

群 教 セ	G03 - 02
	平 17.225集

数学的な考え方のよさを味わう 算数科指導の工夫

－ 考え方を整理する振り返り活動を通して －

長期研修員 吉原 和子

（研究の概要）

本研究は、考え方を整理する振り返り活動を通して数学的な考え方のよさを味わうことを目指したものである。具体的には、学習問題と既習事項とを結び付けて問題解決の予想をもつ。問題解決の過程で考え方を整理する振り返り活動を行い数学的な考え方に気付く。気付いた数学的な考え方を活用して問題解決する過程の振り返り活動を通して、数学的な考え方のよさを味わう。このように指導の工夫をした研究である。

キーワード 【算数 数学的な考え方 予想 振り返り】

主題設定の理由

社会の変化に柔軟に対応し、21世紀をたくましく生き抜く児童を育成することがこれからの学校教育に求められている。これを受けて算数科では、「児童が基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数学的な考え方のよさに気付く、算数を進んで生活に生かそうとする態度を育てること」をねらいとしている。

国立教育政策研究所による平成15年度教育課程実施状況調査の結果によれば、「数学的な考え方」の観点を問う問題において、通過率が設定通過率を下回っている問題が多いことが分かった。質問紙調査からは、「算数がきらい」「算数が分からない」という児童の割合が、学年が進むにつれて増加している結果が得られた。置籍校の児童の学習の様子を見ると、公式や性質、計算の仕方を追究する過程よりも、覚えて答えを出すことを重視しがちである。また、新しい問題にぶつかった時「どう考えたらよいか分からない」「既習事項の何を使って考えたらよいか分からない」という児童が多く見られる。

「算数がきらい」「算数が分からない」という児童が増加する要因として、児童が試行錯誤して自分なりの方法で解決できた充実感を味わったり、身に付けたことを他の場面で活用することを通して、数学的な考え方に気付く、そのよさを味

わったりする経験が少なかったことが考えられる。教師の側から考えたとき、文章題や応用問題を解いたり算数的活動をしたりすれば、自然と数学的な考え方が育つものと思いこんでいた。そして、児童に身に付けさせたい数学的な考え方やそのよさを明確にし、数学的な考え方に気付く、そのよさを感得できる授業を行ってこなかったことも要因と考える。

児童は学習問題に取り組むと、数学的な考え方を無意識のうちに使って問題解決を行っている。その問題解決の過程を振り返る活動を行うことにより、数学的な考え方に気付く。そして、気付いた数学的な考え方を活用する学習問題に取り組み、数学的な考え方を活用して問題解決することはどうだったかを振り返ることにより、問題解決で活用した数学的な考え方のよさを味わうことができるものと考えられる。

以上のことから、考え方を整理する振り返り活動を通して、児童は数学的な考え方のよさを味わうことができるものと考え、本主題を設定した。

研究のねらい

算数科指導において、考え方を整理する振り返り活動を通して、児童は数学的な考え方に気付く、その考え方が問題解決に有効に活用されていることを実感し、数学的な考え方のよさが味わえることを実践を通して明らかにする。

研究の見通し

- 1 つかむ過程において、学習問題と既習事項とを結び付けて整理する振り返り活動を行うことによって、児童は問題解決への予想をもつことができ、問題解決に意欲的に取り組むようになるであろう。
- 2 追究する過程において、学習問題を解決する過程でどのように考えたのかという考え方を整理する振り返り活動を行うことによって、児童は数学的な考え方に気付くことができるであろう。
- 3 深める過程において、気付いた数学的な考え方を活用して学習問題を解決し、考え方がどのように活用されているかという振り返り活動を行うことによって、児童は数学的な考え方のよさを味わうことができるであろう。

研究の内容と方法

1 研究の内容

(1) 数学的な考え方のよさを味わうとは

「数学的な考え方」とは、問題解決に必要な知識や技能に気付かせ、それらを引き出す原動力である。そして、問題解決における数学的なアイデアや着想、思考方法を抽出したものと考える。

「数学的な考え方のよさを味わう」とは、上記の数学的な考え方を活用して問題解決することを通して、簡潔性、明瞭性、正確性、有用性、一般性、的確性、能率性、発展性、美しさなどを実感している姿と考える。

(2) 考え方を整理する振り返り活動とは

「考え方を整理する振り返り活動」とは、児童が問題解決する過程で使った考え方を整理し、数学的な考え方及びその活用に気付いたり、そのよさを味わったりする活動である。

具体的には、各過程で次のようにこの活動を展開する。

ア つかむ過程

児童は学習問題と出合った時に、既習事項（生活経験や既習学習）と結び付けた振り返りを自然としている。そこでは、「既習事項と結び付けると相違点・類似点は何か」「似たような学習や経験はしていないか」「そのときどんなふうに考え

