

群 教 セ	G03 - 03
	平 15.211 集

数学を学ぶ楽しさを味わう指導の工夫

— 気付きの根拠を探求する活動を取り入れて —

長期研修員 早川 洋一郎
長期研修員 萩原 裕一郎

《研究の概要》

本研究は、気付きの根拠を探求する活動を取り入れることによって、数学を学ぶ楽しさを味わうことを目指したものである。具体的には、物事の関係やきまりを見つける活動、数学的な根拠を関連付ける活動、実生活における活用方法を探る活動を取り入れることにより、学習意欲をもち、既習内容を使っていく中で、学んできたことの有用性や活用する楽しさを感じ、数学を学ぶ楽しさを味わえるように指導の工夫をしたものである。

【キーワード：数学—中 学ぶ楽しさ 見つける 関連付ける 活用する】

I 主題設定の理由

急激な社会の変化に対応するために、子どもたちには、自ら課題を見つけ、自ら考え、主体的に判断し、創造的に生きていく力が求められている。したがって、基礎的・基本的な知識・技能の習得はもちろんのことであるが、それにとどまらず、学習したことを生きて働くように身に付けていくことが必要である。

このことを受けて、中学校の数学教育においては、物事をよく観察したり、関連付けて考えたり、問題解決の過程を振り返って考えたりして身に付けてきた数学的な見方や考え方などを、進んで活用する態度を育てることが求められている。そのために、実生活との関連を図りながら、自ら見つけた課題を主体的に解決していく活動を取り入れて、数学を学ぶ楽しさを味わいながら学習を進められるようにすることが必要であると考えられる。

平成13年度教育課程実施状況調査によれば、「数学の勉強が好きか」、「数学を勉強すれば普段の生活や社会に出て役に立つと思うか」という質問に、「そう思う」と答えた生徒の割合が低い。また、新しい学習内容と既習内容との間にどのような関係があるか考えようとしている生徒は少ないという結果である。このことから数学の学習に対する意欲はあまり高くなく、必要性も感じていないことが分かる。置籍校で行ったアンケート調査からも同様の結果が得られた。

日常の数学の学習における生徒の様子を見てみると、多くの生徒が計算練習などには積極的に取り組んでいる。しかし、答えを出すまでの論理的な思考過程よりも答えそのものの正誤に目が向いてしまったり、考え方を問う問題に対しては学習意欲が低く、一部の生徒の発表や教師の説明を待つ姿勢になったりする傾向がある。これは、これまでの数学科の指導が知識や技能の定着を目指すことを重視して行われ、自ら見つけたことを授業の中で活かしたり、とことん考え抜き結果を導き出した充実感を味わったり、身に付けたことを他の場面で活用したりするなどの経験が少なかったことから、数学を学ぶ楽しさや面白さが味わえなかったことが要因の一つとして考えられる。

そこで、身近な生活の中から気付いたことについて、その根拠に基づいてじっくりと解決方法を探求していく活動、すなわち気付きの根拠を探求する活動を取り入れることにより、既習内容を活用して自分なりに考えられたときに感じ取れる数学を学ぶ楽しさ、面白さを味わうことができるものと考えた。気付きの根拠を探求する活動は、直観的な気付きから観察や操作・

実験を通して物事の関係やきまりを見つける活動、見つけた関係やきまりが成り立つことを確かめるために必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動、今までの学習内容の実生活における活用方法を探る活動である。これらの活動を取り入れることにより、つかむ過程では、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつことができる。追求する過程では、考え方の多様さ、関連の広がりには驚きながら、既習内容が使えたことを実感することができる。広げる過程では、自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じながら、数学を活用する楽しさを味わうことができる。このような学習を通して、数学を学ぶ楽しさを味わうことができるものとする。

以上のことから本主題を設定した。

Ⅱ 研究のねらい

数学の学習において、気付きの根拠を探究する活動を取り入れることにより、数学を学ぶ楽しさを味わうことができることを実践を通して明らかにする。

Ⅲ 研究の見通し

数学の学習において、次のような見通しで、気付きの根拠を探究する活動を取り入れれば、数学を学ぶ楽しさを味わうことができるであろう。

1. つかむ過程で、直観的な気付きから観察や操作・実験を通して物事の関係やきまりを見つける活動を取り入れれば、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつことができるであろう。
2. 追求する過程で、見つけた関係やきまりが成り立つことを確かめるために必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動を取り入れれば、考え方の多様さ、関連の広がりには驚きながら、既習内容が使えたことを実感することができるであろう。
3. 広げる過程で、今までの学習内容の実生活における活用方法を探る活動を取り入れれば、自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じながら、数学を活用する楽しさを味わうことができるであろう。

Ⅳ 研究の内容と方法

1 研究の内容

(1) 数学を学ぶ楽しさを味わうことについて

数学を学ぶ楽しさとは、身近な生活において、自分が直面した問題を今までに身に付けた数学的な知識や技能、数学的な見方や考え方を駆使し、筋道を立てて考察することができたときに感じるものである。この楽しさは、身近な生活の中から気付いたことを基に、観察や操作・実験などを通して物事の関係やきまりを見つけたり、今までに経験したことを使って類推したり、数学的な根拠を使って論証したりしていく中で、解決のための考え方の多様さ、学んだことの関連の広がり、自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じながら味わうものとする。そこで数学を学ぶ楽しさを味わう生徒の姿を、学習過程で次のようにとらえた。

- ① 学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつ(つかむ過程)

自らの学習課題を把握できないのは、事象から問題をとらえる過程に原因があると考える。身近な生活の中から「あれっ！もしかして」と直観的に気付いて、観察や操作・実験などの数学的活動を通して物事の関係やきまりを見つけ出す。このことから、「どうして成り立つの？」という疑問が生じる。この疑問を、自らの学習課題としてとらえることで、これからの学習に興味・関心をもって意欲的に取り組むことができるようになる。

② 考え方の多様さ、関連の広がりには驚きながら、既習内容が使えたことを実感する(追求する過程)

見つけた関係やきまりが本当に成り立つかどうか、今までに学んだ根拠のどれを基に判断したらよいかを、筋道を立てて考えながら確かめる。ここで、生徒同士互いに考え方を交流し合うことで、一つの問題を解決するために多様な根拠が見つけれられたり、一つの根拠が多様な問題解決に使われたりしていることを知り、驚き感動しながら、既習内容が使えたことを実感できるようになる。

③ 自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じながら、数学を活用する楽しさを味わう(広げる過程)

生徒は新たな問題として、実生活に結び付いた問題に取り組む。生徒は今までに学習してきた内容や考え方と関連付け、それらをどのように活用していくかを自分なりに考え解決していくとする。このことで、今までに学んできた数学を活用する楽しさを味わうことができるようになる。

以上のように、数学を学ぶ楽しさを味わうとは、①から③を段階的に感じていくことであると本研究ではとらえる。

(2) 気付きの根拠を探求する活動

身近な生活の中から気付いた関係やきまりが成り立つには、何かしらの根拠があるはずである。そこで、気付きの根拠を探求する活動とは、今まで学習してきたことや経験などを基にして、自分なりに解決の根拠や手順を試行錯誤しながら探求し、筋道を立てて解決していく活動であるととらえる。

本研究では、数学を学ぶ楽しさを味わうために、それぞれの学習過程に、次のような気付きの根拠を探求する活動を取り入れることにした。

ア 直観的な気付きから観察や操作・実験を通して物事の関係やきまりを見つける活動

数学の学習では、直観的な思考や実測などによる帰納的な推論、類推などにより、自分なりに何かに気付くことが大切である。そこで、身近な生活の中から生徒が興味・関心をもち、多様な見方ができる問題を提示する。そして、そこで直観的に気付いたことから観察や操作・実験などの数学的活動を通して物事の関係やきまりを見つけていく。ここでの探求する活動とは、帰納的に見つける活動ととらえる。こうした活動を通して、関係やきまりについて、「あれっ！もしかして」という気付き、「なんでだろう？」という疑問をもちながら、自分の課題としてとらえ、解決することへの意欲をもつことができるものとする。そして、ここでの気付きが、「○○だから～なん

