

群 教 セ	G03 - 03
	平16. 218集

論理的な思考力を育てる 図形の論証指導の工夫

— 気付きカードを用いた
根拠を明らかにする活動を取り入れて —

長期研修員 佐藤 明彦

《研究の概要》

本研究は、図形の論証指導に気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を取り入れることで、論理的な思考力を育てようとしたものである。具体的には、気付きカードを根拠が明確なものと同様に分類する活動、気付きカードを仮定から結論まで筋道立てて並べる活動、思考過程を振り返り自分のことばを付け加えながら論証を記述する活動を通して、論理的な思考力を身に付けられるよう指導の工夫を図ったものである。

【キーワード：数学—中 論理的な思考 数学的活動 図形 証明】

I 主題設定の理由

これからの時代を生きる子供たちには、自ら学び自ら考えるなどの「生きる力」の育成が求められている。このことを受けて、中学校数学科においては、論理的な思考力を伸ばしていくことが強く求められている。それは、論理的な思考力が、生活の中で、根拠に基づいて正しい判断を下し問題を解決したり、ある事実が正しいことを自分が納得し相手をも納得させたりするのは欠かせない力だからである。

しかし、国立教育政策研究所が実施した平成13年度教育課程実施状況調査によると、論理的な思考力を必要とする問題ではどれも設定通過率を大きく下回っている。また、群馬県教育委員会が実施した平成14年度教育課程実施状況調査からも、「結果を見通したり、筋道立てて考えたりする力が不十分である」という課題が明らかとなっている。実際、子供たちの学習場面を振り返ってみても、直観的な見方のみで頼っていて根拠となることがとらえられなかったり、根拠に気付くことができなくて論理的に考えられなかったりする子供が目立つ。

指導者自身の今までの指導について振り返ってみると、論理的に考える基礎となる個々の性質の理解には十分に時間をかけてきた。また、具体的な数を用いたり具体物を操作したりする確かめる活動を取り入れ、見通しがもてるようにしてきた。しかし、思考過程では、性質を見付け出すことや根拠に気付くこと、筋道立てることなど、たくさんを同時に行わせていたために困難さを感じる子供が多かった。

そこで、本研究では、論理的な思考力を育てるために、図形の論証指導において、気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を取り入れることを考えた。図形領域を選んだのは、図形の性質同士が体系的に整理されていること、図形が論理的な思考力を育てるのに豊富な問題を提供し得ること、推論の過程が視覚に訴える図形によって裏付けられることからである。気付きカードとは、図形を見て気付いた性質や考えていく途中で気付いた根拠を記入するカードである。この気付きカードを用いることで、自分の気付きを大切にすること、気付きカードの操作やその結果を通して、自分の思考過程や思考の結果を視覚化してとらえることができると考えた。この気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を取り入れ、図形の論証において段階を追った指導を行うことで、論理的な思考力が育てられると考え、本主題を設定した。

II 研究のねらい

図形の論証指導において、気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を取り入れることによって、論理的な思考力が育てられることを、実践を通して明らかにする。

III 研究の見通し

- 1 つかむ場において、気付きカードを根拠が明確なものと明確でないものに分類する活動を取り入れることによって、確かなことと確かでないことの違いに気付き、確かなことを見極める力が身に付くであろう。
- 2 追求する場において、根拠が明確な気付きカードを仮定から結論まで筋道立てて並べる活動を取り入れることによって、根拠を明らかにしていく思考の流れが意識でき、筋道立てて結論を導く力が身に付くであろう。
- 3 深める場において、筋道立てられた気付きカードを基に思考過程を振り返り、自分なりのことばを付け加えながら論証を記述する活動を取り入れることによって、筋道立った考えで結論が確かめられたことが実感でき、論理的な思考力が身に付くであろう。