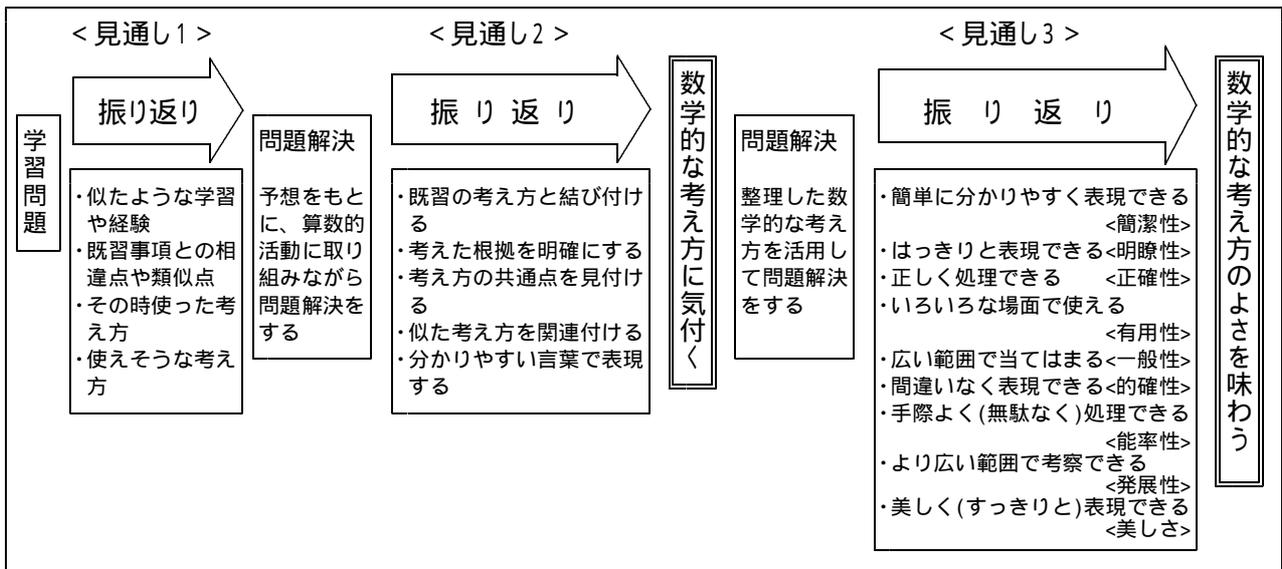
たか」といったことを考える。この考えの中で問題解決に使えるようなものを付せんに書き出していく。この付せんに「考え方整理プリント」に整理することで、児童は「こうなりそうだ」「こんなふうに考えていけば解決できそうだ」という解決への予想をもつことができる。一人一人の児童が予想をもつことで、確かめてみたい、調べてみたい、解決してみたいという意欲が必然的に生まれ、問題解決に意欲的に取り組むようになるであろうと考えた。

イ 追究する過程

自分なりの予想をもった児童はそれをもとに、作業的・体験的な活動などの算数的活動に取り組み問題解決を行う。そして、その解決の過程を振り返る際、つかむ過程において「考え方整理プリント」にまとめた考え方のどれをもとに解決したのかを確認しながら、自分の解決の過程をまとめる。それらを発表し合い、どのように考えたのかという学び合いを行う。児童は「こう考えればいいんだ」「どうしてこう考えたのかな」「この場合はこの方法がいいな」「似ている方法があるよ」などの意識をもつ。次に、解決の過程で使われている考え方を検討し、それらを比べたり関連付けたりして整理しながら、数学的な考え方に高めていく振り返り活動を行う。この活動を通して、児童は自分や友達の解決方法に使われている数学的な考え方に気付くことができるものと考えた。この振り返り活動を通して、数学的な考え方に児童が気付いていくためには、「児童一人一人の解決方法を大切にす」「不十分な考え方を生かすようにする」「関連した児童の発言を取り上げる」などに考慮した支援をしていくことが大切である。

ウ 深める過程

追究する過程で整理した数学的な考え方を活用する学習問題を設定する。児童は、学習問題の解決を行い、解決過程を発表し学び合う。次に、数学的な考え方をどのように活用しているのかを明確にし、その考え方を活用して問題解決することでどうだったかという振り返り活動を行い、「はっきり分かる」「簡単にできる」「他の問題でもできる」「分かりやすくなった」などの学習感想をまとめていく。整理した数学的な考え方を活用して問題解決し、どの考え方がどのように有効に活用され、それによってどうだったかを振り返ることで、数学的な考え方のよさを味わうことができるものと考えた。



2 研究の方法

(1) 実践計画

対象	前橋市立大利根小学校 6年 習熟度別少人数指導4コース (基礎コース、基礎・基本コース、基本・発展コース、発展コース)の基礎・基本コース 21人
期間	10月3日～10月24日 13時間
単元名	立体のかさの表し方を考えよう(体積のはかり方と表し方)
授業者	長期研修員 吉原 和子

(2) 抽出児童

A 男	じっくりと考えることが苦手なため、算数はあまり好きではない。問題解決に取り組む際、既習事項の何をどのように活用したらよいか分からないため、あきらめてしまうことが多い。問題解決の予想をしっかりともつことで、最後まで意欲的に問題解決に取り組む、その過程で使った考え方にも気付くことができるようにしたい。
B 子	算数の学習への関心や意欲はあり、算数が分かりたい・できたいと思っているが、算数に対する自信がない。自分の力で問題解決しようとするが、自分はどんな考え方で解決したのかを明確に意識することが少ない。学び合いの中で問題解決に使われた考え方に気付かせ、その考え方を活用することでそのよさを味わうことができるようにしたい。

(3) 検証計画

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	つかむ過程において、立体のかさ比への学習問題と、長さや広さ比への学習における既習の考え方を結び付けて整理する振り返り活動を行うことは、解決への予想をもつことができ、問題解決に意欲的に取り組むことに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> ・発言や考え方整理プリントの記述から、どんな既習の考え方を想起し、学習問題に対して既習の考え方をどのように結び付けて予想をもつことができたか分析する。 ・活動の様子から問題解決に意欲的に取り組んでいるかを分析する。
見通し2	追究する過程において、立体の体積を求める学習問題を解決する過程で、どのように考えたのかという考え方を整理する振り返り活動を行うことは、数学的な考え方に気付くのに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> ・どのように考えて問題解決したのかを、活動の様子や考え方整理プリントの記述から分析する。 ・発言や考え方整理プリントの記述から、考え方をどのように整理し、どのような数学的な考え方に気付いたのかを分析する。
見通し3	深める過程において、追究する過程で気付いた数学的な考え方を活用して学習問題を解決し、その考え方がどのように活用されているかという振り返り活動を行うことは、数学的な考え方のよさを味わうのに有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> ・問題解決している様子や学習プリントの記述から、どのような数学的な考え方をを用いて問題解決をしているのかを分析する。 ・発言や学習感想の記述から、数学的な考え方のよさを味わうことができたか内容を分析する。

研究の展開

1 単元名 立体のかさの表し方を考えよう(体積のはかり方と表し方)

2 単元の考察

児童は、3学年の時かさの学習を通して普遍単位の必要性を理解し、 m 、 d 、の単位を用いて測定する学習をしてきた。4学年の時、二次元の広がりとしての面積について考え、長方形や正方形の求積について学習してきた。6年生になり、前単元で立体図形の基本的なものとしての直方体や立方体の性質とその表し方を学習した。