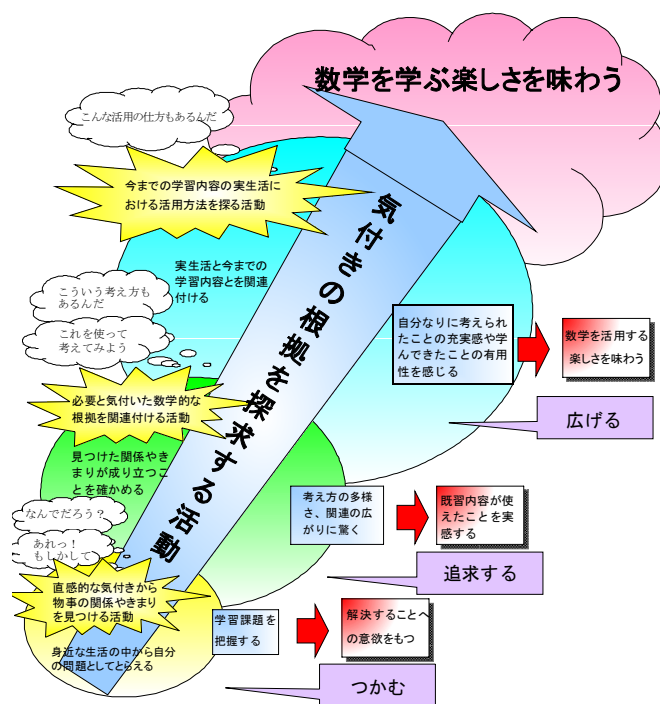


図1 研究構想図

だ」という根拠に基づいた推論につながり、数学を活用する楽しさを引き出すことができるものとする。

イ 必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動

直観的に気付いたことに対し、「どうしてそうなるのだろうか」とその関係やきまりが本当に成り立つかどうかを数学的な根拠に基づいて推論していく必要性が生じる。ここでの探求する活動とは、本単元又は以前の単元で学んだ関係やきまりと関連付けながら、演繹的に推論していく活動ととらえる。この活動を通して、一つの問題を解決するのに、様々な根拠がかかわっていたり、一つの根拠が多様な問題の解決を可能にしたりすることに驚きながら、既習内容が使えたことを実感できるものとする。

ウ 今までの学習内容の実生活における活用方法を探る活動

実生活に結びついた問題を解決していくに当たって、今までに学んだ知識や技能、数学的な見方や考え方などの関連を振り返り、それらをどのように活用していくかを自分なりに探っていく活動である。ここでの探求する活動とは、実生活において、帰納的に見つけられた関係やきまりを、必要と気付いた数学的な根拠を関連付けて演繹的に確かめていく活動ととらえる。このように実生活の中で数学を活用する経験を積むことで、自分なりに解決できたという充実感や今までに学んだことの有用性を感じ、学習してきたことをさらに深め、広げることができるとともに、数学の学習により一層興味・関心をもつことができるものとする。その結果、数学を学ぶ楽しさを味わうことができるものとする。

2 研究の方法

(1) 授業実践計画

実践 1		実践 2	
対象	前橋市立第五中学校 2年1, 2組 基礎コース24名	対象	藤岡市立西中学校 3年2組32名(習熟度別少人数指導時発展コース18名)
期間	平成15年10月上旬～10月下旬 10時間予定	期間	平成15年10月中旬～11月上旬 11時間予定
題材名	平行線と角(4章 平行と合同)	題材名	相似な図形(5章 相似と比)
授業者	長期研修員 早川 洋一郎	授業者	長期研修員 萩原 裕一郎
抽 出 生 徒			
A子	図形の学習はあまり好んでいない。筋道を立てて考えるのが苦手である。数学で学習したことが役に立っているという意識は低い。そこで、問題解決において、今までに学んだこととの関連を意識するようにし、学んだことが身近な生活の中でも活用されていると感ずることができるようしていきたい。	A子	図形の学習はあまり好んでいないが、問題に対しては進んで取り組もうとする。基礎的・基本的な知識・技能は身に付けている。自らが身に付けてきたことが、新たな問題の解決や日常生活の中の問題の解決に活かされたり、友達の考えから学習事項の関連の広がりを感じたりすることを通して、学んできたことを活用する楽しさを味わえるようにしたい。
B子	図形の学習は好きである。友達の考え方や意見を抵抗なく受け入れ、それをヒントに自分なりに考えようとする。筋道を立てて相手に説明することが苦手である。そこで、友達の考え方のよさや自分の考え方のよさを友達との話し合いの中で気付くこと、結果を導く根拠や手順を明確にすることができるようしていきたい。	B子	図形の学習は好きである。じっくり考えようとするので、根拠を明確にしながらか問題を解決していくことを通して、学習してきたことが活かされることを実感しながら、新しい問題に意欲的に取り組むようにしたい。

(2) 検証計画

検証項目	検証の観点		検証の方法
	実践 1	実践 2	
見直し 1	つかむ過程で、トレリスを見て気付いたことから、観察や実測を通して角の性質を見つける活動を取り入れたことは、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつのに有効であったか。	つかむ過程で、北海道の形を3倍に拡大することを通して、相似の意味や相似な位置にある図形のかき方を考える活動を取り入れたことは、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつのに有効であったか。	・学習活動の記録(VTR) ・学習プリント ・学習カード ・発表資料と発表内容、発表態度 ・振り返りシート ・事後アンケート
見直し 2	追求する過程で、三角形の内角の和や矢じりの形における角について、見つけた性質を確かめるために必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動を取り入れたことは、考え方の多様性に驚きながら、既習内容が使えたことを実感するのに有効であったか。	追求する過程で、自分が気付いた図形の性質が成り立つことを確かめるために必要な三角形の相似条件を中心とした既習内容を関連付ける活動を取り入れたことは、一つの既習内容が多様な問題解決の根拠として、関連の広がりをもっていることに驚きながら、自ら学んできたことが使えたことを実感するのに有効であったか。	
見直し 3	広げる過程で、カエデの葉の形を使って角の性質を探る活動を取り入れたことは、多角形の内角の和や矢じりの形における角の性質などの既習内容を使って、自分なりに考えられたことの充実感や、身近なものが今までに学習した内容に使えた感動を感じながら、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったか。	広げる過程で、今までに学習してきた相似の考え方をを使って間接的に校舎や木の高さを求める活動を取り入れたことは、学習したことが生活に活かされる感動と自分なりに考えられたことの充実感を得ながら、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったか。	

V 研究の実践

<実践例1 前橋市立第五中学校2年「平行線と角」>

1 題材の考察

第2学年における図形の学習では、論理的に筋道を立てて正しい推論を行うことができるようにするとともに、その推論の過程を正しく表現できるようにすることが重要なねらいである。

本題材では、基本的な図形の性質を演繹的な推論により考察していくことを学習する。小学5年生で、1本の直線に垂直に交わっている2本の直線は平行であることを学習している。また、図形による敷き詰めを通して、三角形の内角の和は 180° であること、四角形や五角形の内角の和は対角線によって分割すれば求められることなどを学習している。これらの学習を受けて中学校では、「対頂角は等しい」「三角形の内角の和は 180° である」ことなどを、実測などを通して帰納的に見いだすとともに、それらの性質を演繹的に考察し、一般性を確かめていく。また、様々な平面図形の角の性質について、直観や帰納的な推論、類推などの方法により見いだしたことを、既習内容と関連付けながら演繹的に考察していく。

実態調査の結果、「見通しをもって解こうとしている」、「何でだろうと考えることは楽しい」と答えた生徒は多いが、数学で学習したことが実生活に役立っていると感じている生徒はおおよそ半数であった。そこで、身近な生活における問題の解決に当たって、直観的な気付きなどを大切にしながら、解決への見通しをもち、今までに学んできた数学とどのように関連付けられるかを考える機会を設定していく必要があると考える。

本題材では、トレリスを見て気付いたことから観察や実測を通して角の性質を見つける活動、三角形の内角の和や矢じりの形における角の性質の証明において数学的な根拠を関連付ける活動、カエデの葉の形から角の性質を見つけたことを今までに学んだことと関連付けながら自分なりに解決していく活動を、それぞれの学習過程で取り入れる。これらの学習を通して、解決に向けた意欲をもちながら、数学を学ぶ楽しさを味わえるようにしていきたい。

また、学習内容の習熟の程度に応じられるように、基礎コースと応用コース、発展コースの3コースに分けた少人数指導を取り入れていく。

2 題材の目標と評価規準

(1) 題材の目標

観察や操作・実験を通して帰納的に見いだした平面図形の性質を、平行線の性質や三角形の内角・外角の性質などを基にして演繹的に証明できるようにする。

(2) 題材の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解
観察や操作・実験を通して、平面図形の基本的な性質を直観的に見いだしたり確かめたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考察することのよさに気付いている。	平面図形の基本的な性質などについての基礎的な知識を身に付け、数学的な推論を用いて考察することができる。	平面図形の基本的な性質を用いて、図形の角の大きさを求めたり、推論の筋道を言葉で表現したりすることができる。	平面図形の基本的な性質などを理解するとともに、図形の性質を調べるときの仮定や結論、証明の筋道について理解している。

3 指導・評価計画(全10時間予定)

<本研究と関連する時間を抜粋>

過程	時間	基礎コース			
		●ねらい ・主な学習活動	具体的評価規準	・支援及び指導上の留意点 ☆「努力を要する」状況と判断した生徒への手だて	評価項目(評価方法)
つかむ	1	●観察や操作・実験を通して、対頂角や平行線の性質を見いだす。 ●対頂角や平行線の性質に関する用語の意味とその性質を理解する。	【関・意・態】 観察や操作・実験を通して角の性質に興味をもち、調べよう	・角度にこだわらず自分なりに気付いたことを自信をもって書くよう伝える。 ・分度器で角度を測ったり、定規で長さを測ったり、実物を見たり、動かしたりと自分なりの方法で見つ	観察や実測などにより様々な角の性質を見いだしている。 (観察、学習プリント、振

