

群 教 セ	G03 - 03
	平16.221集

自ら筋道を立てて考える生徒を育てる 図形指導の工夫

－ 「よりどころカード」を活用した図形の性質の体系化を通して －

特別研修員 岩崎 聡 （松井田町立西中学校）

《研究の概要》

本研究は、図形の性質を「よりどころカード」として整理し、体系化していくことを通して、自ら筋道を立てて考える生徒を育てることを目指したものである。具体的には、図形の論証指導において、図形の性質をカードに整理し、そのカードを活用しながら新たな性質が成り立つことを説明し、性質が導き出された過程を体系化していくことを通して、自ら筋道を立てて考えるように指導の工夫を行ったものである。

【キーワード：数学 - 中 筋道を立てて考える 体系化 論証指導】

主題設定の理由

群馬県の平成 14 年度中学校教育課程実施状況調査では、「結果を見通したり、筋道を立てて考えたりする力が不十分である」という結果が出ている。本校の生徒も例外ではなく、直観的に気付いたことがあるにもかかわらず、それが正しいか確かめられずに、何をしたらよいか分からなくなってしまう姿が多く見られる。計算力がつき、できた喜びを感じるようになってきたが、解いた過程を問うと、「何となく。」と答えることも少なくない。これらは、既習事項を活用できないことや、見通しを立てる段階での思考が不十分で、無意識に既習事項を活用していることが原因ではないかと考えられる。

数学を学習する本当の楽しさは、答えが合っていたという結果の正しさを実感するだけではなく、これまでの学習を頼りに、どのようにしたら解けるのかを探り、絡んでいた糸がほどけていくかのように答えが導かれていくことを実感できることにあると考える。また、数学の性質は公理や定義を出発点として根拠を明確にしながら導かれたものであり、その説明された性質を用いて、さらに次々に新しい性質をその上に築いて体系化していくことができる。このように考えると、数学において既習事項を活用し、根拠を明確にし自ら筋道を立てて考えていこうという態度を培っていくことは大変重要である。

しかし、中学 1 年からの学習内容や指導を振り返ると、正負の数や方程式など形式的操作による処理のよさが中心となってしまう、既習事項を意識して考えることや、答えを導くまでの過程をじっくりと振り返ることが十分にできていなかった。そこで、今回の研究では性質と性質の関連を体系化しやすい図形領域に視点をあて、図形の性質を「よりどころカード」として整理し、体系化していく活動を取り入れていこうと考えた。「よりどころカード」として整理していくことで、今まで学習したことが明確になり、その性質を根拠として活用していこうという態度が身についていくであろうと思われる。また、図形の性質が導き出されてきた過程を体系化していくことで、既習の性質を根拠として新たな性質が導き出されていくことに気付き、新たな性質が成り立つことは、これまでの性質を根拠として必ず説明できることを理解できると考える。このように「よりどころカード」を活用して、図形の性質を体系化していくことを通して、根拠を明確にしながら推論を進めることの重要性を理解し、自ら筋道を立てて考えることができるのではないかと考え、本主題を設定した。

研究のねらい

図形の性質が成り立つことを説明する学習において、既習の性質を「よりどころカード」に整理し、新たな図形の性質が導き出されてくる過程を体系化していくことが、自ら筋道を立てて考える生徒を育てるために有効であることを、実践を通して明らかにする。

研究の見通し

- 1 つかむ過程において、学習した図形の性質を「よりどころカード」にまとめていく活動を取り入れれば、図形の性質をまとめる楽しさを感じながら何を根拠に考えていけばよいかが分かるであろう。
- 2 追究する過程において、「よりどころカード」を根拠にして新しい図形の性質が導き出される過程を体系化することにより、図形の性質は既習の図形の性質をもとに筋道を立てて説明できることに気付くであろう。
- 3 広げる過程において、自ら新しい図形の性質を見つけ、「よりどころカード」や体系化をもとに考えることにより、既習の図形の性質をもとに新たな図形の性質を自ら筋道を立てて考えることができるようになるであろう。