IV 研究の内容と方法

1 研究の内容

(1) 論理的な思考力を育てるとは

論理的な思考力とは、いくつかの具体的な例から共通する一般的な事柄を見いだす力、既習の内容との類似性に着目して新しい事柄を見いだす力、既に正しいことが明らかになっている事柄を基に別の新しい事柄が正しいことを導き出す力である。つまり、根拠を基にして、一般的な事柄や新しい事柄を見いだしたりその事柄が正しいことを導いたりする力である。図形の論証とは、図形からいろいろな性質を見付け出しながら、仮定から結論を筋道立てて導き、そのときの考えや根拠をはっきり示すことであり、論理的な思考力によって導かれる。図形の論証をすすめるには、まず、図形を見て直観的に気付いたことを、問題文や既習の図形の性質を基に、根拠のある確かなことと根拠のない確かでないことを見極めることが必要となる。さらに、その根拠が明確で確かなことを使って、既習事項の性質の中から根拠に気付きながら、筋道立てて結論を導くことが必要である。したがって、論理的な思考力を育てるには、自ら根拠に気付き確かなことを見極める力と、自ら根拠に気付きながら筋道立てて結論を導く力を育てていくことが大切と考える。そして、論理的な思考力は、論証の思考過程を振り返り、何を根拠にして、どのように筋道立ててきたかを整理し、仮定から結論が確かめられたことを実感することで育てることができると考える。

(2) 気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動とは

気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動とは、自分の気付きをいかしながら、カードを効果的に用いて根拠を明らかにしていく思考活動である。思考活動において、カードを用いることは、記述量が多く形式的な論証の記述に対する抵抗感を軽減し思考力を十分に働かせることができること、子供自身が自分の思考や思考の結果をカードの操作やその結果を通して視覚化してとらえることができること、子供の思考の過程を視覚を通して把握でき、個に応じた支援ができることから、活動をより効果的にすることができると思う。本研究では、論理的

な思考力を育てるための具体的な手だてとして、この気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を次の三つの場に取り入れる（図1）。

① つかむ場で、気付きカードを根拠が明確なものと同様に分類する活動

図形を見て気付いたことを気付きカードに記入し、「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類し、そのとき気付いた根拠を新たな気付きカードに記入していく活動である。この活動を通して、問題文や既習事項の性質の中から根拠に気付くことができる。さらに、根拠が明らかになることで、直観的な気付きを確かな気付きとしてとらえ直し、それを論証に使える確かなこととしてとらえることができる。そこで、確かなことと確かでないことの違いに気付き、確かなことを見極めることができるようになると思う。

② 追求する場で、根拠が明確な気付きカードを仮定から結論まで筋道立てて並べる活動

つかむ場で分類した、根拠が明確でない気付きカードを結論として取り上げ、その説明を根拠が明確な気付きカードを並べながら考えていく活動である。この活動を通して、根拠が足りないことに気付くことができる。その足りない根拠を、気付きカードを基に仮定から考えたり、結論からさかのぼって考えたりして、既習事項の性質の中から気付くことができる。そこで、思考の流れが意識できるようになり、筋道立った考えに従って結論を導くことができるようになると思う。

③ 深める場で、筋道立てられた気付きカードを基に思考過程を振り返り、自分なりのことばを付け加えながら論証を記述する活動

新たな問題で気付きカードを根拠が明確なものと同様に分類し、根拠が明確な気付きカードを仮定から結論まで筋道立てて並べ、並んだ気付きカードを基にして、「より」、「だから」、「よって」などのことばを付け加えながら学習プリントに記述する活動である。この活動を通して、どのように根拠を明らかにして、どのように筋道立ててきたかを整理することができる、根拠を明らかにしながら筋道立った考えで結論が確かめられたことを実感することができると思う。

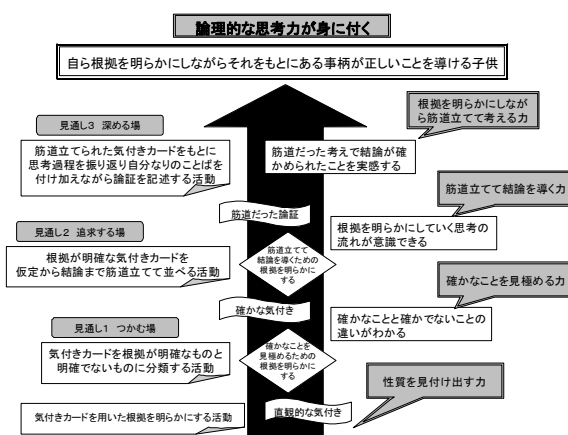


図1 研究の基本構想図

2 研究の方法

(1) 授業実践計画

対象	群馬町立中央中学校 2年4組 基礎コース 16名
期間	平成16年10月中旬～11月上旬 7時間予定
単元名	図形の合同と証明
授業者	長期研修員 佐藤 明彦