そして、本単元では、体積の意味について理解し、簡単な立体図形について体積を求めることができるようにすることを主なねらいとしている。体積は三次元の広がりをもつ量であるが、面積の学習を想起することで、体積も単位とする大きさを決めればそのいくつ分で表せる、という単位の考えを用いることができる。また、長方形や正方形の求積と同様に、各辺の長さを測り公式の考えを用いることで、計算で体積を求めることができる。

単位の考えや公式の考えは、それらを問題解決の場面で活用し、解決の過程を振り返ることにより考え方のよさを味わうことができる。また、単位の考えや公式の考えに気付いたり、活用して問題解決したりする際には、帰納的に考えたり演繹的に考えたりする数学的な考え方も身に付けることができ、そのよさを感じ取ることができる。

3 単元の目標及び評価規準

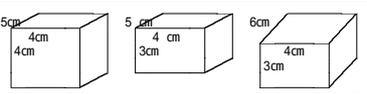
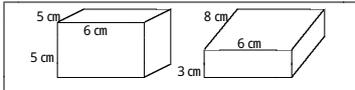
(1) 単元の目標

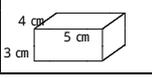
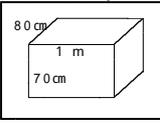
体積の意味について理解し、簡単な立体図形の体積を求めることができる。

(2) 単元の評価規準

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 表現・処理	数量や図形についての 知識・理解
立体図形の体積にかかわる性質や関係などに着目して考察したり、論理的に考えたりすることの楽しさやよさに気付き、進んで活用しようとする。	立体図形の体積を調べる算数的活動を通して、数学的な考え方の基礎を身に付け、論理的に考えたり、発展的、統合的に考えたりする。	立体図形の体積を求めることができる。	立体図形の体積についての感覚を豊かにするとともに、体積の意味と求め方を理解している。

4 指導・評価計画(全13時間)

過程	時間	ねらい 数学的な考え方 ・主な活動	・支援及び指導上の留意点	評価項目(評価方法) 「十分満足できる」と判断される状況 「努力を要する」児童への手だて
つかむ	1	<p>立体のかさ比べの方法を、既習事項と結び付けて予想をもち、問題解決に意欲的に取り組むことができる。かさ比べの方法に使われている直接比較や間接比較(操作の考え)、単位の考えに気付く。</p> <p><操作の考え・単位の考え></p> <p>・「長さ」「かさ」「広さ」比べをした時のことを思い出し、どんな考え方で比べたかを付せんに書き出して発表し合う。</p> <p>かさ比べの方法を予想しよう</p> <p>・「考え方整理プリント」に付せんをはりながら、どんな方法でかさ比べができるか予想を書く。</p> <p>予想をもとに自分が考えた方法で実際にかさ比べをしよう</p> <p>・予想をもとに自分が考えた方法でかさ比べをする。</p> <p>・自分がどのように問題解決をしたのかをプリントにまとめる。</p>	<p>・大きさの異なる三つの直方体と(見ただけで大きさが比べられる物と比べられない物、長さを工夫、材質は同じ)を提示し、「かさが一番大きいのはどれでしょう」と問う。</p> <p>図1 問題の立体</p>  <p>・既習の事象を提示して、かさ比べについての生活経験や学習経験が想起できるようにする。</p> <p>・児童から出なかった方法については教師の方から提示する。</p> <p>・「考え方整理プリント」を使って、付せんに書き出した考え方と結び付けて予想が書けるようにする。</p> <p>・既習のどんな考え方ももとに予想した方法なのかを明確にしなが、かさ比べができるようにする。</p>	<p>【関心・意欲・態度】</p> <p>既習の量の比較の方法を想起し三つの立体のかさを比較する方法を考え、一つの方法で比べている。</p> <p>(活動の様子・考え方プリント)</p> <p>既習の量の比較の方法を想起しそれらと結び付けながら、三つの立体のかさ比べの多様な方法を考え、二つ以上の方法で比べている。</p> <p>「長さ比べ」「広さ比べ」「かさ比べ」など具体的な場面を示し、その際、どんなかさ比べをしたのか想起できるように助言する。</p> <p>友達の発表を聞いて、かさ比べをする方法に気付けるようにする。</p>
追究する	3	<p>体積は1cm^3の立方体を単位として、そのいくつ分で表すことができることを理解する。</p> <p>体積は1cm^3の立方体を単位の大きさとして、そのいくつ分で数値化して求めればよいことに気付く。</p> <p><単位の考え></p> <p>2つの立体のかさはどちらがどのくらい大きいのか比べてみよう</p> <p>・前時の学習との違いを考えながら解決する方法の予想をする。</p> <p>・予想をもとに解決をして、自分がどのように問題解決をしたのかをプリントにまとめて発表する。</p> <p>・発表された活動や結果について気付いたことや、それぞれの解決に使われている考え方について話し合う。</p>	<p>・本時の学習問題「2つの立体のかさはどちらがどのくらい大きいのかを比べてみよう」を提示し、前時との違いが意識できるようにする。</p> <p>図2 問題の立体</p>  <p>・「考え方整理プリント」を使って、前時の学習のどの考え方を使って本時の学習問題が解決できそうかという予想がもてるようにする。</p> <p>・使われている考え方に目が向くように、考えた根拠や既習の方法との関</p>	<p>【数学的な考え方】</p> <p>既習の量の測定と同じように体積も単位の大きさのいくつ分で数値化して求めればよいことに気付いている。</p> <p>(考え方プリント・話し合いの様子)</p> <p>面積の基本の単位が1辺が1cmの正方形であったことから類推して、いつでも共通して数値化できる単位として1辺が1cmの立方体を考えている。</p> <p>「どれくらいを表すにはどうすればよいか」助言することで数値化する方法について考えられるようにする。</p>