	<p>デザイン画から、いろいろな図形の性質を見つけよう！ <Part1></p> <ul style="list-style-type: none"> ・トレリスを見ながら図形の性質などを見いだす。 ・気付いたことから実測などの方で関係やまわりを見つける。 	とする。	<p>【知識・理解】 対頂角、同位角、錯角の意味、対頂角や平行線の性質を理解している。</p>	<p>けられるよう助言する。 ☆角について調べる観点を助言し、等しい角はどこのか見つけられるようにする。 ☆定理を振り返りながら個別に補充学習をすすめる。</p>	<p>り取りシート)</p> <p>対頂角、平行線の同位角や錯角について理解している。(学習プリント、振り返りシート)</p>	見通し1
2	<p>●観察や操作・実験を通して、三角形の内角の和や多角形の内角の和の性質を見いだす。</p> <p>デザイン画から、いろいろな図形の性質を見つけよう！ <Part2></p> <ul style="list-style-type: none"> ・図中から三角形・四角形を見いだし角の性質について調べる。 ・気付いたことから実測など自分なりの方法で関係やまわりを見つける。 ・n角形の内角の和について、規則性を見つかる。 	<p>【表現・処理】 三角形の内角の和、多角形の内角の和を求めることができる。とともに、その求め方を説明することができる。</p> <p>【知識・理解】 三角形の内角とその和の意味、多角形の内角の和の意味を理解している。</p>	<p>・トレリスを提示し、三角形に着目できるようにしていく。</p> <p>・多角形は、三角形が集まってできていることに気付くようにする。</p> <p>・それぞれの多角形の内角の和から類推し、nが1増加すると内角の和は180°増加することに気付き、n角形の内角の和を予想できるようにする。</p> <p>☆規則性に気付かない生徒には、内角の和がいくつずつ増えているかを助言する。</p>	<p>様々な多角形の内角の和について調べ、対角線により分割して求めている。(観察、学習プリント)</p> <p>三角形の内角とその和の意味、多角形の内角の和の意味について理解している。(学習プリント、振り返りシート)</p>	見通し1	
5	<p>●三角形の内角の和が180°となることを演繹的な推論を用いて考察することができる。</p> <p>三角形の内角の和が180°となることを既習内容を使って考えよう</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の内角の和が180°となることを、実測や操作など自分なりの方法で確かめる。 ・三角形の内角の和がなぜ180°になるのかをグループで意見を出し合い、解決の見通しを立てる。 ・同じ見通し同士でグループングし、解決に向け、数学的な根拠と関連付けながら、考え方をさらに練り上げる。 ・解決の過程から、三角形の一つの外角はそれと隣り合わない二つの内角の和に等しいという新たな性質を発見する。 	<p>【関・意・態】 三角形の内角の和に関心をもち、その求め方を考察しようとする。</p> <p>【見方・考え方】 三角形の内角の和を求める方法を既習内容を用いて論理的に考察することができる。</p>	<p>・3分割された三角形の内角の和を確認できる教具を一人一人に配布し、角を並べ内角の和が180°となることを視覚的に確認できるようにする。</p> <p>・考えるために使用した補助線を黒板に書いていくようにし、多様な考え方があつたことに気付けるようにする。</p> <p>☆三角形の内角の和が180°である理由を説明できない生徒には、今までに学習したことを振り返り、補助線を引くことにより、どの角が等しくなるのかを見つかけられるようにする。</p> <p>・発表したどの方法でも、根拠に基づいた証明ができることを知り、既習内容が使えたことを実感できるようにする。</p>	<p>三角形の内角の和が180°になる理由に関心をもち、その証明を意欲的に考えようとしている。(観察、振り返りシート)</p> <p>三角形の内角の和が180°になることを、平行線の性質を用いて自分なりに考えている。(学習プリント、振り返りシート)</p>	見通し2	
8	<p>●様々な図形の性質に関心をもち、演繹的な推論や類推を用いて、予想したり、考察したりすることができる。</p> <p>矢じりの形における角の性質について気付いたことを、今までに学んだことと関連付けて確かめよう。</p>  <ul style="list-style-type: none"> ・矢じりの形における角について、予想し、実測により確認する。 ・自ら立てた見通しにより、矢じりの形における角の性質について、既習内容と関連付けながら証明する。 ・自分の考え方を、グループ内で発表し合い、数学的な根拠によるものかどうか検討し合う。 ・関連図を作成する。 	<p>【関・意・態】 平面図形の性質の調べ方には実験・実測による方法や証明による方法があることや、証明による方法の楽しさに気付く。</p> <p>【見方・考え方】 平面図形の性質を既習内容と関連付けて体系的にとらえることができる。</p>	<p>・矢じりの形から直観的に予想した角の性質を実測により確かめるよう伝える。</p> <p>☆数学的な根拠と関連付けられない生徒のために、補助線の引き方によって場合分けされたヒントカードを用意する。</p> <p>・自分の考え方を説明するとともに、友達のことを聞き、自分の考え方の違いを明らかにしていく。</p> <p>・グループで協力して、一人一人の考え方がついで、今までに学習した数学的な根拠に基づいているものかどうかを検討できるようにする。</p> <p>・自分の考え方を説明したり、友達のことを聞いたりすることで、数学的な根拠を用いた証明は誰でも納得できるというよさに気付くようにする。</p> <p>☆補助線の引き方をアドバイスし、既習内容を確認しながら、解決への見通しをもてるようにする。</p> <p>・黒板に書いたフラッシュカードを基に、一人一人の考え方がどの数学的な根拠によって解決しているのかを関連付ける活動を行う。</p> <p>・多様な考え方に触れるとともに、黒板に関連図を書き表すことで、どの根拠を使っても解決できることに気付けるようにする。</p>	<p>同じ図形の性質を証明するのに、様々な考え方・方法があることを知り、既習内容が活用されていることを実感している。(振り返りシート)</p> <p>矢じりの形における角の性質を説明するために、既習内容と関連させながら考えている。(学習プリント)</p>	見通し2	
9	<p>●様々な図形の性質に関心をもち、多角形の内角・外角の和や平行線の性質などを利用して、図形の性質を証明することができる。</p> <p>カエデの葉の秘密を探ろう。</p>  <ul style="list-style-type: none"> ・玄関前にあるカエデの葉を観察する。 ・自分なりに抽象化したカエデの葉の形の角の性質について考える。 ・カエデの葉の形について、実測したり、根拠を明らかにしたりして、自分なりの方法でカエデの葉の形の角の性質を発見する。 ・一部凹多角形と凸多角形に分類し、それぞれの角の性質をまとめる。 	<p>【関・意・態】 身近な生活の中にある物が数学に活用できる事象があることに気付き、その活用を楽しさを味わう。</p> <p>【見方・考え方】 様々な平面図形の性質を、自らの気付きに基づいて、既習内容と関連付けながら論理的に考察することができる。</p>	<p>・カエデの葉を実際に手に取って見ることで、身近な事象としてとらえさせたい。</p> <p>☆角の性質に気付かない生徒には、矢じりの形はどのような性質があつたかを振り返ることにより、カエデの形の角の性質を、予想できるようにしていく。</p> <p>・補助線を引くことにより三角形や矢じりの形が現れることに気付くその性質を活用できないものか考えるようにする。</p> <p>・考察していく上で、形の同じもの同士でグループをつくり、小集団で協力し話し合いながら学習を進めるようにする。</p> <p>・今までに学習してきたことをどのように関連付けていくかのポイント、「関連付けさせるためにどのような補助線を引くか」とする。</p> <p>・同じ図形を選んだグループの中から、関連付けた根拠の違い、補助線の違いなどにより、さらにグループ分けしていく。</p> <p>・関連付けた根拠を順序立てて記述し、説明できるようにしておくよう伝える。</p>	<p>今まで学んできた数学を活用して問題を解決していることの楽しさを感じている。(観察、振り返りシート)</p> <p>気付いた性質を証明するために、既習内容や考え方と関連付けながら自分なりの方法で考えている。(観察、学習プリント)</p>	見通し3	

4 研究の結果と考察

(1) つかむ過程で、トレリスを見て気付いたことから、観察や実測を通して角の性質を見つける活動を取り入れたことは、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつのに有効であったか

トレリスから気付くことを挙げてみようとして課題を提示した。生徒はトレリスを伸ばしたり縮めたりしながら、「向かい合っている角の大きさが等しい」「四角形の対角が等しい」「同位角や錯角が等しい」など様々なことに気付いていった(資料1)。中には、本当に等しいのだろうかかと分度器を使って確かめる生徒もいた。第2時では、多角形の内角の和を求める方法を見つける活動を行った。生徒は、多角形を幾つかの三角形や四角形に分割することで、内角の和を求める方法を見つけることができた。さらにこのことが三角形の内角の和が 180° であることが前提とされていることに気づき、なぜ三角形の内角の和が 180° となるのかを探求する意欲につながった。見つけた図形の性質については、「気付いたことコーナー」(資料2)に掲示し、演繹的に確かめていく次の学習過程につなげられるようにした。

A子は、五角形や六角形の内角の和を求めるのに、「多角形を幾つかの三角形に分割しその個数に 180° をかけ、後から余分な角を引けばよい」という自分なりの方法を見つけ友達に説明した。授業後の感想では、自分なりの方法が見つけたことと友達に説明できた喜びを書いた。また、「三角形の三つの角の和がなぜ 180° になるのか不思議に思った。」とも書いた。

