

群 教 ゼ	G03 - 03
	平 16.223集

「三平方の定理」における学習活動を 支援する教材の作成と活用

特別研修員 鬼形 朋宏（安中市立第二中学校）

《研究の概要》

本研究では、中学校第3学年数学科「三平方の定理」の学習活動において、図形の性質を論理的に考察する能力の育成を支援するための教材を作成した。定理の発見や理解をする場面では、Flashで作成したアニメーションで視覚的に捉えることにより関心・意欲を高めることを目指した。また定理を活用する場面では、生徒自身が習熟度に応じて実際に本教材を操作する活動を通して、理解を深めることができるようにした。

【キーワード：数学 - 中 数学教育 図形 コンピュータ 三平方の定理】

主題設定の理由

近年、本校においても「きめ細かな指導」や「わかばプラン」等で、習熟度別の少人数授業が展開されるようになり、数学の教育における生徒一人一人への丁寧な指導が重要視されてきている。また「数学は嫌い」、「数学は難しい」と思いこんでいる生徒も多い。そこで生徒が意欲的に取り組むことのできる授業を行うために、導入時の方法の工夫や、教材・教具の研究がさらに重要性を増してきている。その方策としてコンピュータ等の教育機器の利用を考えた。生徒自身が実際にコンピュータを操作し、数学を視覚的に捉えることにより興味・関心が高まり、生徒が進んで学習へ取り組む支援ができると考えられる。実際に生徒たちはコンピュータを操作することが好きで、パソコン室での授業は普通教室と比べてより意欲的に取り組むことができている。そのためコンピュータを使用して授業を進めることは、生徒の関心・意欲を高める上で有効であると考えた。

数学科においてコンピュータを教具として使用する利点は、数学的な性質の発見という場面や各自の能力に応じた学習を進める場面などで段階的に活用できることにある。中学3年生の図形領域における目標は、「図形に対する直観力や洞察力とともに、図形の性質について論理的に考察する能力を一層伸ばす」ことに重点がある。本研究では、中学3年生の数学の図形領域において、生徒自身が進んでコンピュータを使用し、習熟度に応じて段階的に取り組むことができ、学習の支援となる教材の工夫・開発に焦点をあてることにした。また、単元の流れの中や1時間の授業の中でより効果的に提示し、活用の場면을工夫・検討した。

三平方の定理とは、単純な図形である直角三角形の中に潜む3つの辺の長さの関係を示したものである。この身近な図形の中に潜む定理の発見に対する驚きと楽しさを感じさせ、利用することによってその有用性に気づかせることが特に重要である。そこでコンピュータを効果的に用いることにより、今まで板書や自作の教材などでは説明しにくかった、三平方の定理の発見から活用までを動きを交えて視覚的に捉え理解することを目指した。また生徒が自分のペースで取り組み、習熟度に応じて段階的に活用することにより一斉授業ではなかなかできない一人一人の生徒への丁寧な支援を行うことができ、学習内容の理解をより深めることができると考えた。

このように授業において生徒たちが自らコンピュータを操作したり、提示された事象を視覚的に捉えたりすることにより、関心・意欲が高まり、理解を深める学習活動の支援になると考え研究主題を設定した。

研究のねらい

「三平方の定理」の学習において、生徒自身が実際にコンピュータを操作し、視覚的に捉えることによって、関心・意欲が高まり、習熟度に応じて段階的に活用することにより理解を深めることができる教材を作成し、授業実践をととしてその有効性を検証する。

研究の見通し

図形の性質を予想したりまとめたりする場面において、全体に対して提示したコンピュータの画面の様子を見たり、生徒自身が実際にコンピュータを操作することによって、視覚的に捉えることができ、関心・意欲が高まり、進んで学習に取り組むことができるであろう。

生徒が各自で教材を活用する場面において、自分のペースで取り組み、習熟度に応じて段階的に活用し、ヒントなどを効果的に利用することによって、理解を深めることができるであろう。