(2) 抽出生徒

A子	図形の説明を面倒と感じ苦手としている。図形を直観的にとらえてしまい、確かなことと確かでないことの違いがあいまいである。そのため、図形から直観的に気付いた根拠のないことを説明に使ってしまうことが多い。気付きカードを根拠が明確なものと同様に分類する活動に取り組むことで、根拠を明らかにして確かなことを見極める力を育て、論理的な思考力の基礎を育てたい。
B子	一つ一つの図形の性質については理解しているが、筋道立った考えで説明することを苦手としている。また、説明の記述も面倒だと思っている。根拠が明確な気付きカードを筋道立てて並べたり、思考過程を振り返り自分なりのことばを付け加えたりしながら証明を記述する活動に取り組むことで、論理的な思考力を育てたい。

(3) 検証計画

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	つかむ場において、図形を見て気付いたことを記入した気付きカードを、	・学習活動の記録（VTR）

	「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類する活動を取り入れたことは、確かなことと確かでないことの違いに気付き、確かなことを見極める力を身に付けることに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> 学習プリント カードの記述・操作・配列
見通し2	追求する場において、説明を考えながら、根拠が明確になった気付きカードを、仮定から結論までの間に並べる活動を取り入れたことは、根拠を明らかにしていく思考の流れを意識することができ、筋道立てて結論を導く力を身に付けることに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> 学習活動の記録 (VTR) 学習プリント カードの記述・配列
見通し3	深める場において、新たな問題に取り組み、筋道立てて並べられた気付きカードを基に思考過程を振り返り、自分なりのことばを付け加えながら証明を記述する活動を取り入れたことは、筋道立った考えで結論が確かめられたことが実感でき、論理的な思考力を身に付けることに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> 学習活動の記録 (VTR) 学習プリント 意識調査

V 研究の展開

1 単元名 図形の合同と証明

2 単元の考察

生徒は小学校において、三角形や四角形などの性質について、実験や実測、操作を通して確かめる学習をしてきた。中学校第1学年では、図形に対する直観的な見方や考え方を伸ばし図形の性質を論理的に考察する基礎を培ってきた。第2学年になり、対頂角の性質や平行線の性質を基にして、基本的な平面図形の性質を、論理的に確かめる学習を始めている。これらの学習を受けて、本単元では、図形の合同について理解し、三角形の合同条件を新たに証明の根拠として、平面図形の性質や作図の方法が正しいことなどの根拠を明らかにして筋道立てて確かめる学習を深めていく。そこで、気付きカードを用いた根拠を明らかにする活動を取り入れ、論理的な思考力を育てていきたいと考える。

3 単元の目標及び評価規準

(1) 単元の目標

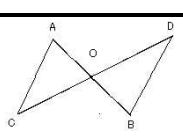
図形の合同の概念を明らかにするとともに、三角形の合同条件を理解し、それを基にして図形の性質や作図の方法が正しいことを、論理的に考察する能力を養う。

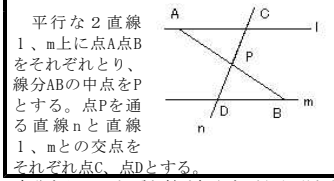
(2) 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
図形の中から性質を見付け出したり、三角形の合同条件を基に確かめたりするなど、数学的に考察することのよさに気付き、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとする。	三角形の合同条件や平面図形の基本的な性質を基に、数学的な推論の方法を用いて図形の性質を論理的に考察することができる。	簡単な図形の性質や基本的な作図の方法の考察において、推論の筋道を言葉で表現することができる。	合同な図形の性質や三角形の合同条件など、また、それらを調べるときの証明の意義と方法を理解している。