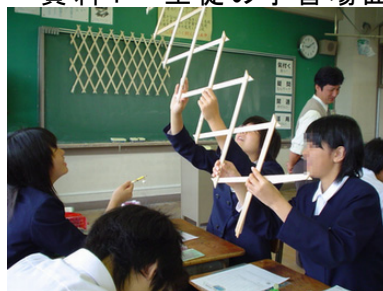
B子は、トレリスを観察しながら、「向かい合った角の大きさが等しい」ことに気づき、実測して確かめた。授業後、対頂角の性質を大変よく理解できたと振り返った。

以上のことから、トレリスを伸ばしたり縮めたりする操作や観察、実際に分度器で測る作業を通して、角の性質を見つける活動を取り入れたことは、「どうして角の大きさが等しくなるのだろうか。」と授業後の感想(資料3)にあるように、自らの疑問から、「角の大きさが等しくなることを証明しよう。」、いう今後の学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつことができるのに有効であったと考える。

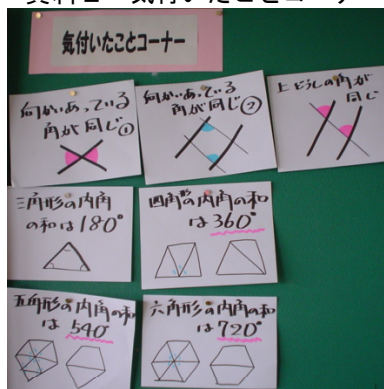
(2) 追求する過程で、三角形の内角の和や矢じりの形における角について見つけた性質を確かめるために必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動を取り入れたことは、考え方の多様さに驚きながら、既習内容が使えたことを実感するのに有効であったか

三角形の内角の和が 180° であることを証明する場面と、矢じりの形における角の性質を追求していく場面で、必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動を取り入れた。三角形の内角の和を求める学習では、生徒は、資料4のような三角形を三つに分割したパズルを操作し、既習内容と関連付けながら考えた。関連付けを支援するものとして、『頭脳パン(今までに学習した図形の性質をまとめたカード)』を一人一人に用意した。矢じりの形を使って角の性質を探る学習では、「今までに学んだことを使えるように見

資料1 生徒の学習場面



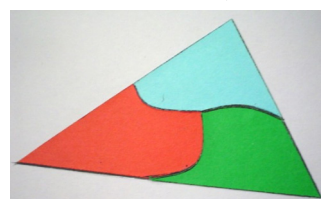
資料2 気付いたことコーナー



資料3 授業後の感想①

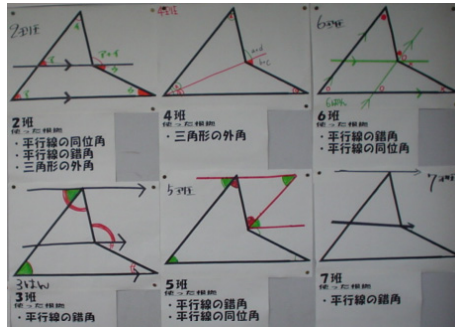
・身近なものからいろいろ学べて楽しかった。
・私でも発見できてよかった。
・なぜ角が等しくなるのか不思議に思った。
・今までに「気付く」という経験がなかったが、今日は沢山気付いて楽しかった。
・気付いたとき、「もっと何かあるはず!」と悩んだ。沢山見つけたとき、「どうしてだろう?」と疑問がわいてきた。

資料4 三角形のパズル



通しを立てて補助線を引いてみよう。」と助言したところ、平行線を引いてその性質を使おうとした生徒や、延長線を引いたり凹点と凸点を結んだりして三角形の内角・外角の性質を使おうとした生徒

資料5 多様な考え方



資料6 授業後の感想②

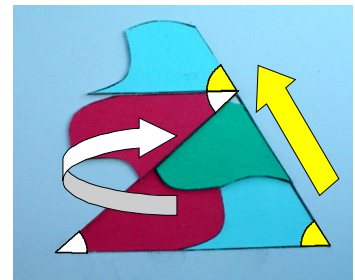
<第5時 三角形の内角の和>
 ・同位角や錯角は使えるんだ！と感じた。
 ・工夫すれば今までのものを使って解決できるんだと思った。
 ・今までに出てきた性質を使うと結構分かりやすく説明できた。

<第8時 矢じりの形>
 ・今までのことを使えるようになったと思った。
 ・矢じりの形の中にはいろいろな角の性質があったので驚いた。
 ・ここに線を引くと対頂角とか錯角、同位角ができると思った。そういうことが考えられてよかった。
 ・補助線を引くと自然と解き方が頭に浮かんできてびっくりしました。
 ・いろいろな考え方が出てきた。特に〇〇くんの方法が面白かったです。

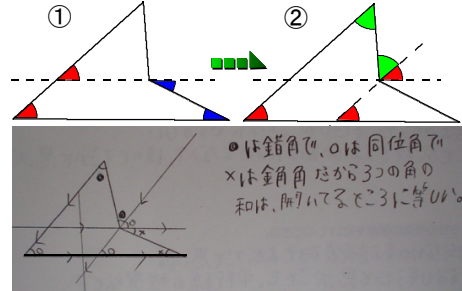
の姿が見られた(資料5)。また、授業後の感想から、学んだ根拠と関連付けて積極的に考察したり、多様な考え方に驚いたりする様子も見られた(資料6)。

A子は、三角形の内角の和について、資料7のように、パズルを移動させながら、内角の部分に印を付け考えたことにより、同位角や錯角の関係に気付いた。この並べ方を基に学習プリントに補助線を書き入れ証明を書いた。授業後の感想では、「パズルを見ながら補助線を書き入れて考えると分かった。自分なりの考え方を見つけだせてよかった。」「今まで学んだことだけでこんなに難しい問題が、簡単に分かるなんて本当にすごいと思った。」と書いた。また、矢じりの形を使って角の性質を探る学習では、資料8の①のように最初1本の補助線を引いて考えようとしていたが、三角形の外角に気付かなかったので、「今までに習ったことを使ってみたらどうかな。」と助言したところ、②のようにもう1本補助線を引いて、平行線の性質を使って考えた。授業後の感想では「自分なりの考え方を発表できてよかったと思った。難しそうだったことも平行線の性質などを使えば簡単に分かった。一つの問題に沢山の考え方があるって驚いた。」と書いた。

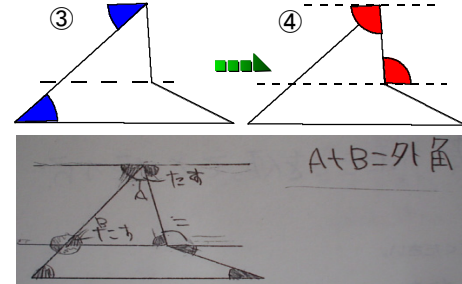
資料7 A子の考え方



資料8 A子の考え方



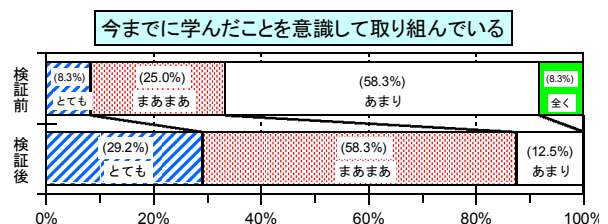
B子の考え方



B子は、矢じりの形を使って角の性質を探る学習では、様々なところに補助線を引き試行錯誤していたが、資料8の③のように1本の平行線を引いたことで錯角の関係を見つけ、④のようにもう1本引くことで考察することができた。授業後の感想では「錯角とかいろいろ使って楽しく探せた。」「自分なりに今まで習ったことを使って解けたから楽しかった。」と書いた。

A子、B子ともに、今までに学習した平行線の性質を何とかして使おうという姿が見られる。また、多様な考え方に驚き、考察するためにその性質を使えた喜びを実感している。また、事後アンケートから「今までに学んだこととどんな関係があるか意識して取り組んだ」生徒の数が倍に増えたことが分かる(資料9)。

資料9 意識調査①



以上のことから、必要と気付いた数学的な根拠を関連付ける活動を取り入れたことは、考え方の多様さに驚きながら、既習内容が使えることを実感するのに有効であったと考える。

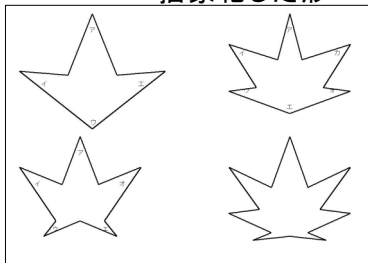
(3) 広げる過程で、カエデの葉の形を使って角の性質を探る活動を取り入れたことは、多角形の内角の和や矢じりの形における角の性質などの既習内容を使って自分なりに考えたことへの充実感や身近なものが今までに学習した内容に使える感動を感じながら、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったか

実生活における活用方法を探る場面で、校庭に植樹されているカエデの葉を実際に使って、角の性質を探る活動(資料10)を取り入れた。授業では、カエデの葉を抽象化した形(資料11)で考察していくようにした。過半数の生徒が三つ手のカエデの葉を選択し、残りの生徒は五つ手のカエデの葉を選択した。生徒は、補助線を引くことで矢じりの形の存在に気付き、さらに、実測したことでほとんどの生徒が角の性質を予想することができた。内角の和に着目して考察した生徒は、以前の多角形の内角の和を考察した手順を振り返り、幾つかの三角形に分割することで凹六角形の内角の和を求めていた。また、凹多角形と凸多角形の内角の和を比較するよう助言したことで、 n 角形の内角の和の公式が使えることを発見することができた。凹角と凸角の関係で考察した生徒は、カエデの葉の形の内部に補助線を引いて矢じりの形を見だし、以前に学習した矢じりの形における角の性質を活用して考察した(資料12)。

資料10 カエデの木を前に



資料11 カエデの葉を抽象化した形

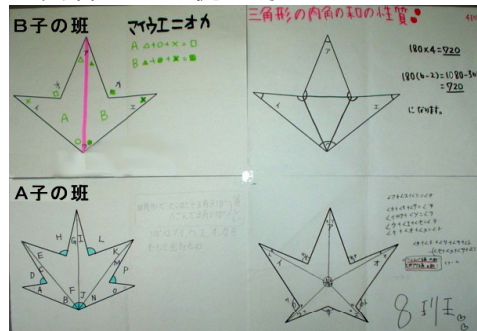


生徒は、補助線を引くことで矢じりの形の存在に気付き、さらに、実測したことでほとんどの生徒が角の性質を予想することができた。内角の和に着目して考察した生徒は、以前の多角形の内角の和を考察した手順を振り返り、幾つかの三角形に分割することで凹六角形の内角の和を求めていた。また、凹多角形と凸多角形の内角の和を比較するよう助言したことで、 n 角形の内角の和の公式が使えることを発見することができた。凹角と凸角の関係で考察した生徒は、カエデの葉の形の内部に補助線を引いて矢じりの形を見だし、以前に学習した矢じりの形における角の性質を活用して考察した(資料12)。

授業後の感想(資料13)にあるように、数学の有用性を感じた生徒が多かった。また、身近なものが数学に活用できることを実感した生徒の数が検証前に比べ増加した(資料14)。

A子は五つ手のカエデの葉の形に挑戦した。今までに学んだことを活用しようと試行錯誤していたので、「どこかに補助線を引けば、習ったことが使えるよ。」と助言したところ、中央に1本の補助線を引くことにより矢じりの形ができることに気付いた。そして、四つの矢じりの形に分割し考察することにより、六つの凸角の和と四つの凹角の和が等しいことを導いた。授業後、「葉の形にまさか数学の内容がかかわっているなんて思わなかった。」と振り返っている。

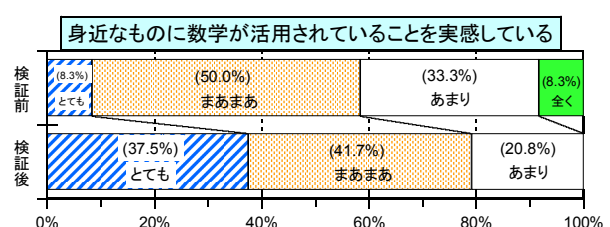
資料12 生徒の考え



資料13 授業後の感想

<第9時 カエデの葉の形>
 ・今まで習った性質を使っているいろいろなことがわかり、面白かった
 ・身近なものに数学が使えてすごいなと実感した。
 ・自然の中にも数学と関係しているものがあるんだなあと考えた。
 ・探すところにも数学があると思った。
 ・多角形と同じ公式で内角の和が求められてすごいと思った。
 ・カエデの葉の角について数学を使って解決できたので他の物でもできるかやってみようと思った。
 ・いろいろな形を自分で見つけて角について調べたいです。

資料14 意識調査②



A子は五つ手のカエデの葉の形に挑戦した。今までに学んだことを活用しようと試行錯誤していたので、「どこかに補助線を引けば、習ったことが使えるよ。」と助言したところ、中央に1本の補助線を引くことにより矢じりの形ができることに気付いた。そして、四つの矢じりの形に分割し考察することにより、六つの凸角の和と四つの凹角の和が等しいことを導いた。授業後、「葉の形にまさか数学の内容がかかわっているなんて思わなかった。」と振り返っている。

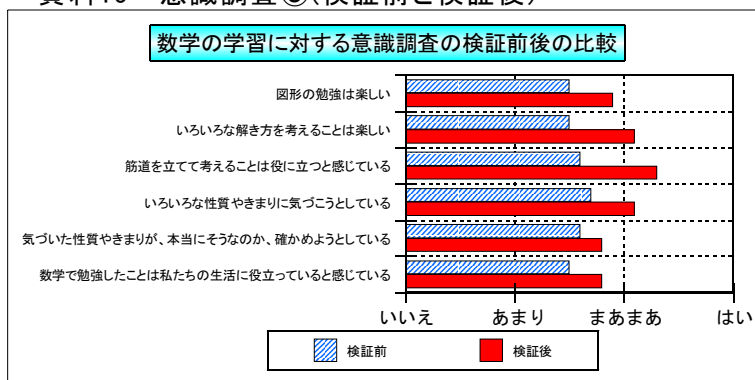
B子は三つ手のカエデの形を選択した。矢じりの形における角の性質について考察したときのように、平行線を引いたり、辺の延長線を引いたりと試行錯誤していたが、同じグループの友達が「二つに分けると矢じりの形になる」と気付いたことを受け、すぐに1本の補助線を書き込み、二つの矢じりの形に分割した。学習カードを参考にしながら矢じりの形における角の性質を振り返り、四つの凸角の和は二つの凹角の和に等しいことを導いた。授業後、「自分たちと違った見方をされていて面白いと思った。考え方が全く違ってこういう考え方もあるんだなと思った。」と振り返っており、自分の考え方だけでなく友達の考え方のよさも感じることができた。

以上のことから、カエデの葉の形を使って角の性質を探る活動を取り入れたことは、自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じ、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったと考える。

資料15は対象生徒24名に対し行った意識調査の検証前と検証後の比較である。検証前に比べ生徒の数学の学習に対する意識が高まっていることが分かる。また、検証後に、数学を学ぶ楽しさについて自由記述を求めたところ、「いろいろな図形の性質に気付くこと」、「自分なりの考え方を発見してそれをみんなに発表すること」、「今までに学んだことを使って問題を解くこと」、「勉強したことが次の勉強にとってもかかわってくること」、「学んだことが身近に使われていること」と答えている。

このように、学習過程の中に気付きの根拠を探求する活動を取り入れたことが、解決することへの意欲をもち、考え方の多様さに驚きながら既習内容が使えたことを実感し、学んできたことの有用性や数学を活用する楽しさを感じ、数学を学ぶ楽しさを味わうのに有効であったと考える。

資料15 意識調査③(検証前と検証後)



資料16 A子の感想

私が「とても強く思、たのは、勉強強じたことが、次の勉強にとってもかかわってくる」ということでした。数学は、考えでもわからない → よく思いたして考えればわかる になりました。

<実践例2 中学校3年「相似な図形」>

1 題材の考察

生徒は小学校において、三角形や四角形などの性質について図形をかいたり、作ったりして確認する学習をしてきている。中学校1年では基本となる図形の性質を基に図形の対称性や基本的な作図の方法、中学校2年では図形の調べ方の基本的な考え方や三角形の合同条件を基にした論理的な考察と証明のしくみを学習している。

こうした学習を受けて本題材では、三角形の相似の概念を基に図形の相似について学び、三角形の相似条件を新たに証明の根拠として、平面図形の性質をさらに深く学習していく。また、相似の考え方が、日常の生活に結び付いていることを実感しながら理解していくことを目標としている。

対象学級の生徒に実施したアンケート調査の結果から、次のようなことが分かった。図形の学習を「好き」、「やや好き」と50%の生徒が考えている。ある程度の解き方の見通しをもって問題を解こうとしている生徒は62%である。しかし、様々な解き方を考えることは楽しいと

答えている生徒は20%と少なくなっている。このことから、見通しをもち自分の考えを基に解決していきたいという願いをもっているが、それを実現し考えることが楽しいと感じるまでには至っていないことが読み取れる。また、生活の中に数学の学習で学んできたことが役立っていると感じている生徒が少ないという結果もでていいる。

本題材では、生徒が図形の学習に意欲をもって取り組み、数学を学ぶ楽しさを味わいながら学習していけるように、気付きの根拠を探究する活動を取り入れた学習過程を工夫する。まず、学習内容を自分の課題として把握できるよう、生徒の気付きを大切にす。その気付きから操作などを通して図形の関係や性質を見つけることにより、納得しながら、学習への意欲を高めていくようにする。次に、自分の気付きの根拠を明確にして、互いに交流し合うことを通して、考え方の多様さや学習内容の関連の広がり驚きながら、既習内容が使えたことを実感できるようにする。続いて、実際に測ることができない建物の高さの測量に相似の考え方を使って挑戦するという、実生活に学習内容を結び付けた活動に取り組み、自分なりに考えられたことの充実感や学んできたことの有用性を感じられるようにする。ここまでの学習においては、TTによる指導や習熟度別の学習コースやコース別の課題を設定し、個に応じたきめ細かな指導を行うなど学習形態も工夫していく。このような学習を通して、学習事項の定着を図ることができるとともに、数学を学ぶ楽しさを味わうことができると考える。

