

群 教 セ	G03 - 03
	平 17.230集

関数や方程式の分野で問題把握を支援する 教材の作成とその活用

特別研修員 吉田 広幸（沼田市立白沢中学校）

（研究の概要）

本研究では、中学校数学における問題把握の場面で、説明や板書だけでは理解しにくい問題の様子を示したアニメーションを作成し、学習の支援に活用した。また、問題を解決するためのヒントや必要な既習事項を取り入れ、繰り返し学習できるようにした。これにより、立式に必要な条件や数値に生徒が気づき、問題を自力で解決し理解できるようにした。3段階の難易度別の教材を作成し、理解を深めさせた。

キーワード 【数学 - 中 数学教育 アニメーション 動点 割合の問題 面積の問題】

主題設定の理由

数学の文章問題においては、日常的な事象でも教師が説明したり、黒板を使って絵や図を利用したりしても、その問題自体を把握できない生徒、また問題は把握できるがどのように考察し処理したらよいかその手段が思い浮かばない生徒が多々いるのが現状である。

例えば、関数で扱う動点の問題は、時間の経過とともに刻々と変化する点の位置や図形の形をとらえさせるのが難しい。また、時間によって式やグラフが変わるため、関数の中でも多くの生徒が苦手とする問題の1つである。

このような問題を把握し、解決できない理由としては、個々の文章の内容を読みとる数学的な見方が十分でないことや何を手がかりに考察し、処理してよいか分からず、既習事項をうまく使えないことなどが考えられる。問題を解決するためには、まずは内容を確実に把握し、その様子を頭の中で自分なりに思い描くことがスタートとなる。そして、図や表などを利用しながら問題を整理し、立式から解決へと繋がっていく。

そこで、今までの教師の言葉や板書の説明だけでは把握しづらい問題や、動点など数学特有の問題を解決するため、コンピュータでアニメーションを活用し問題把握を支援する教材を作成した。

関数の動点の問題は「ドリトル」(兼宗 進氏作)でプログラムを組み、教材を作成した。ドリトルは簡単なプログラムを書くことで、図が描けるソフトである。この教材で、マウスをクリックしながら1秒刻みで、点の位置やそのときにできる図

形の形を色別で見ることができる。従って、時間の経過とともに刻々と変化する点や図形をとらえやすくなると考えた。

また、食塩の濃度や畑の面積を求める方程式の問題などは、EVAアニメータを利用した。これは、イラストを簡単にアニメーションにすることができるアニメーション作成ソフトである。この教材で、アニメーションを活用し、問題を把握しやすくした。さらに、問題を把握できた後に、実際に画面上でヒントや既習事項を確認しながら問題を段階的に解決できるようにし、生徒がコンピュータを利用しながら問題に取り組めるようにした。また、同じ種類の問題でも難易度別に複数のパターンを用意し、理解を深めさせ、より難しい問題に挑戦しようという意欲を高めさせたいと考えた。

このように、言葉による説明や図では、その様子を把握するのが困難だと思われる問題に対してアニメーションを取り入れた教材を作成し活用することで、理解を深められると考え本主題を設定した。

研究のねらい

数学の学習指導において、問題把握の場面で、コンピュータを用いて問題の様子を具体的に示すアニメーションを作成し、段階的に問題を解決できるようにすることは、学習内容を理解させることに有効であることを授業実践を通じて明らかにする。

研究の見通し

数学の問題把握の場面で、言葉による説明や図だけでは理解しにくいと思われる問題について、その様子をアニメーションで示し、ヒントや既習事項を取り入れながら一つ一つ段階的に問題を解決できるように支援すれば、生徒は学習内容が理解できるであろう。また、難易度別に問題を用意し、問題が解決できたら、さらに難しい問題にも挑戦しようとする意欲を高めさせることで、理解がより深まるであろう。