研究の内容

1 教材の概要

(1) 教材の構成

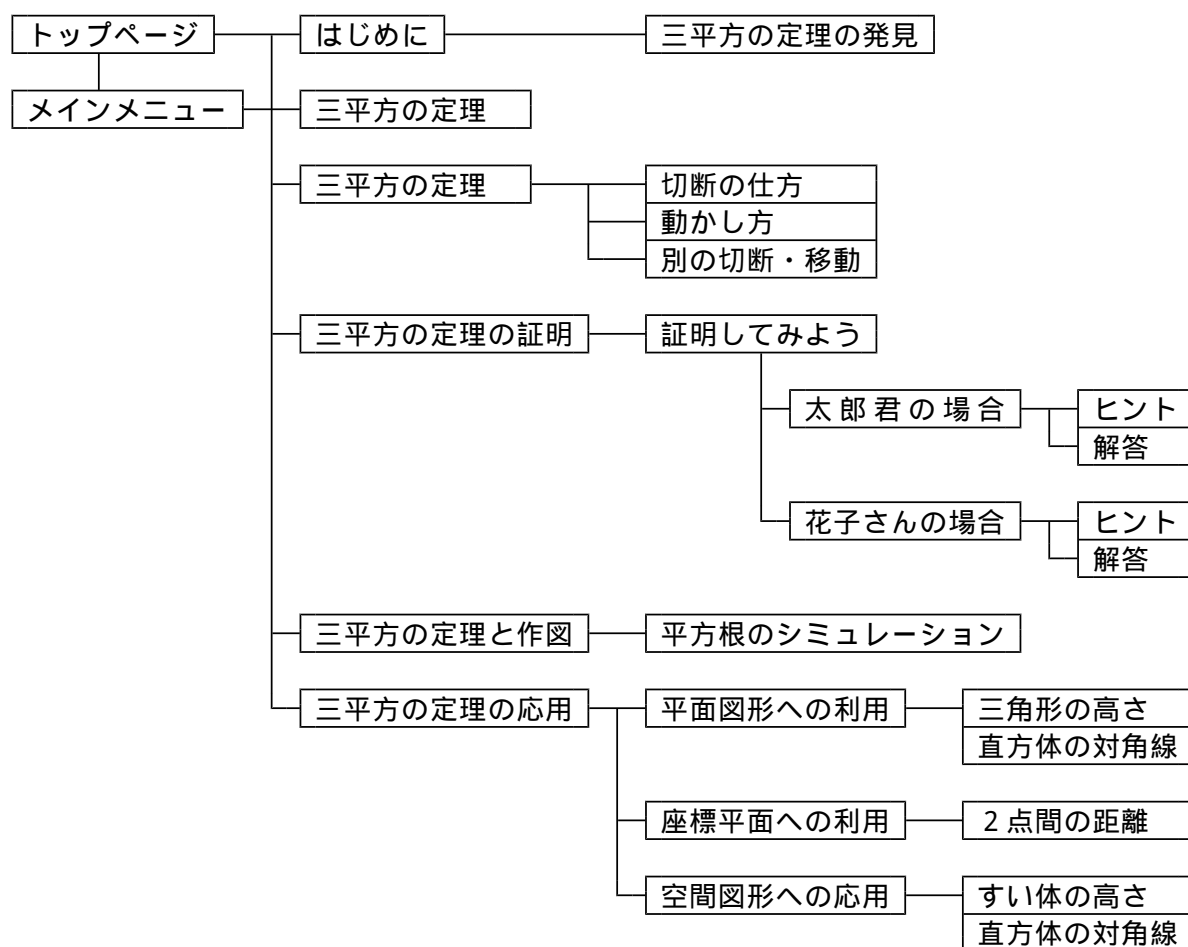


図 1 教材の構成図

(2) 基本的な考え方

本教材は、中学校3学年数学の図形領域において、「図形に対する直観力や洞察力とともに、図形の性質について論理的に考察する能力を一層伸ばす」ことを目的とした教材である。そのため本題材「三平方の定理」において、生徒自ら操作を行えることと、個々の生徒の能力に応じて段階的に活用することを基本とし、以下のような点に留意して教材を作成する。

- ア 生徒が使い慣れているWeb形式のページ構成を基本とし、マウスだけで容易に操作できるようにする。また見やすさに配慮するとともに、ポイントとなる箇所は配色を工夫する。
- イ 習熟度に応じて段階的に活用できるように教材を構成する。学習を進める上で必要に応じてヒントボタンを利用したり、内容を段階的に表示できるよう工夫をする。
- ウ Flashでアニメーションを作成し、視覚的に動きを交えて捉えられるようにする。図形の性質を予想・理解する場面や空間図形での利用に特に工夫をし、生徒自身が理解をしやすいような提示の仕方をする。また必要に応じてその図形の動きを停止し確認できるようにする。

