして、学習の流れの中でも生徒がつまずきやすい場面に、「見てみよう」として、思考の支援となるページを作成した。また、既習事項を生かしていけるように、「思い出してみよう」として、思考の支援となるページを作成した。本ソフトの流れは、次のようである。



(3) 開発及び動作環境

本ソフトを作成するに当たり、Sun Microsystems 社の Java2 SDK Ver1.4.0を使用してアプレットを作成した。本ソフトは、Java2 SDK がインストールされた環境で、Microsoft Internet Explorer などの Web ブラウザを使用して表示することができる。

2 プログラムの内容

(1) 導入時での画面

ア トップページ <関数>

トップページ<関数>画面では、生徒の身の回りで目にするような動く図形が表示され、興味・関心をもたせるようにした。そして、問題提示のページへ移る(図1、図2)。

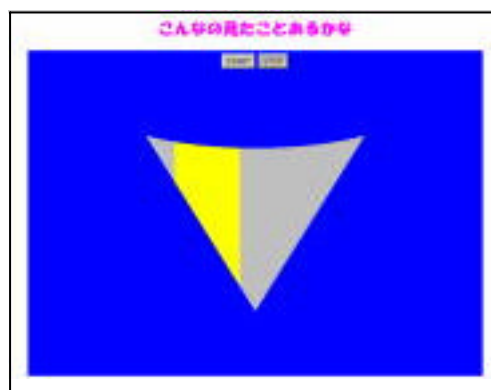


図1 トップページ <関数>

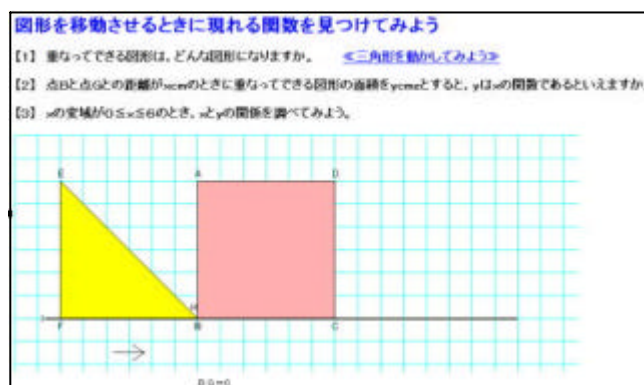


図2 問題提示

イ 三角形を動かす

問題を把握させるときの問題点として、2つの図形が重なる部分の図形の変化の様子がイメージできない生徒がいることがあげられる。このような生徒に画面で動きを見せる。スクロールバーを動かすことにより、三角形が動き、点が動いていく様子、図形の大きさ、形が変わっていく様子を把握させることができる。この画面を活用することで、重なった図形を見いだすことができる。直角三角形が見いだせなかったり、三角形は見いだせるが、台形に気づかない生徒にとって有効である。xとyを意識させるために、BGの長さxを赤い線分で表示させた。そして、BGの長さxの値を下に表示できるようにした。また、図形と一緒に、交点の表示文字も移動するようにした。

スクロールバーについては、左右の方向ボタンを押すとその方向に少しずつ三角形が移動するようにし、スライダの移動する部分をクリックすると、xの値が1ずつ変化するようにしてあり、表や式やグラフ作成の支援となるように工夫した(図3)。

以上のようなスクロールバーでの操作を可能にするために、アプレットの中に Adjustment イベントに対する AdjustmenListener インターフェイスをインプリメントした。スクロールバーと図形の動きを連動させるところでは、動かしたい図形の変数にバーの値を取り込むことで対応した(図4)。また、マウスでの操作をマウスイベントできるようにしてある。アプレットの中に Mouse 及び MouseMotion イベントに対する MouseListener、MouseMotion インターフェイスをインプリメントした。どのアプレットも作画による動きを取り入れているので Runnable をインプリメントしてある。