	<ul style="list-style-type: none"> 似ている考えを結び付けたり比較したりして、考え方を整理する。 どんな考え方を使うとかがどのくらい大きいかを表すことができるか話し合い、分かりやすい言葉でまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> 連を問うような発問をする。 「あるもののいくつ分」「あるものを何にしたらよいか」を中心に考え方が整理できるようにする。 児童の言葉でまとめていくようにするが「単位の考え」という言葉でまとめることができるように示唆する。 	<p>【知識・理解】</p> <p>「体積」の用語や単位「1 cm³」を理解している。(発言・活動の様子)</p> <p>長さや面積の単位と関連付けて「体積」「1 cm³」を理解している。「体積」をかさと結び付けて説明したり、1 cm³の立方体を見たりしながら単位が理解できるようにする。</p>
4	<p>立方体や直方体の体積を計算で求める方法を考え、公式にまとめることができる。</p> <p>単位となる大きさをもとにして、直方体や立方体の体積の求め方や公式を考える。</p> <p><公式の考え></p> <p>直方体の体積を求めてみよう</p> <ul style="list-style-type: none"> 直方体の体積を求める方法を予想し、「考え方整理プリント」に書く。 実際に体積を求め、どのように考えたのかをプリントにまとめて発表する。 似ている考えを結び付けたり比較したりして、考え方を整理する。 どんな考え方を使うと体積が求められるか話し合い、分かりやすい言葉でまとめる。 直方体の体積を求める公式をまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> 工作用紙で作った直方体を提示し、「直方体の体積を求めてみよう」という学習問題を提示する。児童にも工作用紙で作った直方体を配る。  <ul style="list-style-type: none"> 立体をとらえにくい児童には1 cm³の積み木を積んでみたり、1段ごとに分かれるような直方体を用いたりして考えられるようにする。 使われた考え方をどう表現したらよいか分からない場合は「1段目の数を出してそれが何段あるか考えた」などの例を示す。 考え方の共通点を意識して考え方が整理できるようにし、縦、横、高さの辺の長さに置き換えて計算で求められることに気付けるようにする。 「公式の考え」という言葉でまとめられるようにする。 	<p>【数学的な考え方】</p> <p>直方体や立方体の体積を具体的な数値で求め、関数関係にある縦、横、高さを測って求められることから、公式が導き出されることに気付いている。</p> <p>(考え方整理プリント・話し合いの様子)</p> <p>直方体や立方体の体積は、関数関係にある縦、横、高さを測って求められることを単位の考えをもとに説明し、公式を導き出している。</p> <p>1 cm³の積み木を積んだり、1段ごとに分かれるような直方体を用いたりして、体積を計算で求める方法が考えられるようにする。</p>
5	<p>大きな立体の体積を表すには、1 m³を用いるとよいことを知るとともに、その大きさを実感する。</p> <p>大きなものの体積を求めるときも、単位の考えを用いて、1辺が1 mの立方体のいくつ分で表すことができることに気付く。<単位の考え・公式の考え></p> <p>大きな立体の体積を求めてみよう</p> <ul style="list-style-type: none"> プールに入る水の体積を求める方法を予想する。 実際に体積を求め、どのように考えたのかをプリントにまとめて発表する。 発表された結果について気付いたことや考えたことを発表し合い、使われている考え方と結び付けて話し合う。 1 m³という単位を知る。 <p>1 m³と1 cm³の関係を調べてみよう</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 m³の実物大を見て、大きさを実感したり1 cm³がいくつ入るかを考えたりする。 <p>学習感想を書こう</p>	<ul style="list-style-type: none"> 「縦12m、横25m、高さ2 mのプールに入る水の体積を求めよう」という学習問題を提示する。 予想をするときは、追求する過程で整理した考え方を意識できるようにする。 話し合いの中で「単位の考え」や「公式の考え」にかかわる意見が出たときは「単位の考えを使ったんだね」「公式の考えを使ったんだね」という言葉を加えることで、考え方の活用に気付けるようにする。 1 m³の立方体を提示し、1 cm³の立方体はいくつ入るだろうという問題を提示する。 1 m³ = 1000000 cm³をまとめる。 学習感想を書く時は、「単位の考えをどんな問題に使ったの」「大きな単位を使うとどうだったの」など具体的な言葉かけをする。 	<p>【関心・意欲・態度】</p> <p>面積の大きな単位を想起し単位の考えを用いて体積でも大きな単位「m³」を考えようとしている。(活動の様子・発言)</p> <p>大きな単位の必要性を感じどんな場合にm³の単位を用いると便利か考え量感をとらえている。</p> <p>面積の大きな単位「1 m²」を実際に見て体積でも1 mをもとに大きな単位が考えられそうだという見通しがもてるようにする。</p> <p>【知識・理解】</p> <p>1 m³と1 cm³の関係を理解している。(活動の様子・学習プリント)</p> <p>1 m³の1辺の長さに着目し1 cm³との関係をとらえ説明している。</p> <p>1 m³の模型をもとに、立体の1辺に並ぶ1 cm³の立方体の数に着目することで1 m³と1 cm³の関係がとらえられるようにする。</p>
8	<p>辺の長さが小数の場合や単位が違う場合の立体の体積を求めることができる。</p> <p>辺の長さが小数でも公式を用いて体積が求められることに気付く。</p> <p><公式の考え></p> <p>自分が持ってきた箱の体積を求めよう</p> <ul style="list-style-type: none"> 学習問題に対する予想をもつ。 必要な長さを測って、体積を求める。 箱の体積をどのように求めたのかを発表し合う。 <p>単位がそろっていない直方体の体積を求めよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 公式の考えを用いて「cm³」や「m³」で体積を求める。 発表された結果について気付いたことを発表し合い、使われている考え方と結び付けて話し合う。 <p>学習感想を書こう</p>	<ul style="list-style-type: none"> 「自分が持ってきた箱の体積を求めよう」という学習問題を提示する。 辺の長さが分かれば「公式の考え」を使って解決できそうだという予想がもてるようにする。 「公式の考え」を使うためにcmの単位にしたこと、小数になっても「公式の考え」が使えることをまとめる。 「図のようなお風呂に入る水の体積を求めよう」という学習問題を提示する。  <ul style="list-style-type: none"> 話し合いの中で、問題解決に「単位の考え」や「公式の考え」がどのように使われているのかを具体的にに取り上げ、確認できるようにする。 	<p>【表現・処理】</p> <p>辺の長さが小数や単位が違う場合でも、公式を適用して体積を求めることができる。</p> <p>(学習プリント)</p> <p>実際に長さを測りながら、いろいろな直方体の体積を、公式を使って進んで求めることができる。</p> <p>小数のかけ算が十分でない児童については、式が立ったら筆算の仕方を想起し、正しく答えが求められるように支援する。</p>