研究の内容と方法

1 研究の内容

(1) 筋道を立てて考える生徒とは

自ら筋道を立てて考える生徒とは、「 a ならば b である」という命題に対して、自ら仮定である a を出発点として、すでに正しいと認められた既習事項をもとに、結論の b が成り立つことを根拠を明確にしながら導くことができる生徒であるととらえた。既習事項を根拠として活用できるようになるには、一つ一つの性質を孤立的に見るのではなく、他の性質と関係づけて考えることが重要であると考えた。また、筋道を立てて考える過程で大切なことは、次の2点である。

条件としてどのようなことが与えられ、どのような性質を使うことができるかをはっきりさせることにより、何をもとにして考えればよいのかが分かること。

既習の性質や方法を使えないかという考えのもと、結果や解決方法に見通しを立てること。数学科の学習では、答えが一つであるという印象が強いが、答えを導くまでの過程は一つとは限らないし、根拠を明確にしながらの推論の結果、異なる結論が出てきたとしても両方正しいのである。重要なのは、しっかりとした根拠をもとに推論ができるということである。このような筋道を立てて考えることは数学的な見方や考え方のよさやおもしろさでもあり、生徒に身につけさせたい力の一つでもある。

(2) 「よりどころカード」を活用した図形の性質の体系化について

「よりどころカード」とは、既習の性質をカードの表に性質を表した図が描かれており、裏にその図形の性質を表す記号・言葉、式が書かれているものである。図形の性質を「よりどころカード」としてまとめていく意義は、次の三つである。

図形の性質をカードに一つずつまとめ、1枚ずつカードが増えていくことで、新たに説明

された図形の性質が一つ増えたことを実感でき、学習の充実感から得る楽しさを感じることができる。

「よりどころカード」を見ることにより、既習の図形の性質にはどんなことがあるのかははっきりし、既習事項を想起しやすく、活用していこうという意欲付けになる。

プリントやノートにまとめておくのと違い、カードになっているので一つ一つを自由に動かすことができ、カードを並べて見ることができ性質同士を比べたり、体系化したりしやすい。

また、図形の性質の体系化とは、どの性質を根拠に新たな性質が導き出されたのかを「よりどころカード」を用いて結びつけ、その過程を頭の中で理解していることである。重要なのは図にして線で結ぶことだけでなく、新たな性質が導き出された過程を根拠を明確にして説明できることである。根拠として使った性質が異なれば、体系化も異なってくる。体系化が異なっても、それぞれの過程を考察していくことで、性質同士の関連をより深く理解でき、すでに正しいとされた性質をもとに幾通りもの過程で新たな性質を導くことができるということを認めていく態度を培うことができると考える。

2 研究の方法

研究の見通しに基づき、次のような方法で授業実践を行い、検証する。

(1) 授業実践計画

対 象	松井田町立西中学校 2年A組(男子9名:女子3名)	抽出 生徒	A 男	直観的な発想がよく、着眼点もよいが、考えを深めていくことが苦手で、「何となく」という段階で思考が止まってしまうことが多い。既習事項を手がかりに、自分の力で筋道を立てて考えられるようにしたい。
単元名	角と平行線		B 子	問題に対してじっくりと取り組むことができる。解き方・考え方の説明もできるが、要点がまとまらず、自分自身でも分からなくなってしまうことがある。根拠を明確にし、自ら筋道を立てて考えられるようにしたい。
時 数	10 時間			
期 間	10 月中旬～11 月上旬			

(2) 検証計画

検証項目	検 証 内 容	検証方法
見通し 1	つかむ過程において、対頂角や平行線の性質を「よりどころカード」にまとめていく活動を取り入れることは、図形の性質をまとめる楽しさを感じながら何を根拠に考えていけばよいかわかるのに有効であったか。	観察・発言 ワークシート 自己評価カード
見通し 2	追究する過程において、「よりどころカード」を根拠にして三角形の内角や外角の性質が導き出される過程を体系化することは、図形の性質は既習の図形の性質をもとに筋道を立てて説明することに気付くのに有効であったか。	観察・発言 ワークシート 自己評価カード
見通し 3	広げる過程において、自ら平面図形の性質を見つけ、既習の図形の性質をまとめた「よりどころカード」や体系化をもとに考えることは、既習の図形の性質をもとに新たな図形の性質を自ら筋道を立てて考えることができるようになるのに有効であったか。	観察・発言 ワークシート 自己評価カード