2 題材の目標と評価規準

(1) 題材の目標

相似な図形の意味や、相似な図形の性質、三角形の相似条件などを理解するとともに、それらを使って図形の性質を考察したり、論証したりする能力を高める。

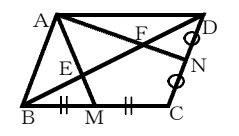
(2) 題材の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方・考え方	数学的な表現・処理	数量・図形などについての知識・理解
図形の相似の性質などを調べたり、それを図形の性質の考察や計量に用いたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考えるよさが分かり、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとする。	図形の相似についての基本的な知識を身に付け、見通しをもち、数学的な推論の方法を用いて筋道を立てて考察することができる。	図形の相似の考察において推論の筋道を表現したり、図形の性質を計量に用いて、数学的に処理したりすることができる。	図形の相似の性質について理解するとともに、数学的な推論のしかたについて理解している。

3 指導・評価計画(全11時間予定)

<本研究と関連する時間を抜粋>

過程 時間	ねらい(●)と 主な学習活動(○)	具体的評価規準	支援及び指導上の留意点(・) 「努力を要する」状況と判断した生徒への手だて(☆)	評価項目 (評価方法)	
つかむ (TT)	●図形を拡大、縮小することの意味と相似な図形の性質を知る。 北海道の形を3倍にする作図をしよう。 ・北海道の形を3倍にする作図をおこない、その作図の仕方について説明し合う。 ・写真を横だけ3倍、縦だけ3倍、縦横3倍したものを見て、形を変えないうで大きくしたり、小さくしたりすることを拡大、縮小と呼ぶことを確認する。	【関・意・態】 ○相似な図形のかき方や性質に興味をもち、自分で拡大・縮小の意味や相似な図形の性質を調べようとしている。	・日常生活の中で拡大・縮小のイメージを大切にすして取りむよう助言する。 ・発見したことを、まずは自分の言葉で表現すればよいことを伝える。 ☆横だけ3倍、縦だけ3倍、縦横ともに3倍と段階的に作図を行う学習プリントに取り組み。 ☆写真などの具体物を提示することで、理解を深めるようにする。	○自分なりの考えをもち、進んで相似な図形やその性質について調べている。 (観察と学習プリントの記述内容の分析及び振り返りシート)	見通し1
3	●相似の位置にある図形を考え、いろいろな方法でかく。 いろいろな相似な図形のかき方を見つけ出して、みんなに伝えよう ・相似の中心をいろいろなところにとった作図をできるだけかき出し、その方法を説明し合う。	【表現・処理】 ○相似な図形を作図することができる。 【知識・理解】 ○拡大・縮小、拡大図・縮図の意味を理解している。	・北海道の形を3倍にする図がどうしてできたのかを考察することにより、相似の位置にある図形のかき方を考える。 ・基本的なかき方について、全員で確認してから、いろいろなかき方をさがすようにする。 ・作図が済んだ生徒は、発展的な作図にも取り組みようにする。 ☆相似の中心をヒントとして幾つか提示した学習プリントを用意する。	○1点を中心として相似な図形をかいている。 (学習の様子と学習プリント) ○作図を通して拡大・縮小の意味をとらえ理解している。 (学習プリントの記述や観察)	見通し1

<p>追求する (習熟度別少人数指導)</p>	<p>7・8</p> <p>●図の中から成り立ちそうな性質や関係を見だし、相似条件を使って証明する。</p> <p>三角形の相似条件や既習事項を使って相似であることを図形の性質を証明してみよう。</p>  <p>□ABCDの辺BC, 辺CDの中点をそれぞれM, Nとし, AM, ANとBDの交点をそれぞれE, Fとする。このとき, □が成り立つことを証明しなさい。</p> <ul style="list-style-type: none"> 相似について証明する。 その結果から分かる性質を見つける。 その性質が, 相似の証明を基にして, 言えないかどうか証明してみたのちに, グループに分かれてよりよいものに再構築していく。 お互いの証明を交流し合う。 	<p>【関・意・態】 ○三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて図形の性質を考えようとしている。</p> <p>【見方・考え方】 ○相似条件を適切に使って図形の性質を調べて論証することができる。</p> <p>【表現・処理】 ○三角形の相似条件を適切に使って証明を書くことができる。</p> <p>【知識・理解】 ○線分の長さや比を求めるには, 三角形の相似条件を根拠として使うことができることを理解する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・図形を見た感じ、直観でいいので「こうかな?」と思う性質を書いてみることを伝える。 ・見つけたものを着目した観点で分類しながら、黒板に整理していく。 ・発展的な課題(M, Nを3等分する点とする)に挑戦するグループがあってもよい。 ・代表的な証明を幾つか・OHCで映しながら発表し交流する。 ・学んできたこととの関連が視覚的にとらえられるように、黒板でカードを使って分類する。 <p>☆「相似な三角形を見つけてみよう。」など視点を与えるようにする。</p> <p>☆根拠カードと補助プリントを用意する。</p> <p>☆証明を進めるヒントとなる補助プリントを用意する。</p> <p>☆友達の証明や根拠として活用したものの関連や広がりを見つめるようにする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○三角形の相似条件や既習の図形の性質を用いて図形の性質を考えている。(観察と学習プリントの記述内容の分析及び振り返りシート) ○相似条件を適切に使って図形の性質を調べて論証している。(観察や学習プリント) ○線分の長さや比を求めるには, 三角形の相似条件を根拠として使うことができることを理解している。(学習プリント) 	<p>見直し2</p>
<p>広げる (T T)</p>	<p>9・10</p> <p>●相似な図形の性質を使って実測できない高さを求める。</p> <p>相似な図形の性質を使って、身の回りにもあるもので直接測ることができない高さを測ってみよう</p> <ul style="list-style-type: none"> ・調べる方法を各自で決めて、工夫して調べる。 	<p>【関・意・態】 ○相似の考えを活用して直接測定できない距離や高さなどを調べようとしている。</p> <p>【表現・処理】 ○縮図を使って間接的に距離や高さを求めることができる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・先人の測量についての様子を伝えて、自分の取り組みたい方法を選ぶようにする。 ・選んだ測量に使う道具は各自で作るようにする。 ・製図が必要と思われるものは準備しておく。 ・測量の方法別に教師の担当を決めて支援にあたるようにする。 ・自分の測量の結果や測量法の根拠を相似の考え方を使ってまとめる。 ☆先人の測量についての様子が分かるプリントを用意する。 ☆方法や道具など個に応じて利用できるように準備する。 	<ul style="list-style-type: none"> ○相似の考えを活用して直接測定できない距離や高さなどを調べている。(観察及び振り返りシート) ○縮図を使って間接的に距離や高さを求めている。(活動の様子や学習プリント) 	<p>見直し3</p>

4 研究の結果と考察

(1) つかむ過程で、北海道の形を3倍に拡大することを通して、相似の意味や相似な位置にある図形のかき方を考える活動を取り入れたことは、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつのに有効であったか

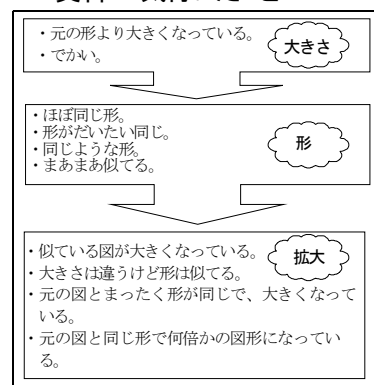
相似の意味を知る場面では北海道の形を3倍に拡大する活動を取り入れた。そして、相似な位置にある図形のかき方を考える場面では3倍に拡大した北海道の図を基にして、実測や作図をする活動を取り入れた。相似の意味を知るために行った活動では、生徒一人一人に拡大器(資料1)を準備し、作図に取り組めるようにした。作図の仕方を理解するのに時間がかかる生徒もいたが、どの生徒も意欲的に取り組み北海道の拡大図を完成させることができた。できあがった図を見て、「すごい!」という声をあげる生徒もいた。ここで、できあがった図形はどんな形であるか、気付いたことを書き出した。

生徒の気づきを基に、黒板でまとめながら、資料2に示すように、まずは大きさに着目し、次に形に着目し、形は同じで大きさが違う図形同士であるという結論に至った。「拡大」

資料1 拡大器



資料2 気付いたこと

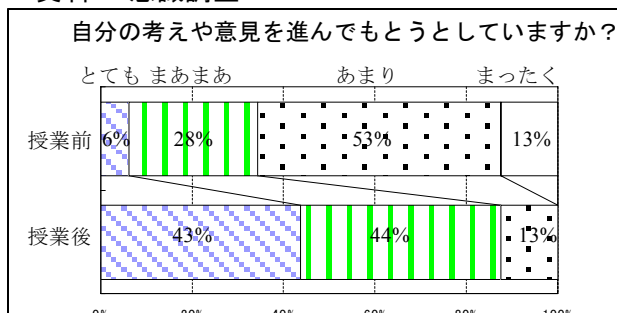


という言葉も生徒から出された。次に、拡大器を使った北海道の作図がなぜかけたのかを、実測や作図を通して探ることにより、相似の位置にある図形のかき方を考えた。「二つの図形の対応する点の位置関係に着目してみよう。」と助言したところ、生徒は資料3のような関係を見つけた。生徒の発見を基に相似の中心や相似の位置についてまとめた。以上のような学習において、生徒の授業前後での「自分の考えや意見を進んでもうとしていますか。」という質問に対する解答は資料4のようになった。多くの生徒が課題を把握し進んで考えようとしていたことがうかがえる。