研究の結果と考察

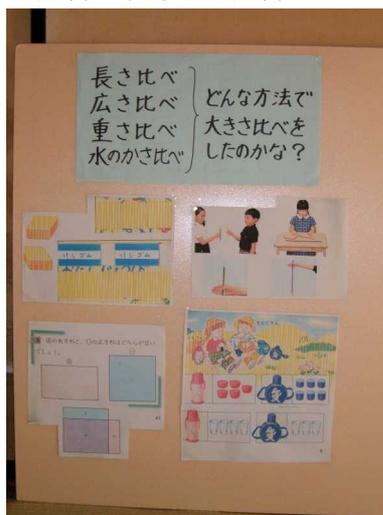
1 つかむ過程において、立体のかさ比べの学習問題と、長さや広さ比べなどの学習における既習の考え方を結び付けて整理する振り返り活動を行うことは、解決への予想をもつことができ、問題解決に意欲的に取り組むことに有効であったか

第1時において、画用紙で作った三つの立体を児童に配付し(P.4 指導・評価計画、図1 参照)「三つの立体のかさ比べをしよう。どれが一番かさが大きいのかな」という学習問題を提示した。

児童は三つの立体を持って興味深く眺めたり重ねたりして、と、とは重ねるだけですぐにの方がかさが小さいことが分かった。とは向きをいろいろ変えて重ねてもよく分からないため、「かな、の方が大きいかな」とつぶやきながら悩んでいる児童が多く、どうやって比べようかと考え

始めた。

資料1 提示した資料



そこで、資料1のような長さや広さなどの大きさ比べの既習学習が想起できる資料を提示しながら「鉛筆の長さはどうやって比べたのかな」「水筒の水のかさはどうやって比べたのかな」な

どの具体的な言葉かけをすることで、児童は既習学習を想起し、その際に使った考え方を付せん書き出した。長さ比べでは「端を合わせて比べた」、広さ比べでは「重ねてはみ出した広さを比べた」、長さや重さ、広さや水のかさ比べでは「(単位の)個数で比べた」など、全員の児童が三つから五つの既習の考え方を想起した。

この既習の考え方を書いた付せんを「考え方整理プリント」(次ページ資料5)にはり、それをもとに児童は問題解決の予想を立てた。

資料2は、児童が「考え方整理プリント」に書いた、既習の考え方と予想の関連結果である。全員の児童が、学習問題と既習の考え方を結び付けて整理する振り返り活動を通して、問題解決の予

想をもつことができた。

資料2 既習の考え方と予想

< 既習の考え方 >	< 予想 >
・重ねて比べる、端を合わせて比べる	(ア)重ねてはみ出した部分を切って比べる (20人)
・重さで比べる、天秤で比べる	(イ)重さを比べて重い方がかさが大きい (14人)
・定規で測って比べる	(ウ)辺の長さを測ってたず (7人)
・1cm ² のいくつ分で比べる	(エ)面の面積を1cm ² のいくつ分で比べる (7人)
・1cm ³ のいくつ分で比べる	(オ)1辺が1cmの立方体はいくつ入るかで比べる (4人)
・同じコップのかさで比べる	(カ)水を入れてコップに移し替えて比べる (3人)

予想をもった児童は、すぐに一人一人問題解決を始めた。資料3は児童が問題解決に取り組んだ時の様子である。どの子も意欲的に取り組み、自分の結果をプリントに分かりやすくまとめることができた。

資料3 児童が問題解決に取り組んだ時の様子

(ア)重ねてはみ出した部分を切って比べた児童(18人) と の大きさの生け花用のスポンジを使って、端を合わせてはみ出した部分を切って比べた。教師の支援や友達の協力で18人全員が の方がかさが大きいという結果を得た。
(イ)重さを比べた児童(18人) 天秤を使って と の重さを比べ、18人全員が の方が重いからかさも大きいという結果を得た。
(ウ)辺の長さを測って比べた児童(3人) 定規で3つの辺(縦、横、高さ)の長さを測ってたと、 も も同じ長さになるという結果を得た。(7)(1)(1)
(オ)(カ)の結果と違うのでなぜだろうと考えていた。
(エ)面の面積を求めて比べた児童(5人) は112cm ² 、 は108cm ² だから の方が大きいという結果を得た。
(オ)1辺が1cmの立方体はいくつ入るかで比べた児童(3人) 計算で求めて は80個、 は72個だから の方がかさが大きいという結果を得た児童は1人。
(カ)水を入れてコップに移し替えて比べる(3人) 立体に入れた水を同じ大きさのコップに移し替えて比べたら、 の方が多かったという結果を得た。

資料4は授業後の「予想してから学習を始めたことは、問題解決にどうでしたか」というアンケート結果である。このアンケート結果からも、予想をもったことが問題解決に役に立ったことが分かる。

資料4 アンケート結果

・ 予想を立てるのは難しかったけど解決につながった
・ 予想をすると問題解決の手がかりになった
・ 予想を立ててから考えてみるとすぐに問題が解けた
・ 予想をもつと具体的に方法を考えてみるのに役に立った
・ 友達の予想を聞くとヒントになった

A男は、提示資料を見て既習学習を想起しながら

ら、「あっそうだ、(長さ比べでは)端をくっつけた」「(水のかさ比べでは)コップに水筒の水を入れた」などつぶやきながら、既習の考え方を想起していくのが分かった。付せんには「重ねてはみ出した広さで比べる」「定規で測って比べる」「1cm²のいくつ分で比べる」と三つの既習の考え方を書き、それを「考え方整理プリント」にはりながら問題解決の予想を考え始めた。「重ねてはみ出した広さで比べる」という既習の考え方をもとに、予想をどのように書いたらよいか分からず悩んでいた。そこで「二つの立体を重ねてどうやって比べるの」と聞きながら、二つの立体を重ねて見せると、「はみ出した部分を切る」と言いながら「重ねてはみ出した部分を切る」と予想を書いた。他の二つの既習の考え方についても具体的に立体を見せながら言葉かけをすることで、「辺の長さを測る」「面の面積を1cm²のいくつ分か数える」という予想を書いた。