4 指導・評価計画(全7時間予定)

(本研究と関連する部分を抜粋)

過程	時間	○ねらい ・主な学習活動	学習への支援及び留意点	○評価項目(評価方法) ◎「十分満足できる」と判断される状況 ☆「努力を要する」と判断した生徒への手だて
図形の性質の見	4	<p>○図形から見付け出した性質を根拠が明確か明確でないか分類する活動を通して、図形の性質を明らかにすることができる。</p> <p>図形を見て気付きのことをたくさん見付け出してみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 問題の図形を作図する。 図形を見て気付いたことを気付きカードに記入する。 気付いたことを発表し合う。 <p>気付きカードを「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類してみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 気付きカードを根拠が明確か明確でないか分類する。 分類した結果を発表し合いながらまとめる。 学習を振り返る。 	<p>線分ABと線分CDがおのおのの中心点Oで交わっている。ACとBDを結ぶ。</p>  <ul style="list-style-type: none"> 問題の図形の作図に取り組み、図形の条件を意識することで図形の性質を見付けやすくなる。 図形の一つ一般的な性質に気付きよう友達の図形と比べながら考えていけるようにする。 自分の思考が視覚化できるとらえやすい、ワークシート上で操作できることから、各自、気付いたことをそれぞれカードに記入する。 分類の中で、すぐに説明できる理由を考えることで、根拠となる図形の性質を明らかにしていく。 	<p>【関・意・態】</p> <ul style="list-style-type: none"> ◎作図した図形の中から、等しい辺や等しい角、図形と図形の関係などの性質を見付け出そうとしている。(観察、カードの記述) ◎作図した図形の中から、等しい辺や等しい角、図形と図形の関係など性質をすずんで見付け出そうとしている。 ☆図形の性質が見付け出したことに自信をもたせたり、友達の見付け出した図形の性質を紹介したりする。 <p>【表現・処理】</p> <ul style="list-style-type: none"> ◎仮定やすでに正しいと認められている事柄の中から根拠を見付け出し、「根拠が明確なもの」として分類して、正しいことを見分けることができる。(カードの記述、カードの分類、学習プリント) ◎仮定やすでに正しいと認められている事柄の中から根拠を見付け出し、「根拠が明確なもの」として正確に分類して、正しいことを見分けることができる。 ☆既習事項の「対頂角の性質」や「平行線の性質」などの図形の性質を、思い出してみよう助言したりヒントカードで提示したりする。 <p>【見方・考え方】</p> <ul style="list-style-type: none"> ◎対頂角の性質と平行線の性質をよりどころとして筋道立てて考えている。(カードの操作、観察、学習プリント) ◎対頂角の性質、平行線の性質、三角形の合同条件をよりどころとして筋道立てて考えている。 ☆二つの三角形の合同を根拠を明らかにしながら合同条件
	5	<p>○図形の性質を三角形の合同条件をつかいて、根拠を明らかにしながら筋道立てて確かめることができる。また証明のしくみと方法を理解する。</p> <p>見付け出した図形の性質△OAC≡△OBDを確かめてみよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 説明を考え、足りない根拠を見付け 	<ul style="list-style-type: none"> 分類した、根拠が明確な気付きカードに記述された性質を図形の中に印として示すことで説明の見通しがもてるようにしていく。 記述による抵抗感をなくし論理的な思考を働かせることができるよう、また、自分の思考が視覚化され捉えやすいようカード(付箋紙)を用いる。 	<p>【見方・考え方】</p> <ul style="list-style-type: none"> ◎対頂角の性質と平行線の性質をよりどころとして筋道立てて考えている。(カードの操作、観察、学習プリント) ◎対頂角の性質、平行線の性質、三角形の合同条件をよりどころとして筋道立てて考えている。 ☆二つの三角形の合同を根拠を明らかにしながら合同条件