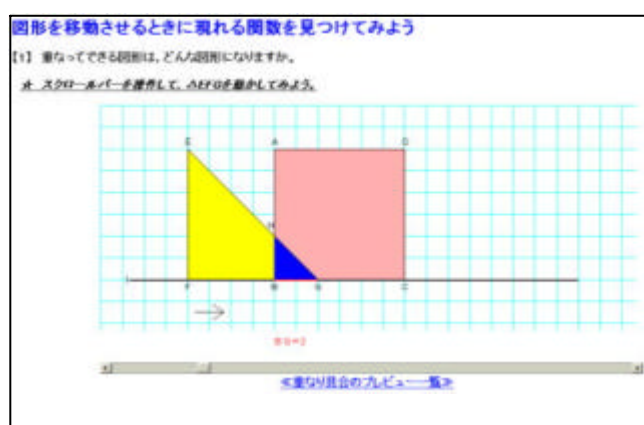


図3 三角形を動かす

```
//=====イベント処理(スクロールバー)=====
public void adjustmentValueChanged(AdjustmentEvent e){
if (e.getSource() ==scr){                                //スクロールバーを取り込む
repaint();                                                //作画をする
    ~ 中略 ~    }

public void paint(Graphics g) {                            //paint メソッドで Graphic イベント
    if (bar<=180) {                                        //0<=bar<=180の時： 0    x    6 のとき
        int [] qx = {x+180,x+180,bar+x+180};            //三角形の変数 x
    }
}
```

図4 スクロールバーでの操作

(2) 自力解決の場合での画面

ア 既習事項の窓

図から式を導く場面では、具体的なものから抽象化することが難しいという問題点がある。そこで、既習事項の窓として「思い出してみよう」ボタンにより、既習事項のページを作り、既習事項の振り返りが容易にすることで、既習事項を画面で見ることにより、ヒントをつかむことができ、式をたてやすくなる(図5)。

イ 重なり具合の分類

重なり具合の分類画面では、変化の様子を強調するために、変化の分類が一目できるように、プレビュー一覧画面を用意した。動きを振り返ってみることができる(図6)。

ウ 表作成

表作成画面では、yの値が違った場合について「yの値を入力し、合っていれば次へ、間違っていれば進めない」というプログラムを作る。生徒自身が作業をしながらyの値を自動的にチェックすることができる。また、表作成での計算ミスがグラフ作成に影響ないようにすることができる。

エ 表作成と自動座標作成

画面の表にyの値を入力すると、座標平面にその点が自動的にプロットされ表れるようにし、グラフ用紙にグラフを完成させた後、画面に正しいグラフを表示させる。これに、自分のグラフとの違いを自分で確認でき、問題点を探ることができる(図7)。

オ グラフ作成

グラフ作成画面では、「点」や「直線」や「曲線」のツールにより、マウス操作でグラフが容易に作成できるようにし、間違えた場合にも修正が可能である。点を選択した場合には、マウスをクリックすると点をプロットすることができる。直線を選択した場合には、ドラッグ&ドロップで作成できる。曲線を選択した場合には、マウスをドラッグしたまま軌跡をかくことができるようにした(図8)。

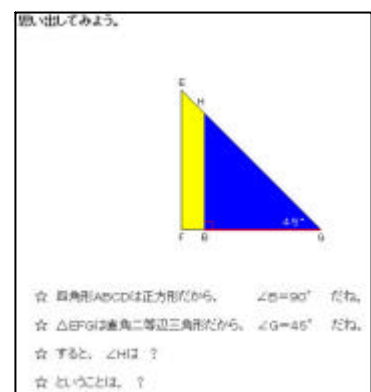


図5 思い出してみよう

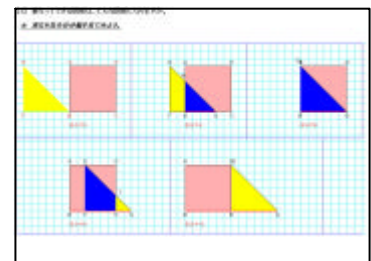


図6 重なり具合の分類

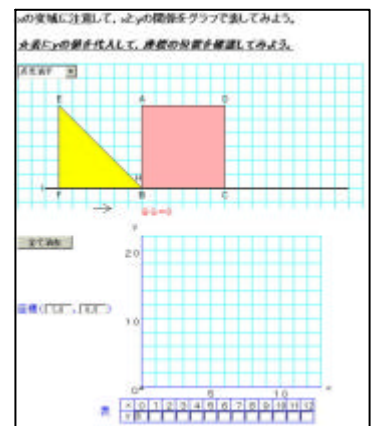


図7 表作成と座標作成

カ グラフの確認

グラフ用紙や画面にグラフをかいた後に、スクロールバーを動かしながら画面に正しいグラフを表示できるようにした。これにより、自分のグラフとのずれを自分で確認できる。式からグラフをかく時点では、グラフの正確さを自分で判断することが難しいという問題点がある。そこで、画面にかいた自分のグラフと、画面の正しいグラフとを比較して学習できる（図9）。