2 教材の内容

(1) スタートページ・メインメニュー

「スタートページ」は、Flashでアニメーションを作成する。三平方の定理は別名「ピタゴラスの定理」とも呼ばれており、歴史的な背景や内容を含んでいるため、そのことも考慮に入れ、興味を引くアニメーションで説明をする。

「メインメニュー」では、Web形式で作成し、三平方の定理の学習を進める上で、その内容のページへリンクできるようにボタンを配置した。

(2) 三平方の定理の導入

メインメニューの「はじめに」から三平方の定理の発見や必要性を考えるFlashのアニメーションを利用したページに進むことができる。

Flashのアニメーションで、ピラミッドにある正方形の底面を、どのように造ったか疑問を投げかける。その謎の解明にあたり、直角三角形の存在に気付かせ、三平方の定理を予想し発見することができるようにする。また、これからの学習の流れを把握させる。

(3) 三平方の定理の確認

メインメニューの「三平方の定理」から、直角三角形の3つの辺にできる正方形の面積の関係を考えるページ(マス目あり)へ進むことができる。生徒は各自でFlashのアニメーションを使い自分のペースで図3の画面に進み、3つの正方形の面積の関係を式で表すことができるようになる。

学習を進める上で、ウの面積の求め方で戸惑う生徒がいると思われるので「ウの面積の出し方」のボタンをクリックすると、ウの面積の求め方をアニメーションで確認することができる。



図2 メインメニュー

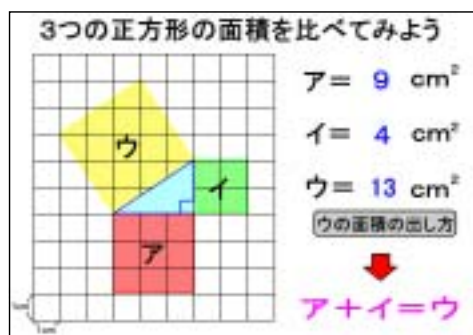


図3 三平方の定理

メインメニューの「三平方の定理」から図4のページに進むことができる。とは違いマス目がないため単純に面積を数で表すことができない。そのため配布されたプリントを利用し、小さい正方形2つを切断し、大きい正方形と重なるように実際に組み合わせる作業をする。その結果、正方形の面積の関係を同じように式で表し考えることができる。その作業の過程で、生徒自身が必要に応じてボタンをクリックし「切断の方法」や「移動のヒント」や「移動の方法」へ進むことができる。また、三平方の定理には複数の証明方法がありその一部を「別の考え方」としてアニメーションで確認することができる。

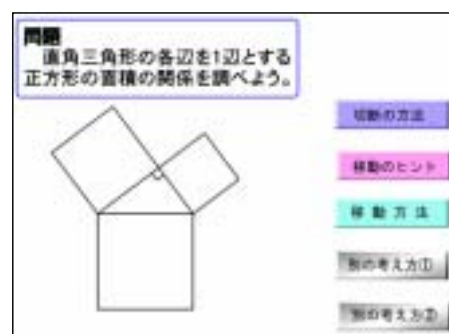


図4 三平方の定理

図5は移動のヒントのページになっている。動かしたい図形をクリックすると、その図形の移動の仕方の例が現れ視覚的に捉えることができる。

図6・図7は、別の方法で3つの正方形の面積の関係を表したものであり、ボタン操作で動かすことができ、視覚的にその変化の様子をつかむことができる。



図5 動かし方のヒント



図6 別の動かし方

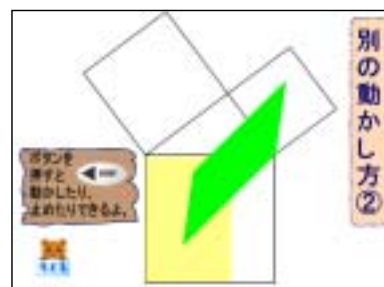


図7 別の動かし方

(4) 三平方の定理の証明

メインメニューの「三平方の定理の証明」から、図8のページに進むことができる。生徒各自が必要に応じてヒントを利用しながら、自分のペースで証明を進めていく。この時「三平方の定理」の証明方法は2つだけでなく数多くあることは前もって知らせておき、別の方法で考えても良いと伝えておく。「ヒント」からFlashのアニメーションで自由に動かしたり止めたりすることができるページへ進む。「解答」からは図やヒントを効果的に利用し、《仮定》《結論》《証明》を段階的に表示できるページへ進むことができる。図9・図10は、解答がすべて表示された状態である。