研究の内容

1 教材の概要

問題把握の場面で、言葉による説明や図では、理解しにくいと思われる問題の様子を示したアニメーションを作成した。また、問題を解決するためのヒントや既習事項を取り入れ、生徒が段階的に問題を把握し、自力で解決できる工夫をした。さらに、難易度別に問題を用意し、理解を深めさせることができるようにした。基本構成図は図1の通りである。

2 教材の内容

(1) ドリトルによる関数の教材

図2は、「1次関数の利用」で扱われる動点の問題のアニメーションである。一斉授業で、教師が問題把握や解決の場面で生徒に提示できるように作成した。

問題把握の場面では、点Pの代わりに亀がBCDAと移動する様子を見ることができる。ヒントや解決の場面では、スタートボタンを1回押すたびに、1秒刻みで亀が進み、x秒後の亀の位置が把握できる。そして、1秒後から16秒後までの三角形の形が右側のボタンを押すと瞬時に見られるようになっている。また、右側の各ボタンを複数押すことで、三角形の形が変化していく様子が連続的にとらえられるようにした。各三角形には違った色を付け、比べやすいよう工夫した。これにより、時間(x)の変域により三角形の面積(y)が増加したり減少したりする様子がよく分かるようになる考えた。

図3は、動点が2点の場合である。2点P, Qは頂点Bを同時に出発し、同じ速さで点PはBCDAへ、点QはBADAへ移動していく。1

図1 基本構成図

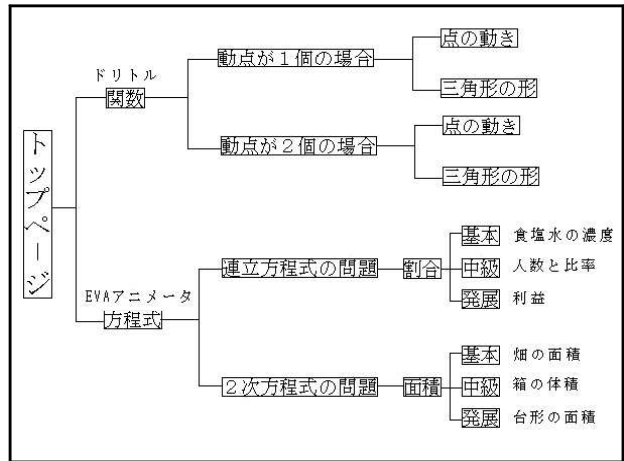


図2 動点が1点の場合

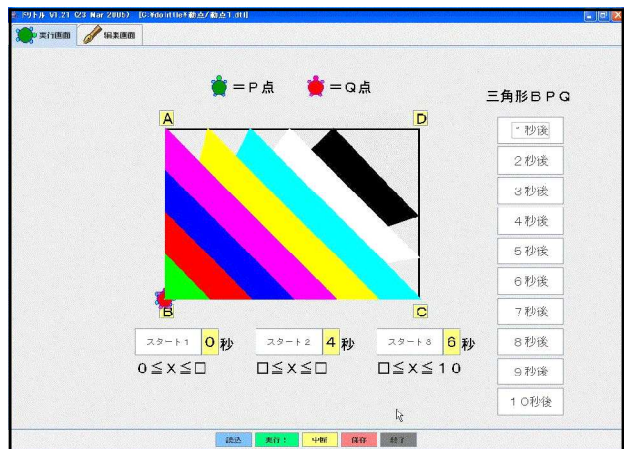
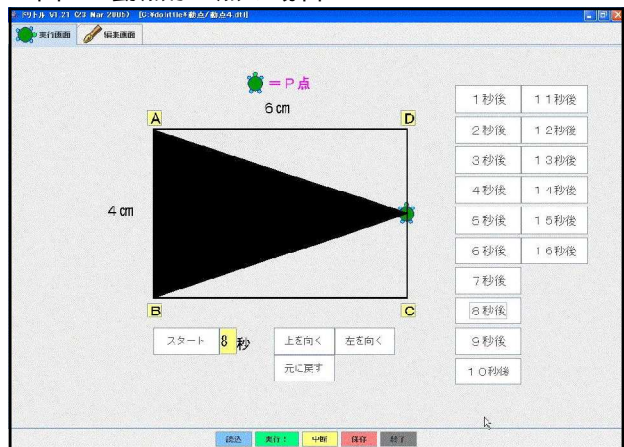