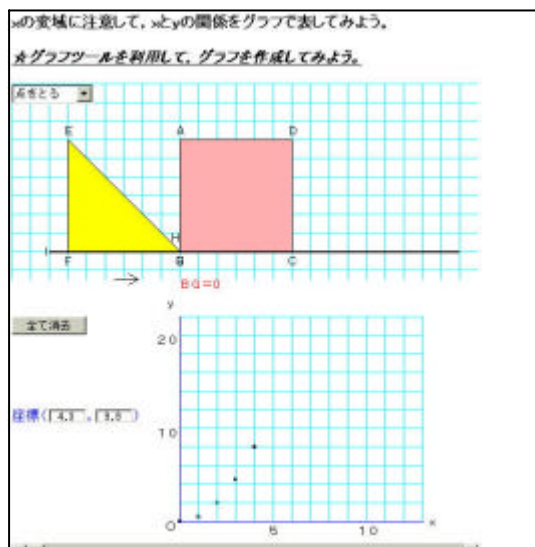


図8 グラフ作成

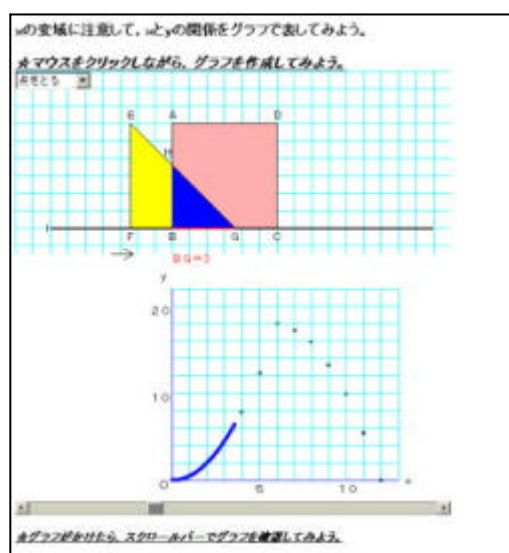


図9 グラフの確認

キ 図形とグラフの関係

図形とグラフの関係画面では、スクロールバーを操作すると、三角形の移動に伴う図形の変化に応じてグラフが変化するようにし、図形の変化とグラフの変化の様子を画面で同時に見せることで、関数の連続性を目で見えて視覚的に認識できるようにした（図10）。

ここでは、三角形の移動の部分は作画を残さず、グラフの軌跡は残すようにしてある。三角形の移動の部分には repaint メソッドを呼び出して作画し、グラフの軌跡は for 文で反復処理を行うことで対応した（図11）。

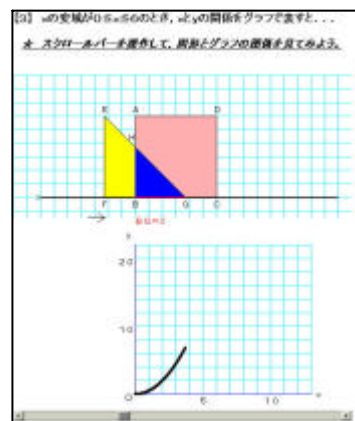


図10 図形とグラフの関係

```
//===== グラフ作成 =====
for (int k=0;k<=bar;k++) {
    if (k<=120) //0<=bar<=120の時
        g.fillOval(hw+k-2,hh-k*k/2/20-2,4,4); //y=1/2x^2
    else //120<=bar<=240の時
        g.fillOval(hw+k-2,hh-(-(k-6*20)*(k-6*20)/2/20+18/2*20)-2,3,3); // y=-1/2(x-6)^2+18}
}
```