資料3 生徒が見つけた点の位置関係

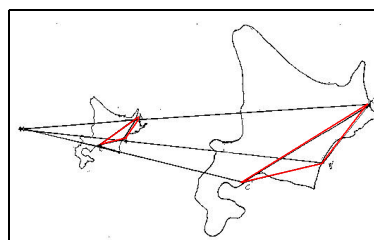
- ・中心から、だいたい一直線に並んでいる。
- ・中心からの線分の長さが、1 : 3 (3倍) になっている。
- ・それぞれの図の上の2点を結ぶ線分が平行になっている。
- ・それぞれの図の上の3点を結んで三角形をつくると、相似になっている。

資料4 意識調査



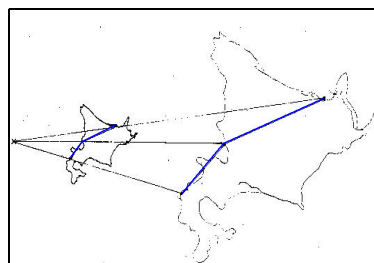
A子は、北海道の作図に意欲的に取り組み、その図から形が同じで大きくなっていること、資料5に示すように、対応する点の位置関係について、作図の中心からの距離がみな3倍になっていることに気付いた。また、友達が見つけた3点を結んだ三角形が相似になっていることも自ら作図し確認していた。授業後の感想には、「道具を使って図形をかいたり、調べたりして楽しく勉強できました。拡大した北海道と元の北海道で作った三角形が相似な図形になっているのが分かっておもしろかったです。」と書いている。

資料5 A子の図



B子は、北海道の作図にていねいに取り組み、できあがった図を見ながら「すごい」と自分の図に感動していた。また、資料6に示すように作図を通して、「対応する点の位置関係以外に何か気付くことはないかな。」と投げ掛けたところ、対応する線分が平行になっていることに気付くことができた。授業後の感想には、「実際にいろいろな活動をする授業は楽しいし、進んで考えられて、よく分かります。」と書いている。

資料6 B子の図

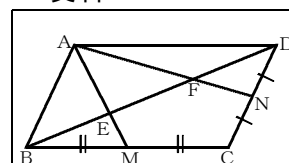


以上のことから、つかむ過程で、北海道の形を3倍に拡大することを通して、相似の意味や相似な位置にある図形のかき方を考える活動を取り入れたことは、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもつのに有効であったと考える。

(2) 追求する過程で、自分が気付いた図形の性質が成り立つことを確かめるために必要な三角形の相似条件を中心とした既習内容を関連付ける活動を取り入れたことは、一つの既習内容が多様な問題解決の根拠として、関連の広がりをもっていることに驚きながら、自ら学んできたことが使えたことを実感するのに有効であったか

資料7に示すように、平行四辺形ABCDの辺BC、辺CDの中点をそれぞれ、M、Nとし、AM、ANとBDの交点をそれぞれ、E、Fとしたときに、成り立ちそうなことをできるだけたくさん見つけてみようという課題を提示した。そして、見つけ出した性質の中から自分で選んだものを証明し、その関連を明らかにしていく活動を行った。

資料7



生徒は資料8(次ページ)に示すように図形の性質をたくさん見つけた。「ひらめきの素(今までに学習した図形の性質をまとめたカード)を参考にしながら考えてみよう。」と助言したところ、その中から自分で選んだものを証明した後、その関連について資料9のようにまとめた。どの生徒も複数の図形の性質を見つけ、自分なりに証明することができた。そして、授業後の振り返りにおいても、「一つの図形の証明からたくさんの図形の性質が証明できるのはすごいと思った。」という感想や、「自分が勉強したことを使って証明できてよかった。」という感想を多くの生徒が書いていた。

A子は12個の図形の性質を意欲的に見つけて、その中から三角形の相似について証明した。授業後の感想には「この前覚えた相似条件と今まで習った図形の性質が使えてよかった。自分で考えて証明できてうれしかったし、一つの証明から発展してすごいたくさんの証明ができたことにびっくりした。」と書いている。

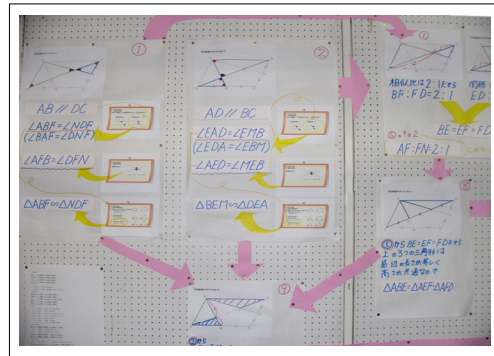
B子は資料10に示すように図形の性質を見つけた。そして、三角形の相似の証明に取り組んだ。資料11に示す授業後の感想からも分かるように、進んで学習に取り組んだ結果、関連の広がりには驚きながら、自分でできた充実感を味わっていることが分かる。

以上のことから、追求する過程で、平行四辺形の問題から自分が気付いた図形の性質が成り立つことを確かめるために必要な既習内容を関連付ける活動を取り入れたことは、一つの既習内容が多様な問題解決の根拠として、関連の広がりをもっていることに驚きながら、自ら学んできたことが使えたことを実感するのに有効であったと考える。

資料8 見つけた図形の性質

(太字、アンダーラインは証明が必要なもの)
 <相似>
 $\triangle BEM \sim \triangle DEA$
 $\triangle NCM \sim \triangle DCB$
 $\triangle NCM \sim \triangle BAD$
 $\triangle ABF \sim \triangle NDF$
 $\triangle ABE \sim \triangle MEB$
 <合同>
 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (証明済み)
 <面積>
 $\triangle EAD = 4 \triangle EMB$
 $\triangle ABF = 4 \triangle NDF$
 $\triangle ABE = \triangle AEF = \triangle AFD$
 $\triangle AFD = 2 \triangle BEM$
 $\triangle AEB = 2 \triangle DNF$
 <角>
 $\angle ADB = \angle CBD$ (平行線の錯角)
 $\angle AFD = \angle BFN$ (対頂角)
 $\angle BAD = \angle DCB$ (平行四辺形の対角)
 $\angle ABC = \angle CDA$ (平行四辺形の対角)
 $\angle AFB = \angle NFD$ (対頂角)
 $\angle AED = \angle MEB$ (対頂角)
 $\angle EAD = \angle EMB$ (平行線の錯角)
 <辺の位置>
 $BD \parallel MN$ ($\triangle CNM \sim \triangle CDB$)
 $AD \parallel BC$ (平行四辺形の対辺)
 $AB \parallel DC$ (平行四辺形の対辺)
 $FN \parallel EC$ ($\triangle DFN \sim \triangle DEC$)
 $EM \parallel FC$ ($\triangle BME \sim \triangle BCF$)
 <辺の比>
 $AB : DN = 2 : 1$ (仮定と平行四辺形の対辺)
 $AF : FN = 2 : 1$ ($\triangle ABF \sim \triangle NDF$ から)
 $AD : BM = 2 : 1$ (仮定と平行四辺形の対辺)
 $AD : CM = 2 : 1$ (仮定と平行四辺形の対辺)
 <辺の長さ>
 $DN + CN = AB$ (平行四辺形の対辺)
 $EC = 2 FN$ ($\triangle DFN \sim \triangle DEC$ から)
 $BE = EF = FD$
 ($\triangle ABF \sim \triangle NDF$ と $\triangle BEM \sim \triangle DEA$ から)
 $FC = 2 EM$ ($\triangle BME \sim \triangle BCF$ から)
 $AD = BC$ (平行四辺形の対辺)
 $AB = DC$ (平行四辺形の対辺)

資料9 関連についてまとめた図



資料10 B子が見つけた図形の性質

$\triangle AEF \sim \triangle DNF$ $\angle AEF = \angle MEB$ $\triangle ABF \sim \triangle NDF$
 $\angle AFE = \angle DFN$ $\angle AEB = \angle FEM$ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$
 $\angle AFD = \angle EFN$ $\angle ABE = \angle CDF$ $\triangle AFD$ の面積は
 $\triangle AED \sim \triangle MEB$ $\angle ADF = \angle CBE$ $\triangle BEM$ の2倍
 $\triangle AEB$ の面積は
 $\triangle DNF$ の2倍
 $AM \parallel FC$
 $AN \parallel EC$