問題解決が始まると、A男はすぐに「重ねてはみ出した部分を切って比べる」という活動を始めた。予想をもとに重ね方を工夫して切る所を考え、切り取った部分を比べて、どの方が大きいことが分かった。次に辺の長さを比べる方法に取り組んだ。「どの辺の長さを測るの」と聞くと縦、横、高さの三つの辺を指し長さを測り始めた。もも13cmであるという結果を得て「さっきの結果と違う」とつぶやいていた。さらに、面積を求めて、どの方が大きいという結果を「考え方整理プリント」に書いた。

資料5 A男の「考え方整理プリント」

長さや面積の大きさを比べる学習で使った考えや方法は？	重ねてはみ出した広さで比べる。	定規で測って比べる。	1cm ² のいくつ分か比べる。
自分の予想どんな方法でできそうかな？	重ねてはみ出した部分を切る。	辺の長さを測る	面の面積を1cm ² のいくつ分か数える。
自分の解決方法と結果を書こう	① 横の辺が大きい	① 5+4+9=13 ② 6+4+3=13 4+3+5=12	① 20×4=80 16×2=32 80+32=112 ② 20×2=40 15×2=30 12×2=24 40+30+24=94 ③ 20×2=40 15×2=30 12×2=24 40+30+24=94

いつもは問題解決の途中で行き詰まったり次の活動が分からなくなったりしてあきらめてしまうことの多いA男だが、しっかりと予想をもって取り組んだことで最後まで意欲をもって取り組むことができたものと考えられる。

以上のことから、つかむ過程で学習問題と既習の考え方を結び付けて整理する振り返り活動を行ったことは、解決への予想をもつことができ、問

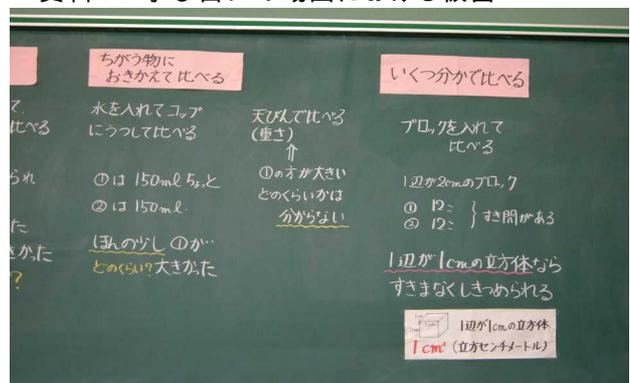
題解決に意欲的に取り組むことに有効であったと考えられる。

2 追究する過程において、立体の体積を求める学習問題を解決する過程で、どのように考えたのかという考え方を整理する振り返り活動を行うことは数学的な考え方に気付くのに有効であったか

第3時において、二つの立体を児童に配付し(P.4指導・評価計画、図2参照)「どちらがどれくらい大きいか比べてみよう」という学習問題を提示した。第1時の問題とは「どれくらい」の部分が違うことを最初に確認した。そして、第2時にまとめた三つのかさ比べの考え方「直接比べる」「違うものに置き換えて比べる」「いくつ分で比べる」の付せんを「考え方整理プリント」にはり、前時の考え方と結び付けながら問題解決の予想をした。予想を発表し合い、考え方が同じ児童と一緒に協力し合いながら問題解決を始めた。

その後、問題解決の結果を発表し合い、気付いたことや考えたことを話し合う学び合いを行った。「切って比べたらこれくらいの方が大きかった」と指で示した児童に対して「これくらいってどのくらいですか」と他の児童が質問したが、はっきり表せなかった。水を入れて比べた児童は「ちょっとだけの方が多かったけど、ちょっとしか分からない」と発言した。いくつ分で比べた児童は、「1辺が2cmの積み木を入れたら12個も12個、でも両方とも少しずつすき間ができた」「すき間ができてから1辺が2cmの積み木では比べられない」「1辺が1cmの立方体が欲しかった。すき間なく敷き詰められるから」などの意見が出された(資料6)。

資料6 学び合いの場面における板書



そこで、それぞれの考え方を整理する振り返り活動を行った。「切ったり他のものに置き換えた

りしてもかさ比べはできるけど、どのくらいを表すことは難しい」「いくつ分で比べるとどれくらいかを数字で表せる」「1辺が1cmの立方体を入れるとすき間なく入れられる」などの発言があった。そして、本時の学習問題の立体の箱に1cm³の立方体を詰めたものを提示し、「1辺が1cmの立方体のいくつ分で、かさを表すことができる」というまとめをした。

振り返り活動を通して、児童は「単位とするものを決めてそのいくつ分でかさを比べる」という考え方に気付いていった。この考え方は、「1辺が1cmの立方体(1cm³)」を単位として、そのいくつ分で考えたので、この考え方に「単位の考え」という名前を付けることにした。

A男は、問題解決が始まると切って比べる方法と水を入れて比べる方法に取り組んだ。「切って比べてみたらどうだった」と聞くと「はみだした部分が比べられない。もっと切れればできるかもしれないけど難しい」と答えた。水を入れて比べる方法についても「目盛りがないとどれくらいが分からない」と、友達と話し合いながら学習プリントにまとめていた。かさを数値化して考えようとしていることがうかがえる。学び合いの中で、いくつ分で考えた友達の発表を聞いて、「1辺が2cmの積み木だとすき間が空いてしまう」とつぶやいたり、1cm³の立方体が詰まった立体をすぐに手にとって眺めたりしていた。

B子は、解決が始まるとすぐに積み木を入れて比べる考え方を始めた。考え方が同じ友達と一緒に、積み木のある場所に行き考え始めた。立体に積み木を入れながら考えたが、1辺が2cmと3cmの積み木ではうまく