図11 グラフの軌跡

3 実践の結果と考察

(1) 授業実践

「関数 $y = ax^2$ の利用」における「図形のなかに現れる関数」の学習において、本ソフト

を活用し授業実践を行い、授業中の観察・授業記録・授業後のアンケートにより、検証を行った。

導入時に、生徒が目にしたことのあるような図形が動く画面を提示した。次に、問題を提示し、プリントで考えさせた。そして、問題把握の支援として、図形を動かせることを教師用コンピュータから示し、自分なりに学習に見通しを持たせた。次に、本ソフトの活用の仕方を説明し、各自の理解の程度や必要に応じて活用するようにさせ、学習を深めていくようにした。

ア 単元の指導計画（関数の利用 3時間）

時	ねらい	学習活動	支援	評価項目
1	・身のまわりにある事象の中から関数 $y = ax^2$ を見だし、その特徴を理解させる。	・身のまわりの中から関数関係にあるものを見つけ、問題解決をする。	・身近な事象を取り上げたり、具体物を使って視覚的にとらえさせる。	(関)日常生活の問題解決に当たり、関数に関心をもち進んで利用しようとする。 (知)身のまわりにある関数 $y = ax^2$ とそのグラフについて理解する。
2 本時	・図形のなかに現れる関数について調べさせ、問題を解決させる。	・図形を移動させるときに現れる関数について調べ、問題解決をする。	・パソコンのシミュレーションを使い、具体的に操作をさせることで、体験的にとらえさせる。	(関)図形を移動させるときに現れる関数の問題解決に当たり、関心を持ち進んで解決しようとする。 (考)表や式やグラフでの確にとらえ、関数の考えを使って、能率的に問題を解くことができる。 (表)関数の考えを使って、表や式やグラフに表すことができる。
3	・関数を生徒の目で発見させ、追究し調べさせる。	・関数を自ら発見し、追究し、調べる。	・模型やパソコンのシミュレーションを活用し、体験的・視覚的にとらえさせる。	(関)課題の中に潜む関数を自ら発見し、追求し、調べていこうとする。 (表) y を x の式で表し、その変域の対応関係を調べたり、グラフに表したりできる。

イ 本時の展開

目標

図形の計量に潜む関数に関心をもち、見通しを立てて追究し、表やグラフや式を通して調べ、課題を解決することができる。

展開

学習過程	時間	学習活動	活動の支援	評価の観点
・課題を把握し、本時の学習の見通しをもつ。 【見通し 1】	15	・課題をつかみ、解決の見通しを持つ。 ・変化する様子に気づく。	・まず、頭で考えさせる。 ・シミュレーションにより課題を提示し、視覚的にとらえさせる。	・題意を正確に把握し自ら進んで問題を解こうとしているか。(関) <観察>
・課題を追求する。	25	・自分なりに考え、表や	・パソコンを必要に応じて操	・自分なりに考え、課題

【見通し 2】	式、グラフを利用して、解決する。 ・ y と x の関係が x の2乗に比例する関数になるか、それ以外の2次関数になることがわかる。	作しながら考えていくことを知らせる。 ・行きづまったときには、質問したり、友達に相談したり、パソコンを参考にすることを促す。 ・解決した生徒には、発展的な課題(例 $6 < x < 12$)に挑戦してよいことを知らせる。	を解決していこうとしているか。(関) <観察・机間指導> ・ y と x の関係を表や式、グラフに表すことができる。(表・処) <机間指導> ・表や式、グラフから、その特徴を調べることができる。(考) <机間指導>
・発表し、本時のまとめをする。	10 ・自分の調べたことを確認するとともに、他の量の変化の様子も知る。 ・本時の学習を振り返り自己評価をする。	・自力解決できたことを認め、必要に応じそれぞれの関数の特徴を補足する。	・本時の学習のまとめができ、自己の課題を持つことができたか。(関) <ノート>

(2) 結果と考察

ア 見通し1(シミュレーションソフトを使った問題提示)について

導入時の図形が動く画面を提示した段階では、図形が動くことに一様に驚き、興味を持った。そして、プリントで問題を把握させると、「難しそう」、「どのように図形が動くのだろう」と思う生徒が多かった。しかし、動くイメージを持たせた後、図形を動かせることを教師用コンピュータの画面を一斉に示すと、自分でも動かせることに興味・関心を示し、その後も、意欲的に取り組んでいた。