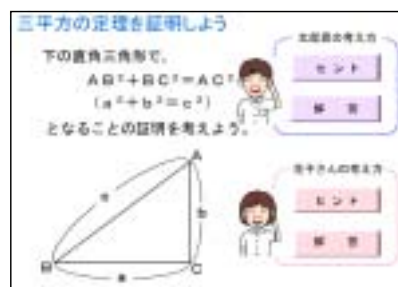


図8 三平方の定理の証明



図9 太郎さんの考え方



図10 花子さんの考え方

(5) 三平方の定理と作図

メインメニューの「三平方の定理と作図」から、三平方の定理を利用して $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{6}$ ・・・といった平方根で表された長さを作図するページへ進むことができる。図11のように「正方形の対角線」を利用したり、「直角二等辺三角形の斜辺」の長さを基準にしたりすることによって表すことができる。実際に書いたり、測ることのできない長さも三平方の定理を利用すれば表すことができることを視覚的に捉えられる。

(6) 三平方の定理の応用

メインメニューの「三平方の定理の応用」から、図12のような「平面図形」「座標平面」「空間図形」の問題を三平方の定理を利用して解決するページへと進むことができる。

それぞれの場面で三平方の定理が利用できることを説明するために、例題を提示し、習熟度や段階に応じて取り組むことができる。またFlashのアニメーションを利用して、視覚的に捉えやすくし、必要に応じてヒントを活用することができる。

右の図13は、「空間図形への応用」の中で四角すいの体積を求める場面である。体積を求めるまでの手順を段階に応じて提示したり、より詳しく説明をしている「ヒントのページ」に進むこともできる。

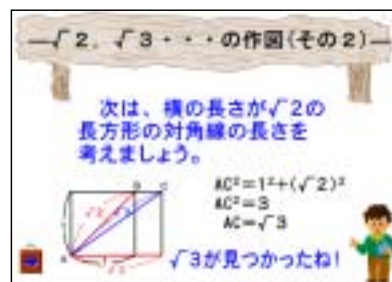


図11 三平方の定理と作図



図12 三平方の定理の応用

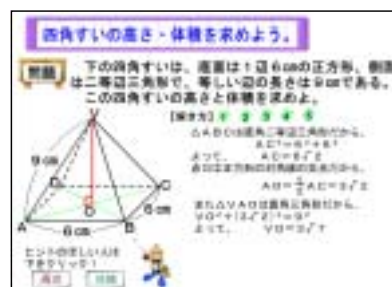


図13 空間図形への応用

3 実践結果と考察

(1) 授業実践

本校の数学の授業は、基本的に「きめ細かな指導」として毎時間複数の教員が習熟度によるコース別学習で行ってきている。しかし今回のようにパソコン室を利用する場合はTT形式で授業を行ってきており、本単元も基本的にパソコン室を利用するためTT形式での授業が中心になり、まとめ・確認の段階で習熟度のコース別学習を行った。

ア 検証計画

検 証 の 観 点	検証の方法	処 理・解 釈
- 生徒が自ら進んで教材を利用することによって、興味・関心が高まり、意欲的に取り組むことができる。 - コンピュータの画面を見たり実際に操作することによって、図形の性質を予想し理解を深めることができる。 - 習熟度に応じて段階的に活用することにより、個に応じた学習を支援することができる。	- 生徒のワークシートやノートの内容の分析 - 事前のアンケート - 事後のアンケート - 自己評価カード - 学習活動の観察 - 授業中の発言	発言や挙手のように数量的な面だけでなく、自己評価を取り入れ内面に目を向け変化を捉える。 ワークシートの内容や、学習活動の様子を観察することにより、どの程度有効だったかを判断する。 一人一人に視点をあて、学習活動の様子やワークシートの内容など総合的に判断する。