詰めることができず困っていた。記入された学習プリント(資料7)から、活動を通して1辺が1cmの積み木の必要性に気付いていることが分かる。学び合いの中でB子は、積み木のいくつ分で考えた発表に、自分もそうだったという表情でうなずきながら聞いていた。「1辺が1cmの積み

資料7 B子の学習プリント

前の時間に整理した考え方や方法	いくつ分かで比べる
自分の予想 どんな方法できそうかな?	1cm、1cmの立方体を作ってその立方体を①②の中に入れて、どちらが何個多いのかを調べる。
自分の解決方法と結果を書こう	②の箱の中に2cmの積み木をしまつめるよ。①の箱の中につめるよ12こでも5と5と何個もありました。
どんな考えを使ったのかな? 書いたら書いてみよう!	①に3cmの積み木をいれるよ。そこに何個もありました。②には4こはいました。1cmではかさと、

木が必要だった」と友達が答えるのに合わせて大きくなるはずいていた。「Bさんもそう」と聞くと「そうだった」と答えた。

第4時において、「縦4cm横5cm高さ3cmの直方体の体積を求めよう」という問題を提示した。

ほとんどの児童が60個の1cm³の立方体を直方体に積みながら、または積んだものを見てその個数を計算で求める方法を考



えていた(資料8)。全員の児童が学習プリントに自分がどのように考えたのかを式だけでなく言葉や見取図、言葉の式を用いて説明を書いていた。

その後、結果を発表し合い、どのように考えたのかという学び合いを行った。「一番下の段の立方体の数は(たて)×(横)で4×5=20、20個の立方体が3段あるから20×3=60」「前の面から見ると5×3=15で、それが4列あるから15×4=60」「横から見て3×4=12で、それが5列あるから12×5=60」「積みながら数えたらやっぱり60だった」などの考え方が出された。

そして、「これらに共通しているところはないか」「答えが同じなのに式が違うのはなぜだろう」という点で話し合いをしながら、考え方を整理する振り返り活動を行った。「計算の式が違うけど答えは全部60cm³になっている」「すべて4と3と5をかけている」「見方(見る方向)が違うから式が違う」「縦と横と高さの長さをかけている」などの意見をもとに、直方体の体積を求めるには、「縦と横と高さの長さをかければよい」という考え方をまとめた。振り返り活動を通して児童は、直方体の体積は、

「(縦)×(横)×(高さ)で求めることができる」という考え方に気付き、この計算の方法を言葉を用いて式に表したので、「公式の考え」という名前をつけることにした。

資料9 B子の学習プリント

自分の解決方法と結果を書こう
ついでに、60個が出た。

4×5=20
20×3=60
60個

縦4cmと横5cmをかけた
20cmが出てそれが3段あってあるからかける3をして、60個が出た。

たて×よこ×高さ

B子は1cm³の立方

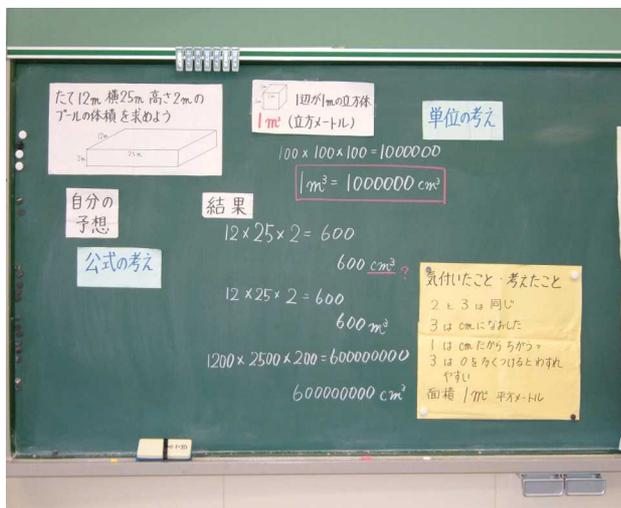
体を60個積んで数を確認してから計算で求める式を考えた。そして、言葉で式の説明をして、「(たて)×(よこ)×(高さ)」という言葉の式も考えた(前ページ資料9)。結果を発表し合い学び合う中で自分の考えを発表した。また、友達の発表を聞きながら自分の式との違いを考えたり、式が違う理由を考えたりしていた。「見方が違うから式が違う」という発言に「ああそうか」とつぶやき、提示された模型で確認していた。A男も自分と同じ考えのところで挙手したり、縦、横、高さで分かれる模型を操作して式の違いを確認したりしていた。直方体の体積を求める「(縦)×(横)×(高さ)」という言葉の式に、自分の式と照らし合わせて納得していた。

以上のことから、追求する過程において、学習問題を解決する過程でどのように考えたのかという考え方を整理する振り返り活動を行ったことは、児童が「単位の考え」や「公式の考え」などの数学的な考え方に気付くのに有効であったと考えられる。

3 深める過程において、追究する過程で気付いた数学的な考え方を活用して学習問題を解決し、その考え方がどのように活用されているかという振り返り活動を行うことは、数学的な考え方のよさを味わうのに有効であったか

第5時において、「縦12m横25m高さ2mのプールに入る水の体積を求めよう」という学習問題を提示した。児童は問題解決の予想を学習プリントに書いた。「公式の考えを使う(19人)」「かけ算をする」「mをcmに直して考える」「単位を考える(単位の考えを使う)」などの予想を書いた。

資料10 学び合いの場面における板書



予想をもとに児童一人一人が問題解決を行い、結果を発表し合った。結果についての学び合いの場面における板書は資料10の通りである。

次に、考え方がどのように活用されているのかという観点で振り返りをした。「みんな公式の考えを使って計算している」「mをcmに直して考えたから600000000cm³になった」「mでも公式の考えが使える」「単位を考えてみると600cm³という答えはおかしいことが分かる」「単位の考えを使うとm³という新しい単位が考えられそうだ」などの意見が出た。そこで、問題解決に「公式の考え」を使ったことと、1mをもとに考えた1m³は「単位の考え」を使っていることを確認した。