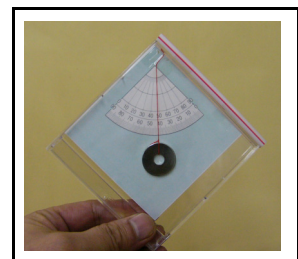
資料11 B子の感想

「この関係を見つけられたのが良かったけれど、自分の考えに気付かされたことにビックリした。勉強して得た知識は関係性でつながることに驚いた。数学は面白いと思えた。」

(3) 広げる過程で、今までに学習してきた相似の考え方をを使って間接的に校舎や木の高さを求める活動を取り入れたことは、学習したことが生活に活かされる感動と自分なりに考えられたことの充実感を得ながら、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったか

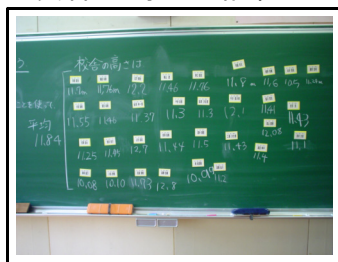
角度測定器(資料12)を各自が作成できるように材料を準備した。そして、完成した角度測定器の仕組みや使い方をよく理解した上で、相似の考え方をを使い校舎の高さを測量した。その後、影を利用した測量など3種類の中から好きな方法を用いて、学校敷地内のケヤキ、

資料12 角度測定器



国旗掲揚塔、バックネットの支柱など測りたいものの高さを測量する活動を行った。

資料13 求めた結果



校舎の高さを測量する活動においては、生徒は角度を測量し、その結果を基に縮図をかいた。縮図をかくためのヒントカードを用意したりするなどの支援をしたところ、資料13に示すように全員が校舎の高さを求めることができた。生徒全員の測量結果の平均値は、11.84mになった。ここで、校舎の設計図の高さが12.05mであることを伝えた。簡易な測定器であったにもかかわらず、求めた結果が実際の値に近いことに生徒は驚いていた。授業後の感想からも、自分で調べられた喜びや、生活の中に活かされた喜びや、驚きを生徒が感じていることが分かる(資料14)。また、授業後のアンケートでもすべての生徒が、積極的に測量を行い、楽しく学習できたと答えている。

A子とB子は1mの棒の影の長さをもとにして、学校で一番高いポプラの木の高さの測量に挑戦した。必要な道具を自主的に準備し、他の2名の生徒と一緒に4名でグループを作って測量に取り組んだ。必要なデータを積極的に測り、教室に戻って測量の結果をまとめ、ポプラの木の高さを算出していた。A子、B子の班では測量の結果を相似な図形の考え方を使得て図や式で資料15のようにまとめた。その後の感想では、資料16のように、自分でできたことと、身近で数学が使われていることを実感しながら、活用する楽しさを感じていることが分かる。

以上のことから、広げる過程で、今までに学習してきた相似の考え方を使得て間接的に校舎や木の高さを求めることに挑戦する活動を取り入れたことは、学習したことが実際に生活に活か

資料14 授業後の感想

自分でできた

- 測るのは楽しく、高さが自分で求められてよかった。
- 自分で調べるとよく分かってうれしし、楽しかった。
- 自分の作った道具で、本当の高さが求められて楽しかった。
- 自分でかなり実際に近い高さが測れたのでよかった。
- 自分で作った測定器なのに、思ったより正確ですごいと思った。

生活に活かされた

- 結構簡単な道具だけど、数学の考えを使うと正確にできて驚いた。
- 相似を使って、こうにやっただけで高さが分かるなんてすごいと思った。
- 相似な図形の性質を使ってもの高さを求めることができるのに驚いた。
- 簡単に高さが求められてびっくりしました。
- こんなことだけで高さが分かるのなんて思わなかった。
- 昔からこうして、数学が使われてきたなんてびっくりした。
- 身近で数学が使われていることが分かっておもしろかった。
- 数学がこんなところで役に立つなんて思ってもみなかった。
- これを使えばいろんな高さが求められそう。
- 勉強したことを実際に使うってすごい楽しい。

資料15 A子とB子の班のまとめ

西中で一番大きい木の高さを調べよう

道具
・メジャー
・1mの棒

- 1mの棒の影の長さを測る → 1m 50cm
- 木の影の長さを測る → 34m 32cm
- 計算

$$\frac{1m\ 50cm}{(棒の影)} = \frac{34m\ 32cm}{(木の影)} = \frac{1m}{(棒の高さ)} = \frac{x}{(木の高さ)}$$

単位をそろえよ ↓

$$1.5m : 34.32m = 1 : x$$

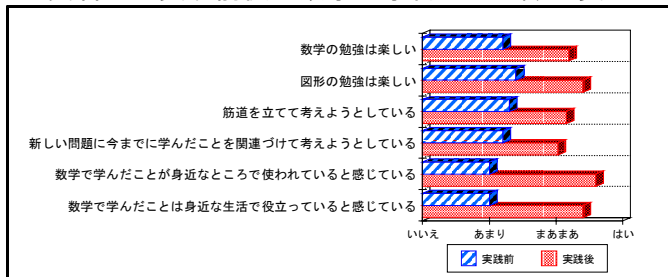
$$1.5x = 34.32 \quad x = 22.88m$$

4. 結果
西中で一番大きい木の高さは 22m 88cm でした。

資料16 A子の測定後の感想

測定器を自分で使って、それで測ってみるとちゃんと測れていたとびっくりした。身近で数学が使われていることがわかっておもしろかった。

資料17 実践前後の数学の学習への意識の変化



される感動と自分なりに考えられたことの充実感を感じながら、数学を活用する楽しさを味わうのに有効であったと考える。

以上のような一連の学習を通して、資料17(前ページ)の意識調査のグラフから分かるように、数学の学習への意識が高まっていることがうかがえる。

また、資料18の実践後のA子、B子の感想にも見られるように、実践前は数学の学習に対して、ほとんどの生徒がマイナスのイメージをもって

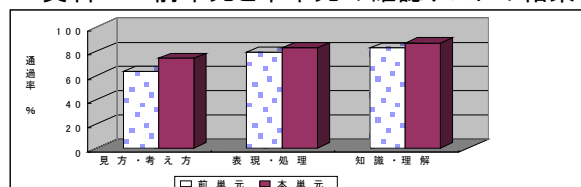
いたが、本実践を通して、数学を楽しく学ぶことができたと変化してきている。そして、資料19の単元末の確認テストの結果からも分かるように、前単元の確認テストと比較しても、各観点とも問題の通過率が向上している。

このように、学習過程の中に気付きの根拠を探求する活動を取り入れたことが、解決することへの意欲をもち、考え方の多様さや関連の広がりには驚きながら既習内容が使えたことを実感し、学んできたことの有用性を感じながら数学を活用する楽しさを味わい、数学を学ぶ楽しさを味わうために有効であったと考える。

資料18 授業後の感想

A子	B子
<p>私は数学の中で「図形」が最も苦手なので、最初は相似な図形を見つけるというだけでも苦痛していました。でも授業を重ねていく中で重要なポイントややり方があるやつを使い、ずいぶん正しい相似条件を覚えたり、測定器を使って実際にそれと大きさを測るといふのやってみると、いかに自分の数学が「自分や自分だけの調べ」で学んでいくのか、毎回の授業や楽しんでいるように感じます。今までは発見もなかったものが、数学に親しむと気づくことも多くなりました。数学が生活の実際に使われていると知り、数学が身近に存在になりました。楽しい授業だと、いつの間にか頭に入りました。いつもの数学より数倍楽しく、勉強が少なくて済むようになりました。</p>	<p>授業がたのしかったから、相似な図形の学習は、積極的にうけられたと思います。相似は1つのがわると他のこともどんどんわかっていったので、いろいろなことに気がついて考えられました。勉強したことが次の勉強に使えるかどうかは、よくわかりました。相似な図形の勉強は、生活の中で使えろと思いましたが、高くてはかれないものでも、カギや角度を使って高さをはかるとか、便利だと思えました。数学は、ノートに書いて問題をとくだけじゃなくて、実際に作ったり調べたりすると楽しく学習できる、と感じました。</p>

資料19 前単元と本単元の確認テストの結果



VI 研究のまとめと今後の課題

- 気付きの根拠を探求する活動を取り入れたことにより、学習課題を把握し、解決することへの意欲をもち、考え方の多様さ、関連の広がりには驚きながら、既習内容が使えたことを実感することができた。また、身近な生活に活用していくことで、自分なりに考えられたことの充実感を得ながら学んできたことの有用性を感じ、数学を活用する楽しさを味わうことで、数学を学ぶ楽しさを味わうことができたものと考えられる。
- 両実践ともに図形領域において検証を行ったが、数と式、数量関係の領域でも、気付きの根拠を探求する活動を取り入れることで数学を学ぶ楽しさを味わうことができるものと考えている。今後の実践においても気付きの根拠を探求する活動を積極的に取り入れていきたい。
- 授業がねらっているものを明確にしなが、習熟度別指導やチーム・ティーチング等の学習形態を工夫していくことが、多様な考え方にふれたり、よりよく個別の課題を追求したりするために効果的であることが、本実践から再確認することができた。今後も学習形態の工夫も取り入れながら生徒が数学の学習に意欲的に取り組み、学ぶ楽しさを味わえる指導の研究を深めていきたい。

<参考文献>

- ・根本 博著 「数学的活動と反省的経験」 東洋館出版社(1999. 12)