研究の展開

1 単元の考察、目標および評価規準

単 元 の 考 察	本単元では、平面図形の基本的な性質について、実験・実測などの帰納的、類推的な方法で性質を見だし、これらの性質が平行線や角の性質などをもとに、説明できることを理解する。そして、学習した性質を根拠として、新たな図形の性質について考察し、推論を進めていく。このような活動を通して、それぞれの性質は単独ではなく、すでに正しいと認められたことを根拠として導き出されていることや、根拠を明確にしながらの推論の進め方を理解していく。本格的な論証の学習は、本単元がはじめてである。直観的なものの見方や帰納的、類推的な考え方を大切にしつつ、筋道を立てて考えることのよさや必要性を理解させていきたい。		
目 標	操作活動などから直観的、帰納的、類推的に見だした図形の性質を、平行線や角の性質を根拠として、筋道立てて説明できるようにする。		
評	おおむね満足できる状況		十分満足できる状況
	数学への関心・意欲・態度		
	平面図形の基本的な性質を見出したり、確かめたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考察することのよさに気付き、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとしている。	平面図形の基本的な性質を見出したり、確かめたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考察し演繹的な推論の必要性に気付き、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとしている。	

価 規 準	数学的な見方・考え方	
	数学的な推論の方法を用いて論理的に考察することができる。	数学的な推論の方法を適切に用いて論理的に考察することができる。
	数量や図形についての表現・処理	
	平面図形における性質の考察において、推論の筋道を言葉や記号を用いて表現できる。	平面図形における性質の考察において、推論の筋道を言葉や記号を用いて的確に表現できる。
	数量や図形についての知識・理解	
	平面図形の基本的な性質どうしの関係を理解している。	平面図形の基本的な性質どうしの関係を理解し、筋道を立てて推論することの意義と方法を理解している。

2 指導と評価の計画(資料編参照)

研究の結果と考察

1 つかむ過程において、対頂角や平行線の性質を「よりどころカード」にまとめていく活動を取り入れることは、図形の性質をまとめる楽しさを感じながら何を根拠に考えていけばよいか分かるのに有効であったか

第1時では、ストローを直線に見立てて動かしてみる活動を取り入れ、角の大きさを視覚的にとらえ、自ら性質を発見したことを実感できるようにした。その後、対頂角が等しくなることを説明し、「よりどころカード」にまとめた。第2時の平行線の同位角では、三角定規を組み合わせ移動させて平行線にかく方法やストローを動かす活動を通して、直観的、実験的に認め、「よりどころカード」としてまとめた。

平行線の錯角が等しいことを発見した段階で、「本当に平行線の錯角は等しいのだろうか？」と問いかけた。A男はじっくりと考えていたが、自ら説明を考えることはできなかった。B子は等しい大きさの角に色を付けて考えていたが、やはり結論まではたどりつかなかった。全体的な様子としても、対頂角のときのように説明できるのではないかと前向きな姿勢は見られたが、まだ慣れていないせいかすぐに見通しのもてた生徒はほとんどいなかった。そこで、「この図の中で大きさが等しいと分かる角はあるか。」と問いかけ、等しい理由とともにすべて挙げさせた。すると、対頂角と平行線の同位角の性質を組み合わせれば説明できることに気付き、納得するように「あー、あー」と声をあげる生徒もいた。また、これらの活動の中で「これも『よりどころカード』になるんですね。」「私は教わったことを忘れっぽいので、『よりどころカード』にまとめると、何を勉強したのかが分かっていい。」とつぶやきながら、生徒は意欲的に「よりどころカード」をまとめていた。

以上のことから、つかむ過程において、対頂角や平行線の性質を「よりどころカード」にまとめていく活動を取り入れたことは、図形の性質をまとめる楽しさを感じながら何を根拠に考えていけばよいか分かるのに有効であったと考える。

2 追究する過程において、「よりどころカード」を根拠にして三角形の内角や外角の性質が導き出される過程を体系化することは、図形の性質は既習の図形の性質をもとに筋道を立てて説明できることに気付くのに有効であったか

第4時の三角形の内角の和の性質の説明では、辺を延長してみる生徒はいたが、平行線を引くことに気付かず、どのように説明したらよいのか考えあぐねている生徒が多かった。そこで、三角形を敷き詰める活動を行い、説明するときに辺を延長するだけでなく、直線などを付け加えてもよいということを補足した。すると、多くの生徒が見通しをもてて、説明に取りかかった。授業後の自己評価でも「説明をだいたい自分で考えることができた」と答えた生徒が8割であった。