資料11の授業後の児童の学習感想を見ると、「単位の考え」や「公式の考え」を使って問題解決することで、「簡単に分かりやすく表現できた」「いろいろな場面で考えられた」「広い範囲で当てはまった」などの数学的な考え方のよさを味わっている様子が分かる。

資料11 授業後の学習感想

- ・単位の考えを使ったら、m³という単位が考えられた <有用性> (10人)
- ・公式の考えはcm³でもm³でも使えた<一般性>(9人)
- ・新しい単位で大きい数字も簡単になった<簡潔性>
- ・mm³という単位も考えられそうだ<発展性>

A男は「公式の考えを使う」という予想を書き、 $12 \times 25 \times 2 = 600$ で600cm³と書いた。友達が発表した結果を見て「cm³じゃおかしい」とつぶやきながら600m³と直した。「辺の長さはmなので1cm³のいくつ分ではないから」という友達の発言にうなずいていた。学び合いの中での「面積ではm²だった」という発言からも1m³の必要性にも気付いていったものとする。学習感想に「単位の考えを使うと、m³みたいな新しい単位が作れる」と書いていた。これらのことから「単位の考え」の有用性に気付いていることがうかがえる。

第8時において、「自分が持ってきた箱の体積を求めよう」という学習問題から、児童はすぐに「公式の考えを使う」「辺の長さを測って計算する」という予想を書いた。予想をもとに、全員の児童がcm mmという辺の長さを . cmに直してから公式の考えを使って計算をして cm³で体積を求めた。数学的な考え方がどのように活用されたのかという観点で振り返り活動をした。「みんな . cmにした」「cm mmでは公式が使えないから、公式を使うためにcmにそろえた」「小数でも公式は使えるんだ」などの意見が出た。

次に「高さ1m縦80cm横70cmのお風呂に入る水の体積を求めよう」という単位がそろっていない問題では、1m=100cmに直して560000cm³と求めた児童は20人。70cm=0.7m、80cm=0.8mなので0.56m³と求めた児童は5人。cm³とm³の両方で求めた児童は5人。単位をよく見ずに、1×70×80=5600(cm³)とした児童は1人であった。

発表された問題解決について、数学的な考え方がどのように活用されているのかという観点で振り返りをした。「560000cm³は全部cmにそろえて計算した」「0.56m³はmにそろえて計算した」「560000cm³と0.56m³は、そろえた単位が違うから答えが違うけど、両方正しいと思う」「5600cm³は単位をそろえなくてはいけない」「cm³でもm³でも単位をそろえると公式の考えが使える」などの意見が出された。振り返りを通して「単位の考え」を使うと答えの単位の予想ができたり間違いに気付いたりできることや、「公式の考え」を使うために単位をそろえたことに気付いたものとする。また、資料12の授業後の児童の感想を見ても、「単位の考え」や「公式の考え」が問題解決に有効に使われているよさを味わっていることが分かる。

資料12 授業後の学習感想

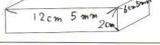
- ・ 辺の長さが小数でも公式の考えを使って体積を求めることができた <一般性> (4人)
- ・ 単位の考えを使うと1つの問題でもいろいろな考え方ができる <有用性>
- ・ 辺の長さの単位が違っていても、単位をそろえれば公式の考えが使える <一般性> (8人)
- ・ 単位を見れば答えの間違っていても気付ける <正確性>
- ・ 単位の考えはいつの間にか使っていることに気付いた <有用性>

B子の学習プリント(資料13)から、数学的な考え方「単位の考え」「公式の考え」がどのように使われているかを意識しながら問題解決していることが分かる。また、学習感想「単位の考えをつかって、単位がちがう体積をもとめるのが楽にで

資料13 B子の学習プリント

自分が持ってきた箱の体積を求めよう

必要な長さを測って下の図に記入してから体積を求めよう。



$6.5 \times 12.5 \times 2 = 162.5$
 162.5 cm^3

右の図のようなお風呂の体積を求めよう



1m=100cm
 $100 \times 70 \times 80 = 560000$
 560000 cm^3
 $1 \times 0.8 \times 0.7 = 0.56$
 0.56 m^3

学習のまとめをしよう

<p><学習したこと> 辺の長さが小数、単位がちがう直方体の体積</p>	<p><使った考え> 公式の考え、単位の考え</p>
<p><学習感想> 単位の考えをつかって、単位がちがう体積をもとめるのが楽にできた。(公式の考えをつかって計算)</p>	

きた(公式の考えを使って計算)」から、「単位の考え」「公式の考え」の有用性を実感していることが分かる。

以上のことから、深める過程において数学的な考え方を活用して学習問題を解決し、数学的な考え方がどのように活用されているかという振り返り活動を行ったことは、児童が数学的な考え方のよさを味わうのに有効であったと考えられる。

研究のまとめと今後の課題

今回の研究により、問題解決をするときの数学的な考え方をを使って解決できそうかという予想をもつことで、児童は意欲的に問題解決に取り組むことができた。また、問題解決に活用できる数学的な考え方に気付いたり、数学的な考え方のよさを味わったりすることができた。

この研究を行った単元における単元末テスト結果の平均点を、習熟度別の4コース(基礎、基礎・基本、基本・発展、発展)で比較してみた。「表現・処理」と「知識・理解」の観点の学力について、本研究の対象である<基礎・基本コース>は他のコースとあまり変わらない伸びであったが、「数学的な考え方」の観点の学力は他のグループに比べて伸びていることが分かった。

今後は、他の領域における数学的な考え方を具体的にとらえ、考え方を整理する振り返り活動を有効に取り入れることで、児童が数学的な考え方に気付きそのよさを味わえるような学習過程の工夫を考え、さらに研究を進めていきたい。また、今回は「数学的な考え方」の観点における学力の伸びの有効性は分かったが、「表現・処理」「知識・理解」の学力の伸びにおける有効性ははっきりとは分からなかった。継続研究をすることにより、その有効性を明らかにしていきたい。

<参考文献>

- ・ 片桐 重男 著 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書(2004)

(担当指導主事 角田 忠雄)