イ 単元の指導計画

三平方の定理（中学3年） 全9時間

時間	ね ら い	学 習 活 動	教材・検証
1	三平方の定理を発見し、その意味を理解する。	ピラミッドの底辺の造られ方に疑問を持ち、直角三角形の性質として三平方の定理を発見し、その意味を理解する。	・「はじめに」 ・ワークシート ・検証アンケート
2	三平方の定理を確認する。	直角三角形の3辺にできる正方形の面積を利用して三平方の定理を確認する。	・「三平方の定理」 ・ワークシート ・ワークシート ・検証アンケート
3	三平方の定理を証明する。	ヒント等を利用し、三平方の定理の証明を各自のペースで取り組み証明する。	・「三平方の定理の証明」 ・ワークシート ・検証アンケート
4	三平方の定理を利用し、直角三角形のいろいろな辺の長さを求める。	直角三角形の3辺から方程式を作り計算し辺の長さを求める。いろいろな三角形の長さの比を調べる。	・ワークシート ・ワークシート
	三平方の定理を使い、平方根の長さを表す。	直角三角形の斜辺や正方形の対角線として、いろいろな平方根の長さを作図する。	・「三平方の定理と作図」 ・ワークシート
5	三平方の定理の逆を理解する。	直角三角形の3辺の間にどのような関係が成り立てば、直角三角形になるか考え、証明し、利用する。	・ワークシート
6	平面図形に利用する。	三角形の高さや面積、長方形の対角線の長さを、三平方の定理を利用して求める。	・「三平方の定理の応用」 ・ワークシート ・検証アンケート
7	座標平面上の2点間の距離を求める。	座標平面上の2点間の距離を、三平方の定理を利用して求める。	・「三平方の定理の応用」 ・ワークシート ・検証アンケート
8	空間図形に利用する。	すい体の高さ・体積、直方体の対角線を三平方の定理を利用して求める。	・「三平方の定理の応用」 ・ワークシート ・検証アンケート
9	まとめをする。	習熟度別のコースに分かれて6章の問題、ワークブックに取り組む。	・検証アンケート

(2) 結果と考察

今回の授業実践は上記指導計画の第1時「三平方の定理の発見」、第2時「三平方の定理の確認」、第3時「三平方の定理の証明」の部分に焦点を当て検証することとした。

ア 「生徒が自ら進んで教材を利用することによって、興味・関心が高まり、意欲的に取り組むことができる。」について

三平方の定理の導入として、パソコンの画面を利用し、ピラミッドの直角をどのように造るか考えさせたところ、約85%の生徒が興味を持って取り組むことができたと答えている(図14)。またその謎を意欲的に解明しようとする姿も見て取ることができた。

実践前のアンケートで、図形分野の学習に関する意識を調べたところ、「難しい」「少し難しい」と考えている生徒が90%以上いた。それに対して「嫌い」「少し嫌い」と答えている生徒は、55%であり、「難しいけど好き」という生徒が全体の約3分の1であった(図15)。つまり、生徒の難しいといった意識を少しでも払拭し、関心・意欲を持たせ取り組ませれば成果も上がると考えられる。今回、本教材を使って授業実践を行い、事後のアンケート結果から「難しい」「嫌い」といった解答は減少しているの

で、図形に対する関心は高まってきたと考えられる。

また、三平方の定理を「ほとんど理解できた」と答えた生徒は全体の約80%になり、「パソコンを取り入れた授業は楽しかった」と答えている生徒は全体の約90%にもなっている。また「パソコンを取り入れることによって、理解が深まった」と考えている生徒も80%を超えている。

このような結果から、本教材を利用して授業を導入し進めることによって、興味・関心が高まり、意欲を持って授業に取り組むことができたと考えられる。

イ 「コンピュータの画面を見たり実際に操作することによって、図形の性質を予想し理解を深めることができる。」について

本教材を利用して導入することにより、関心・意欲が高まり、三平方の定理を「自力で予想できた生徒」と「ヒントにより予想できた生徒」が半数近くいた(図16)。従来、平方した数値を使って等式を表すことは生徒にとって大変困難である。そのため、この結果は予想以上であった。

また導入を行った次時の授業(第2時)の始めに確認テストを行った結果、80%以上の生徒が三平方の定理を文章や式で説明できるようになっていた(図17)。このように前時に高い関心を持って取り組むことができていたためしっかりと内容の定着が図れたと考えられる。授業終了後の自己評価からも約80%の生徒は「よく理解できた」と判断している。

このように本教材の画面を見て実際に操作することが、図形の性質を予想し、まとめることに役立ち、内容の定着を図るために有効であったと考えられる。

ウ 「習熟度に応じて段階的に活用することにより、個に応じた学習を支援することができる。」について

本教材において、習熟度に応じた段階的な活用は、「三平方の定理の確認」と「三平方の定理の証明」をする場面で取り入れられている。授業中の生徒の様子は、最初からヒント・解答