A男は、はじめに各頂点で辺を延長し、既習の性質である対頂角をつくったが、それでは説

明できないことに気付き、「よりどころカード」をながめて頂点を通り対辺に平行な直線を引き始めた。説明を記述することはできなかったが、図には同じ大きさの角が線で結んであり、既習の平行線の性質を使えば説明できることに気付いたことが見て取れた。

B子も対頂角をつくったり、平行線を引いたりしながら、既習の性質を使って発見できる等しい角を理由とともに次々に書き出した。図にも等しい印を付け、試行錯誤を繰り返す中で、一つの頂点に三つの角を集めることに気付き、資料1のように自分の考えを記述した。授業後の感想で、A男は「頭の中で考えるのは簡単だけど、書くのは大変だった。説明を考えると、『よりどころカード』

を使ったことで平行線の錯角や対頂角を見つけやすく、分かりやすかった。」B子は「『よりどころカード』が役に立ち、すぐに 180° になることが分かった。」と書いており、新たな図形の性質を既習の性質を使って説明しようという態度が培われてきたと感じられた。

第5時では、「よりどころカード（三角形の外角の性質）」をまとめた段階で、各自にこれまでの性質を体系化させた。A男は（平行線の錯角の性質）は（対頂角の性質）と（平行線の同位角の性質）を使って、（三角形の内角の和の性質）は だけを使って説明できたことをもとに、

までを資料2左図のように体系化した。B子は、資料1のように は で説明したが、他の生徒の説明を取り入れ、 と同様に も と を使って説明できることから までを資料2右図のように

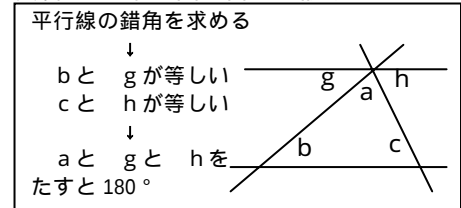
体系化した。また、A男とB子の（三角形の外角の性質）の体系化が違うのは、A男は三角形の内角の和と直線が 180° であることを使って計算で の性質を導き、B子は外角のところに平行線を引き、平行線の性質を使って の性質を導いたからである。授業後の感想では、A男は「カードを使って体系化することで、三角形の性質の仕組みがよく分かった。」B子は「カードを組み合わせる新しいカードの説明ができることが、体系化したので分かりやすかった。」と書いていた。他の生徒も、「対頂角」と「平行線の同位角」を出発点として、これまでの自分の説明や友達の説明を参考にしながら、新たな性質が導き出されてきた過程を体系化できていた。

以上のことから、追究する過程において、「よりどころカード」を根拠にして多角形の内角や外角の和の性質が成り立つことを説明しながらその過程を体系化することは、図形の性質は既習の図形の性質をもとに筋道を立てて説明できることに気付くのに有効であったと考える。

3 広げる過程において、自ら平面図形の性質を見つけ、既習の図形の性質をまとめた「よりどころカード」や体系化をもとに考えることは、既習の図形の性質をもとに新たな図形の性質を自ら筋道を立てて考えることができるようになるのに有効であったか

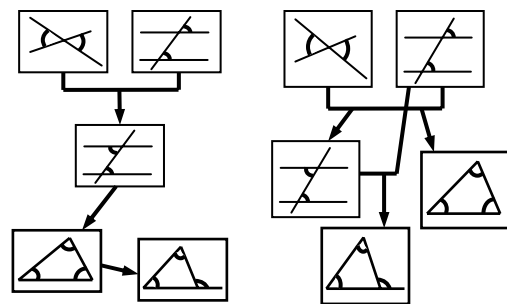
第6時の多角形の内角の和の授業では、五角形以上の内角の和を考えているとき、ほとんどの生徒は三角形に細かく分けて考えていたが、「三角形と四角形に分けてもいいんですか。」と聞いた生徒がいた。これにはすかさず他の生徒が、「四角形の性質が分かればいいのではありませんか。」と答えていた。また、自分で結論まで結びつけることはできなかったが、平行線を引いて内角を一つの頂点に集めようとしていた生徒もいた。このように生徒一人一人を見ると、既習の性質のどれかを使って自ら筋道を立てて説明しようという態度が見られるようになった。