授業後の感想では、「考えたイメージと違ったので、確認できてよかった」、「直角二等辺三角形はすぐ出たけど、動かすまでは台形に気づかなかった」、「自分の手で動かすとずれるし、よく動かないからイメージできないけど、パソコンだとわかりやすく楽しかった」と答えた生徒が多かった。また、問題を把握しただけでイメージできた生徒の中には、「プリントを見て、イメージできたが、図形を動かしてみたことによって、更にイメージできた」という声もあった。このことから、画面で図形を動かしたことは、数学的活動の楽しさを味わう上で有効であったと考える。

イ 見通し2(表や点やグラフの確認ができたり、図形の動きに伴うグラフの変化を視覚的にとらえること)について

「思い出してみよう」や「見てみよう」の画面については、その画面を足がかりに気づくことができ、分かりやすかったようである。授業後の感想では、「見ているうちにだんだんわかってきたので、やる気が出て楽しかった」、「とってもわかりやすかった」、「自分一人で考えると難しいが、パソコンを使うとわかりやすかった」という声があった。グラフ作成の段階では、点を細かく取ることができるので、方眼紙に書いた自分のグラフと見比べたり、友達の画面と見比べたりして声を掛け合い、楽しく学習しながらグラフの概要をつかんでいた。授業後の感想では、「点を取るのが簡単で、楽しかった」と答えている。

ウ 見通し3(Javaを使用し、シミュレーションソフトを作成したこと)について

授業中の生徒の操作をする様子や会話などから、画面については「きれいで見やすかったので興味がわいた」、「動く画面を見て、1時間楽しく学習できた」という声が多く、マウス操作についても、授業後の感想で多くの生徒が「使うのが簡単だったので、考えやすかった」と

答えている。また、HTML によりページジャンプが容易にできたことで、見たい画面に何度も戻ったり、自分の学習のペースに合わせてページを活用できたことから有効であったと考える。

全体を通じて、授業後の生徒との会話等も含めると、「難しかったけど、パソコンを使わなかったら、もっと難しくてやる気が出なかったかも」、「グラフの確認のところ、台形の部分は何となく点はとれたけど、動くグラフを見たことで感激した」、「台形になるところが、ただ、グラフを逆にしただけだと思った。パソコンを使った方がとてもわかりやすい。」という声があり、パソコンを活用しての学習はほとんどの生徒がよかったと答えている。

研究のまとめと今後の課題

1 研究の成果

本研究において、中学校3年数学における関数の利用の学習の中で本ソフトを活用し、授業を実践した結果、次のようなことがわかった。

生徒自身が実際に図形を移動させながら関数を見いだしたことは、授業での生徒の驚く様子や事後の感想からも興味・関心を持って自ら課題に取り組むことができたと考える。

シミュレーションを活用したことで、ふだん楽しさを味わえることの少ない生徒たちが、「見てみよう」や「思い出してみよう」の画面を活用したことで、「わかりやすかった」、「たのしかった」という事後の感想を持つことができ、楽しさを味わえることにつながった。また、数学的活動の楽しさを十分に知っている生徒にとっても、グラフの確認や図形とグラフの動きなどは非常に興味深く活用していたことは、数学的活動の楽しさを更に深めることにつながった。

Java を使用してソフトを作成したことにより、細かい図形の動きやきれいな画面が作成できたことや、マウス操作で点がプロットできたり、スクロールバーやボタン操作が容易にできたことも生徒にとっても活用しやすかったと考える。

2 今後の課題

グラフをかく画面において、マウスで曲線がかきずらく、放物線をかくことに余り有効性がなかったことから、今後、プログラムに修正を加え、グラフがかきやすいソフトにしていきたい。

生徒の「ほかの似たような問題でも、是非、コンピュータでやってみたい」という声にこたえていくためにも、ソフトの数を増やしていきたい。

このような本研究における課題をもとに、これからの授業において、コンピュータを活用しての授業を有効に設定していきたい。そのために、活用しやすいソフトを今後も作成していきたいと思う。

< 参考・引用文献 >

- ・山本 芳人 著 『Java による図形処理入門』 工学図書株式会社(2001)

< 商標について >

- ・Microsoft Internet Explorer は、米国 Microsoft Corporation 米国及びその他の国における登録商標又は商標です。
- ・Java 及びその他の Java 関連の商標やロゴは、米国 Sun Microsystems 社の米国及びその他の国における登録商標又は商標です。