図3 動点が2点の場合



点の時と違って、同時に動く2点の位置や三角形の形を時間の経過とともにとらえていくのが困難な問題である。活用の仕方は1点のときと同じであるが、時間の変域によって、面積が2次関数的に増加する部分と1次関数的に増加する部分、そして2次関数的に減少する部分を三角形で示せるようにし、生徒の理解を支援した。

(2) EVAアニメータによる方程式の教材

図4は、「連立方程式の利用」で扱われる割合の問題のタイトル画面である。EVAアニメータで作成し、コンピュータ室で生徒が学習プリントとこのソフトを利用しながら、一人一人が学べる教材とした。基本(食塩水)・中級(人数)・発展(利益)の3段階の問題に対する教材を用意した。各問題文には、マウスでクリックすることでジャンプできるように作成した。

以下に基本問題を例として本教材を活用する流れを示す。

(3) 問題の提示

図5は基本問題のトップ画面である。各ボタンの説明は以下の通りである。

イメージボタン・・・文章で書かれた場面の様子がアニメーションで見られる。

ヒントボタン・・・食塩水と食塩の関係についての考え方のヒントや方程式の求め方が見られる。ヒントボタンを押し進めることで、段階的に問題を解決できるようになっている。

答えボタン・・・答えの6択画面にジャンプし、そこで正解すると、この問題の詳しい解答が見られるようになっている。

全員にまずはイメージボタンを押させ、問題を把握させた。

(4) ヒントの画面

図6は食塩の関係から成り立つ式のヒントの画面である。問題は把握できたが、しばらく考えても解決方法が浮かばない生徒はヒントボタンを押す。

食塩水の関係から成り立つ式「 $x+y=700$ 」は比較的容易に立てられるが、水に溶けている食塩の関係から成り立つ式「 $0.05x+0.12y=70$ 」を立てることを苦手とする生徒は多い。そこで、水に溶けている食塩の重さを求めることができない生徒に対しては、それを求める公式の確認ができるページに進めるよう作成した。

図7は、食塩水と濃度の関係から食塩の重さを求める公式を示したものと、問題文とは違う具体的な数値で例を示した画面である。この画面で、食塩の重さの求め方が理解でき、ヒントを手がかりに自力で「 $0.05x+0.12y=70$ 」を立式できるのが理想である。しかし、立式できない生徒はさらに次の段階のヒントへと進めるようになっている。また、実際の授業では、この場面で個別指導や支援を行う。