資料1 B子が図に書いた説明



資料2 図形の性質の体系化

(左図はA男、右図はB子)



学級全体を見ると、どの方法でも根拠を明確にし、筋道を立てて説明できていればよいと認めていく雰囲気ができてきた。

第9時では、星形の模型を提示し、いろいろと変形させながら「星形のとがった五つの角の性質を見つけてみよう。」となげかけてみた。すると「角の大きさが変わらないのかも。」や「五つの角の大きさを足したら何かあるかも。」と、すぐに発言する生徒もいた。「分度器で測ったりしてもいいんだよ。」と助言したら、五つの角の和が 180° になることを見出した。そして、「本当に 180° になるのだろうか?」「本当に 180° になるのなら説明できるはずだ!」と、自ら説明してみようと取り組む姿勢が見られた。補助線を引かずにとび出した三角形や星形に含まれるくさび形に着目する生徒、とがった頂点を結び大きな五角形を作る生徒、中にできた五角形の頂点に平行線を引く生徒など、さまざまな方法が見られた。すぐに説明に入れない生徒もいたが、「よりどころカード」をもとに考え、説明の見通しをもてるようになっていった。

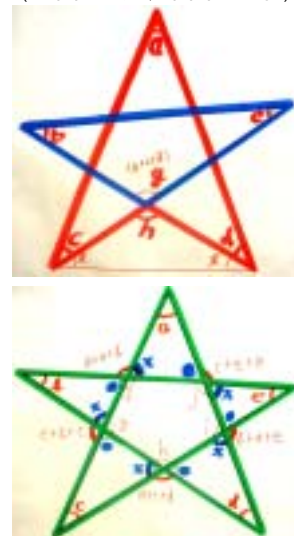
A男は、資料3上図にあるように、初めに下の二つのとがった頂点を結び大きな三角形で考え始めたが、へこんだ頂点の角に着目したことにより、星形の中に含まれるくさび形に気付くことができた。そのことにより、見通しをもつことができ、資料4のような説明を記述することができた。B子は、資料3下図にあるように、五つの角の性質を見つけようという段階で、とび出している五つの三角形に着目し、その内角の和が 900° であることまで求めたが、性質を見つけるまでにはいわず、少し悩んでいた。その後、五つの角の和が 180° になるらしいということが分かった段階で、とがったところ以外の必要ない角で五角形の外角の和が二組できるのでそれを引けば、 $900^\circ - 720^\circ = 180^\circ$ となることに気付き、説明を記述することができた。

以上のことから、広げる過程において、自ら平面図形の性質を見つけ、既習の図形の性質をまとめた「よりどころカード」や体系化を基に考えることは、既習の図形の性質をもとに自ら筋道を立てて考えることができるようになるのに有効であったと考える。

研究のまとめと今後の課題

- 「よりどころカード」を活用した性質の体系化を取り入れたことで、生徒は既習の性質を根拠として活用すれば新たな性質を導くことができることを理解できた。そして、既習の性質を根拠として使えるという意識がもてるようになり、自ら新たな性質を発見したときに試行錯誤しながらもその成り立ちについて自ら根拠を明確にし、筋道を立てて考える態度が見られるようになった。
- 性質が筋道を立てて説明されるたびに、生徒からは「すごい」というような言葉が聞かれ、根拠をはっきりとさせながら説明できたことに感心していた。既習事項をもとに筋道を立てて考えようという意欲が高まってきているので、図形領域以外の学習でもこのことを生かし工夫していきたい。
- 説明に見通しをもち、それを書き表すには考えていた以上に時間がかかった。性質が増えるほど生徒の考え方も多様になり、個々の支援が不十分になりがちであった。このことに対する対応策を考えていく必要があると実感した。

資料3 説明で用いた図
(上図はA男、下図はB子)



資料4 A男の説明

使ったよりどころカード
 $a + c + d = h$
 である。 h は対頂角で g
 と等しい。
 残りの b と e は、その g
 と三つで三角形になるの
 で、 180° である。よって、五
 つの角の和は 180° であ