確 か め 方	通し 2	出しながら気付きカードを筋道立てて並べる。 見付け出した図形の性質 $AC = BD$ D を確かめてみよう。 ・気付きカードを用いて仮定から結論までの間を根拠を明らかにしながら筋道立てる。 ・学習を振り返る。	・気付きカードを並べることで「三角形の合同条件」や「合同な図形の性質」に気付けるようにしていく。 ・気付きカードを仮定と結論の間に筋道立てて並べていく中で、特に「このことがいえるにはどんなことがいえればいかな」と問いかかけ、結論からさかのぼって考える解析的な思考が意識できるようにしていく。	を使って確かめた学習が想起できるよう助言する。 【知識・理解】 ○「仮定」、「結論」、「証明」の意味と証明のしくみや方法について理解している。 (カードの操作、学習プリント) ◎「仮定」、「結論」、「証明」の意味と証明のしくみや方法について理解し、証明の簡潔性に気付いている。 ☆自分が取り組んできた気付きカードの操作を基に証明のしくみや方法を説明し、個別に支援していく。
	6	○図形の性質を三角形の合同条件をつかって根拠を明らかにしながら筋道立てて証明することができる。 図形の性質を見付け、その性質が正しいか証明してみよう。 ・作図した図形を見て気付くことを気付きカードに記入し分類する。 ・ $AC=BD$ が正しいことの説明を考え、足りない根拠を見付けながら気付きカードを並べる。 ・気付きカードを基に証明を自分なりのことを付け加えながら記述する。 ・練習問題に取り組む。 ・学習を振り返る。	平行な2直線 l 、 m 上に点A点Bをそれぞれとり、線分ABの中点をPとする。点Pを通る直線 n と直線 l 、 m との交点をそれぞれ点C、点Dとする。  ・自分なりのことを付け加えながら証明を記述することで、筋道立った考えで結論が確かめられたことが実感できるようにしていく。 ・仮定と結論の間に筋道立てて並べていき、足りない根拠となる図形の性質である「合同な図形の性質」に気付けるようにする。	【関・意・態】 ○見付け出した図形の性質が正しいことを根拠を明らかにしながら確かめようとしている。 (カードの操作、観察、学習プリント) ◎見付け出した図形の性質が正しいことを根拠を明らかにしながらすすんで確かめようとしている。 ☆二人組やグループで発表し合ったり相談したりして取り組ませ学び合う場を設定する。 【見方・考え方】 ○対頂角の性質と平行線の性質をよりどころとして筋道立てて考えている。 (カードの操作、カードの記述、学習プリント) ◎対頂角や平行線の性質、三角形の合同条件、合同な図形の性質などをよりどころとして筋道立てて考えている。 ☆できるだけ自分の力で取り組めるよう個々のカードの操作を見ながら支援していく。
	見通し 3			

VI 研究の結果と考察

1 つかむ場において、図形を見て気付いたことを記入した気付きカードを、「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類する活動を取り入れたことは、確かなことと確かでないことの違いに気づき、確かなことを見極める力を身に付けることに有効であったか

「線分 AB と線分 CD がおのおのの中点 O で交わっている。 AC と BD を結ぶ。」という場面状況を与え、この場面にあてはまる図形(図2)を作図させた。作図した図形を見て気付くことを見付け出してみようという課題を提示した。各自、気付いたことを気付きカード(付箋紙)に記入し学習プリントにはっていった。ほとんどの生徒が、合同な三角形、長さの等しい線分、大きさの等しい角など7枚以上の気付きカードをはった。気付きカードに記入したことを発表しあう中で、自分が気付かなかったことを気付きカードに記入して付け足した。その後、気付きカードを「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類してみようという課題を提示し、各自、気付きカードを分類する活動に取り組んだ。根拠が明確なものには、その根拠を新たな気付きカードに記入し隣にはるよう指示した。