図4 割合の問題のタイトル画面

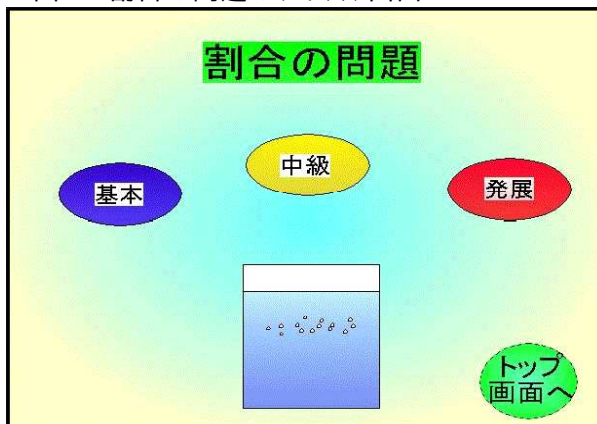


図5 基本問題の画面

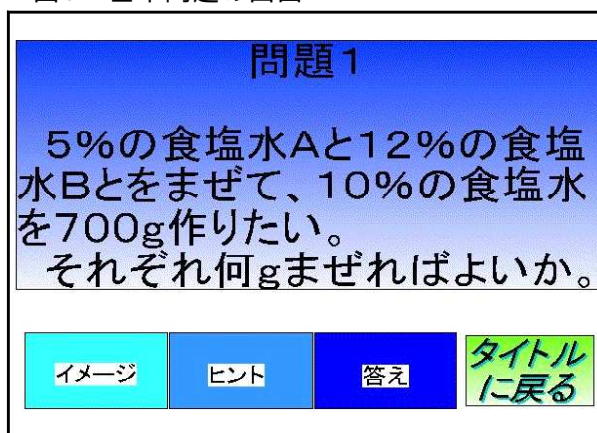


図6 ヒントの画面 - 1

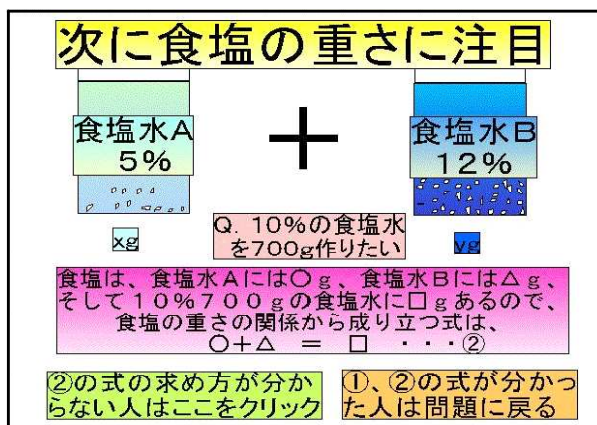


図7 ヒントの画面 - 2

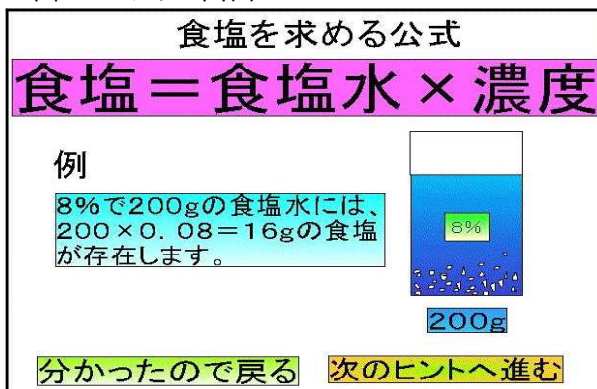


図8は、濃度10%の食塩水700gに食塩が70g溶けていることを示した画面である。

「食塩 = 食塩水 × 濃度」の公式が強調され、左側の食塩水が水と食塩に分かれる様子をアニメーションで示すことで、濃度の理解がしやすくなるよう工夫した。また、濃度に関し意味が分からずただ形式的に公式に当てはめて解決してきた生徒に対しては、濃度・食塩・食塩水の3つの関係から式が成り立っていることがアニメーションから分かり、理解がさらに深まると考えた。なお、最後のヒントでは、「 $0.05x + 0.12y = 70$ 」が成り立つことをアニメーションで示した。

(5) 解答選択

図9は、答えの画面に進む前の選択画面である。各自が連立方程式のプリントを解き、答えを求めた後、この画面の答えを選択しクリックする。正解ならば答えの画面へ、不正解ならば、またこの画面に戻ってくるようになっている。必要に応じて、もう一度問題に戻るためのボタンも作成した。

(6) 答えの提示

図10は、この問題の答えの画面である。連立方程式の計算手順は簡潔に載せておいた。今までのコンピュータの画面からのヒントを手がかりに実際にプリントで立式や計算をしながら解決していくことで、今まで問題把握ができなかった生徒や解決方法が浮かばなかった生徒もこの解答に少しでも近づけるのではないかと考えた。また、さらに類題に進むボタンを作成し、もう1題同じパターンで解決できる食塩水の問題を用意し、習熟を図れるようにした。