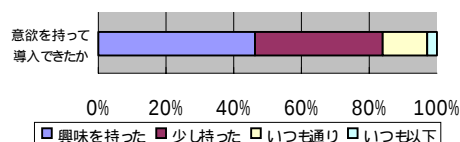


図14 授業の導入について

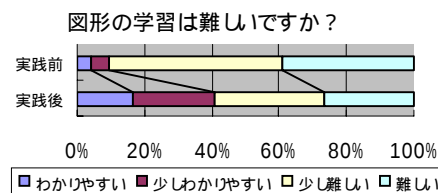


図15 図形の学習について

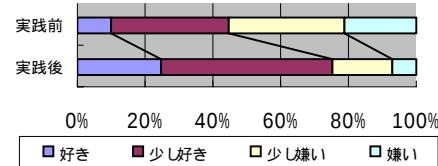


図15 図形の学習について

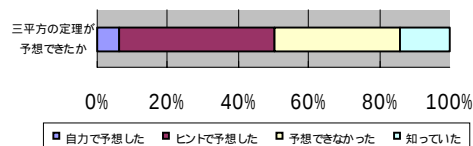


図16 三平方の定理の予想

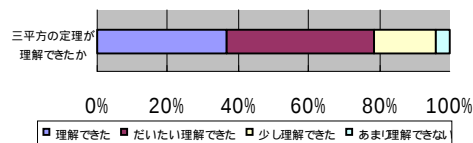


図17 三平方の定理の理解

を覗いてしまう生徒もいた。しかし多くの生徒たちは個々の能力に応じて、ヒントを効果的に利用し段階的に進めることができていた。「三平方の定理の証明」の授業では、証明を進めるにあたり生徒各自が必要な部分だけヒントを表示しながら取り組むことができていた。授業後のアンケートの結果から、ヒントなどを段階に応じて活用できることは「とても参考になった」「参考になった」とほとんどの生徒が答えている(図18)。

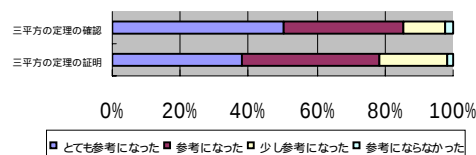


図18 段階や習熟度による提示

このように習熟度に応じて段階的に学習を進めることのできる本教材を生徒が進んで使用することにより証明などの場面で一人一人の生徒への丁寧な支援になったと考えられる。

研究のまとめと今後の課題

1 研究のまとめ

中学校第3学年における「三平方の定理」の学習の中で本教材を活用し、実践を行った結果、次のような成果が見られた。

- 普通教室での授業と違い、パソコン室での授業はどの生徒も前向きに参加することができていた。そのため、三平方の定理を予想する場面など、周りの生徒と相談しながら探求的に取り組むことができ、図形の性質を予想するための支援ができたと考えられる。
- 本教材を習熟度に応じて段階的に活用し学習を進めることは、多くの生徒に対して学習を進める支援になったと考えられる。「三平方の定理」を確認するときなど、まず自分で考えてから必要に応じてヒントを活用する態度が見られた。
- 図形の動きをアニメーションで見ることにより、その性質を発見したり問題を理解したりする場면을視覚的に捉えることができ、生徒の学習活動の支援になったと考えられる。



図19 授業風景

2 今後の課題

- 生徒にとって使いやすい教材を目指して作成にあたったが、まだまだ内容的には不足しているので今後も作成を続け、内容をより充実させたい。
- 図形を動かしたり止めたりといった操作はできたが、今後は生徒が自由に切断し、動かすことができる教材になるよう工夫して行きたい。

< 参考・引用文献 >

- ・ 中学校学習指導要領解説数学編（平成10年12月）
 - ・ 群馬教育研究所 編著 『改訂新版 実践的研究の進め方』 東洋館出版社（2001）
 - ・ 馬場ぎんが 著 『はじめてのFLASH MX 2004 Windows版』 秀和システム(2004)
 - ・ 境祐司 著 『速習Webデザイン FLASH MX 2004』 技術評論社（2004）
- Macromedia Flash MX 2004はMacromedia.incの米国及びその他の国における商標または登録商標です