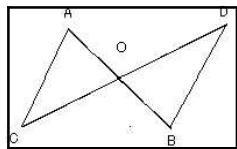


図2 問題の図

A子は、最初、ほとんどの気付きカードを「根拠が明確なもの」に分類して学習プリントにはり、根拠を考えていた。理由を聞いてみると「図形を見ると等しいから。」と答え、図形を直観的にとらえたまま考えていた。そこで、図形を見て判断するのではなく確かな理由を一枚ずつ考えるよう助言したところ、すべての気付きカードを元の位置に戻し、しばらくして、 $OA=OB$ 、 $OC=OD$ の気付きカードを「根拠が明確なもの」の方にはり、文章の中に書いてあるという根拠を記入した新たな気付きカードをはることができた。次に、今までに習ったことを使って説明できそうなものはないかと助言したところ、対頂角の性質を図で示したヒントカードを参考にして、 $\angle AOC = \angle BOD$ の気付きカードを「根拠が明確なもの」の方にはり、対頂角は等しいという理由を記入した新たな気付きカードをはることができた(資料1)。これは、A子が、文章の中に書いてあることや既習の図形の性質に目を向け、根拠に気付くことができ、直観的にとらえていた気づきを根拠が明確で確かなこととしてとらえ直すことができたからである。授業後の振り返りでも、「図で等しくても

資料1 A子の分類

ちゃんと問題や習った性質でないとならないことがわかった。」と書いていることから、確かなことと確かでないことの違いに気付くことができたと考える。

B子は、最初、「根拠が明確なもの」の方に、問題に書いてあるという理由で $OA=OB$ と $OC=OD$ 、対頂角は等しいという理由で $\angle AOC=\angle BOD$ 、平行線の錯角という理由で $\angle OAC=\angle OBD$ と $\angle OCA=\angle ODB$ の気付きカードを学習プリントにはった。そこで、どの線とどの線が平行なのかを質問すると、ACとDBを答えたので、 $AC//DB$ の気付きカードはどちらに分類できるかよく考えるよう助言した。しばらく考えて、 $\angle OAC=\angle OBD$ と $\angle OCA=\angle ODB$ の気付きカードを「根拠が明確でないもの」の方に移動してはることができた。これは、B子が、図形を見て直観的にとらえていた気付きが根拠にならないことに気付き、確かでないこととしてとらえ直すことができたからである。授業後の振り返りでも、「図だけで判断してはだめなことがわかった。習った性質が根拠になることがわかった。」と書いていることから、確かなことと確かでないことの違いに気付くことができたと考える。

多くの生徒が、初めは、図形を見ると等しいことを理由に、ほとんどの気付きカードを「根拠が明確なもの」に分類し、その根拠を考えていた。習った図形の性質や問題文を参考にして確かな理由を考えるよう助言したところ、16人中12人が根拠となる理由に気付くことができ、的確に分類することができた。そして、全員の生徒が授業の振り返りの中で、図形で見えることだけでは根拠にならないこと、問題文や既習の図形の性質が根拠となることを自分なりのことばで表すことができた。

以上のことから、つかむ場において、気付きカードを「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類する活動を取り入れたことは、確かなことと確かでないことの違いに気付くことができ、確かなことを見極める力を身に付けることに有効であったと考える。

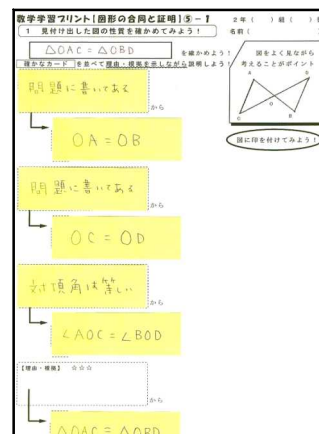
2 追求する場において、説明を考えながら、根拠が明確になった気付きカードを、仮定から結論までの間に並べる活動を取り入れたことは、根拠を明らかにしていく思考の流れを意識することができ、筋道立てて結論を導く力を身に付けることに有効であったか

生徒が意欲的に取り組めるよう、多くの生徒が「根拠が明確でないもの」として分類した気付きカード $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ を結論として取り上げ、このことが本当かどうか気付きカードを使って説明してみようという課題を提示した。同時に学習プリントの一番下の結論カードの位置に $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ の気付きカードをはるよう指示した。各自、説明を考えながら気付きカードを並べる活動に取り組んだ。