(7) 中級問題

図11は、中級問題のトップ画面である。人数に関する割合の問題であるが、文章が長く問題を把握するのが困難な問題といえる。基本問題と同じ流れで、段階的に解決できるよう作成した。発展問題（利益の問題）も同様な形で作成した。

以上のような過程で、解決方法が浮かばなかった生徒が段階的なヒントを手がかりに、割合(%)について理解でき、連立方程式を立てられるようにする。そして、問題に進んで取り組み、自力解決できるようにつなげていく。

3 動作環境

基本OS Microsoft Windows XP 推奨

ドリトルによる教材は、「プログラミング言語「ドリトル」(V1.26)」とJava Runtime Environmentバージョン5.0が必要

図8 ヒントの画面 - 3

食塩水は水の中に食塩が解けているものである。
つまり、食塩水 = 食塩 + 水

食塩を求める公式
食塩 = 食塩水 × 濃度

630gの水
70gの食塩
700g × 0.1 = 70g

左の食塩水の中にどれだけ食塩が解けているか公式を利用すると、
食塩 = 700 × 0.1 = 70
(食塩水) (濃度)
と求められる。
(*10%を0.1にすること)

食塩水A・Bもx, yの文字を使って、公式に当てはめ食塩の重さを求めてみよう。

分かったので戻る 最後のヒントへ進む

図9 解答選択の画面

答えは、何番と同じですか？
クリックしてみましょう。

① Aは500g Bは200g
② Aは450g Bは250g
③ Aは300g Bは400g
④ Aは250g Bは450g
⑤ Aは200g Bは500g
⑥ Aは100g Bは600g

もう一度問題に戻る

食塩水A 5%
食塩水B 12%

図10 答えの画面

食塩水Aをxg, 食塩水Bをygとすると、
食塩水の重さの関係から、
 $x + y = 700 \dots (1)$
食塩の重さの関係から、
 $0.05x + 0.12y = 70 \dots (2)$

① 食塩水
② 食塩

$5x + 5y = 3500 \dots (1) \times 5$
 $5x + 12y = 7000 \dots (2) \times 100$
① - ②で、 $-7y = -3500$
 $y = 500$
①へ代入して、 $x + 500 = 700$
 $x = 200$

類題に挑戦する
タイトルに戻る

答え 食塩水Aは200g 食塩水Bは500g

図11 中級問題の画面

問題2 「H17 群馬県公立高校入試より」

2年生と1年生との部員数の比が3:5である部活動で、班ごとに分かれて練習することになった。5人ずつ班に分けたら、5人の班の他に6人の班が2つできた。班の数が2年生の部員数の $\frac{1}{2}$ であるとき、2年生と1年生の部員数を求めなさい。