A子は、最初、気付きカードをまったく動かすことができなかったが、以前に勉強した、二つの三角形の合同を確かめた学習を思い出すよう助言したところ、その時に使用した学習プリントを振り返り、気付きカードを動かし始めた。 $OA=OB$ 、 $OC=OD$ 、 $\angle AOC=\angle BOD$ の気付きカードとそのそれぞれの理由を記入した気付きカードを学習プリントにはることができた。そして、気付きカードが1枚足りないことに気付いたが、何を書けばいいのかまったく分からない様子だった(資料2)。そこで、下にはってある $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ の気付きカードを指して、これがいえるための根拠であることを助言したところ、「あっ、合同条件。」と叫んだ。これは、A子が、結論である三角形の合同がいえるには何をいえばいいのかを考えた結果、根拠として合同条件が必要であることに気付くことができたからである。その後、しばらく考えても気付きカードに記入できなかったもので、はってある三つの気付きカードに書

資料2

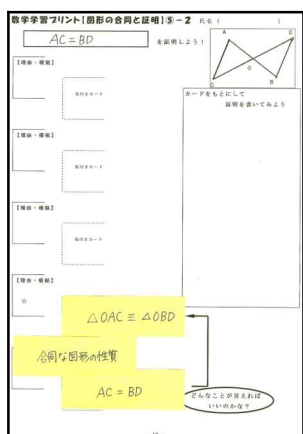
A子の学習プリント



かれた等しい辺と角を、図形の中に印を付けてみるよう助言したところ、学習プリントの図形にそれぞれ印を記入し、その図形を見て、二組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいと記入した新たな気付きカードをはることができた。これは、A子が、三つの性質から具体的な合同条件を考えていった結果、つまり、仮定から何がいえるのかを考えた結果、根拠となる合同条件に気付くことができたからである。

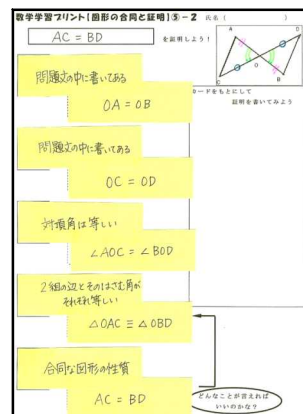
B子は、 $OA=OB$ 、 $OC=OD$ 、 $\angle AOC=\angle BOD$ の気付きカードとそのそれぞれの理由を記入した気付きカードを学習プリントにはった。そして、結論の $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ に根拠が足りないことに気づき、合同条件を記入した新たな気付きカードをはった。これは、B子が、図形を基に仮定から何がいえるのかを考えた結果、結論にたどり着くことができたからである。B子はその後、同じ図形の $AC=BD$ を結論として取り上げ、説明を考えながら気付きカードを並べる活動に取り組んだ。最初、まったく気付きカードを動かすことができなかった。そこで、はってある $AC=BD$ の気付きカードを指して、これがいえるためには何がいえればよいか考えるよう助言したところ、 $AC=BD$ の気付きカードの上の段に合同な図形の性質を記入した新たな気付きカードを、その上の段に $\triangle OAC \equiv \triangle OBD$ の気付きカードをはることができた(資料3)。

資料3 B子の気付き



どう考えたのかを質問すると、「辺が等しいことがいえるには二つの三角形の合同がいえればいから。」と答えた。これは、B子が、結論である $AC=BD$ がいえるには何をいえばいいのかを考えた結果である。そして、残りの気付きカードを的確にはることができた(資料4)。

資料4 B子の学習プリント



A子も、B子も、最初は仮定から考えることだけの思考だったが、新たに、結論からさかのぼって考えることによって根拠に気付くことができた

と考える。

他の生徒も時間はかかったが、全員が $OA=OB$ 、 $OC=OD$ 、 $\angle AOC=\angle BOD$ の気付きカードとそのそれぞれの根拠を記入した気付きカードをはり、根拠となる気付きカードが1枚足りないことに気付いた。その根拠については、最初、16人中10人が気付けなかったが、仮定から考えたり結論から考えたりしたことでそこに入る合同条件に気付くことができた。

以上のことから、追求する場において、気付きカードを、仮定から結論までの間に並べる活動を取り入れたことは、根拠を明らかにしていく思考の流れを意識することができ、筋道立てて結論を導く力を身に付けることに有効であったと考える。

3 深める場において、新たな問題に取り組み、筋道立てて並べられた気付きカードを基に思考過程を振り返り、自分なりのことばを付け加えながら証明を記述する活動を取り入れたことは、筋道立った考えで結論が確かめられたことが実感でき、論理的な思考力を身に付けることに有効であったか

「平行な2直線 l 、 m 上にそれぞれ点A、点Bをとり、線分ABの中点をPとする。点Pを通る直線 n と直線 l 、 m との交点をそれぞれ点C、点Dとする。」という場面状況を与え、この場面にあてはまる図形(図3)を作図させた。作図した図形を見て気付いたことを気付きカードに記入し「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類し、「根拠が明確でないもの」に分類した気付きカード $AC=BD$ が正しいことを確かめてみようという課題に取り

組み、証明を考えながら仮定から結論までの間に気付きカードを並べた。その後、並んだ気付きカードを基にして証明を書いてみようという課題を提示した。その際、気付きカード同士が文としてしっかりつながるよう、自分なりのことばを付け加えていくことを指示した。各自、学習プリントに「だから」「より」「よって」などのことばで気付きカードに記入してあることをつなげながら記述した。授業後の意識調査では、16人中14人が「理由を明らかにしながらカードを並べ証明できるようになった。」と「証明を考えていく方法がわかるようになった。」と回答した。

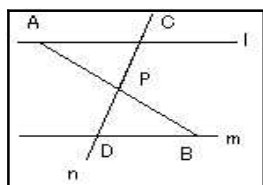


図3 問題の図

A子、B子ともに、分類する活動では、一つ一つ丁寧に気付きカードを手を持って理由を考えていた。そして、自分の力で、根拠として平行線の錯角の性質、対頂角の性質、仮定に気付くことができ、「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」を的確に分類することができた。仮定から結論まで筋道立てて並べる活動では、A子は前時の学習プリントを参考にしたが、二人とも自分の力で、根拠に気付きながら仮定から結論まで気付きカードをすべての的確に筋道立てて並べることができた。その並べられた気付きカードを基にして証明を記述した（資料5）。授業後の感想で、A子は、「あまり難しいことを考えなくても、いろいろ頭の中に浮かぶようになった。確かなカードを使うと簡単に確かめられた。」と書き、B子は、「自分で習ったことや合同条件を見付けてカードをはっていつて全部並ぶとすっきりする。」と書いた。また、意識調査では、「理由を明らかにしながらカードを並べて証明ができるようになった。」の項目ではA子、B子ともに「とてもあてはまる」と回答、「証明を考えていく方法が分かるようになった。」の項目では、A子は「あてはまる」、B子は「とてもあてはまる」と回答した。これらは、A子もB子も、新たな問題で「根拠が明確なもの」と「根拠が明確でないもの」に分類する活動と筋道立てて並べる活動に取り組み、自分の力で根拠を明らかにしながら筋道立てて結論を導くことができたこと、そして、それを記述しながら自分の思考を振り返ったことで、筋道立った考えで結論が確かめられたことを実感した表れである。

以上のことから、深める場において、新たな問題に取り組み、筋道立てて並べられた気付きカードを基に思考過程を振り返り、自分なりのことばを付け加えながら証明を記述する活動を取り入れたことは、筋道立った考えで結論が確かめられたことが実感でき、論理的な思考力を身に付けることに有効であったと考える。

資料5 B子の記述

Ⅶ 研究のまとめと今後の課題

- 論理的な思考力を育てるのに気付きカードを用いることが有効であることが明らかになった。特に、根拠が明確なものと明確でないものに分類する活動を取り入れたことにより、何を根拠に筋道立てて考えていけばよいのかを生徒は理解することができた。今後は、他の数学的な考え方を育てていく学習でも、気付きカードを用いた活動を有効に取り入れられるような学習過程の工夫を考えていきたい。
- 図形から自分が気付いたことを結論として取り上げたり、気付きカードを用いた操作的活動を取り入れたことで、生徒が意欲的に学習に取り組もうとする姿が見られた。

〈参考文献〉

・能田 伸彦・福森 信夫 編集 『新・中学校数学指導実例講座』 金子書房（1991）