イメージ ヒント 答え タイトルに戻る

4 実践の結果と考察

(1) 連立方程式の問題の実践

単元名 「連立方程式」
 対象 3年生（選択数学クラス 26名）
 準備 学習プリント（基本・中級・発展の3パターン）
 生徒用コンピュータ（26台）、本教材

本時のねらい 割合の問題の把握ができ、自力で解決することができる。

展開

過程	時間	学 習 活 動	教 師 に よ る 指 導・支 援	評 価 項 目
把 握	5 分	・ 問題を見て、プリント を選択する。 基本（食塩水の問題） 中級（人数の問題） 発展（利益の問題）	・ 基本・中級・発展の各問題がどのような 問題か生徒に確認させ、どの問題から解 いても良いことを知らせる。 ・ ソフトの操作方法を伝え、このような難 しい文章問題をなんとか自力で解決して みようとして投げかけ目標をもたせるよう にする。	
追 求 ・ 解 決	38 分	・ ソフトを利用しながら 問題を解く。 「予想される生徒の反応」 自力解決している。 ヒントを見ながら自力解 決している。 解決できずに分からない でいる。	・ の生徒には、賞賛し自分の解決方法が ヒントと一致しているか確認させ、次の 問題に挑戦させる。 ・ の生徒には、理解できているか声 がけをし、自力解決を支援していく。 ・ の生徒には、既習事項の確認やコン ピュータのヒントを活用させながら、 個別指導を行っていく。	・ 各問題につ いて解決す ることがで きる。 <u>見方・考え方</u>
ま と め	7 分	・ 本時のまとめを聞く。 （アンケートを記入）	・ 分からなかった所を全体で確認する。 ・ 割合の問題把握と解決方法のパターンな どを知らせ本時のまとめを行う。	

2人の教師によるTT、場所はコンピュータ室で行った。はじめに基本・中級・発展の各問題をコンピュータの画面で紹介し、その後各自に問題の書いてあるプリントを選択させ解かせていった。

生徒の8割近くは、まず最初に基本の食塩水の問題に取り組んだ。2割の生徒は、中級よりも発展の問題に取り組んでいた。ほとんどの生徒は、まずはヒントを見ないで問題を解こうとし、図を書いたり、式を立てようとしていた。

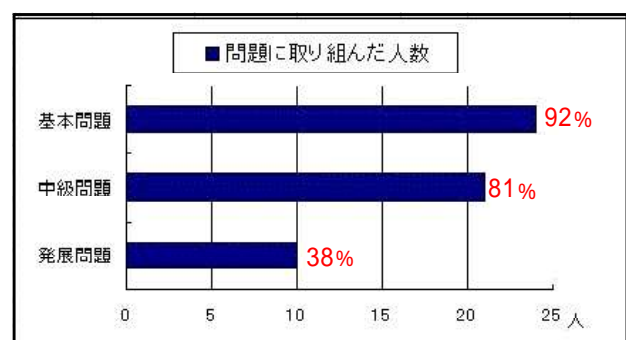
ヒントを見なくても答えを求められた生徒には、解答選択のページから答えの番号をクリックさせ、正解なのか確認させた。また、ヒントの画面にも目を通し、考え方が同じなのかどうか確認するよう指示した。ただ、このような生徒はごく僅かであり、多くの生徒は、アニメーションを見てしばらく自力で考えたあと、ヒントの画面へと進んでいた。ヒントの画面を見ながら、自分がはじめに立てた式が正しいか調べている生徒や、式

が立てられなかったがヒントを見ながらもなんとか解決しようとしている生徒など、自分で選択した問題に進んで取り組んでいた。

(2) 結果と考察

事後のアンケート結果から、26名中、基本問題に取り組んだ生徒が24名、中級問題が21名、発展問題が10名であった（図12）。難しい問題にもかかわらず生徒は意欲的に問題に取り組んでいた。

図12 各問題に取り組んだ人数の割合



各問題のヒントは参考になったかという質問には、26名中「とても参考になった」が15名、「まあまあ参考になった」が10名と、合計96%の生徒が参考になったと答えている（図13）。式が立てられずに悩んでいる生徒にとって、ヒントが参考になったといえる。このことから、問題の様子を具体的に示すアニメーションや段階的に問題を解決できるようにするヒントは学習内容を理解させることに有効であったと考えられる。

授業後、資料1のような生徒の感想が書かれていた。aやeの感想から、コンピュータ室での授業は楽しいと感じている生徒が多い。またcやdのように、自分のペースで考えられ、理解できるまでヒントを繰り返し見られることも、コンピュータを使った授業でのよさであると考えられる。

図14の自己評価と図15の授業の1ヶ月後に実施した事後テストの結果を比較すると、自己評価で「まあまあ理解できた」と答えていた生徒は、テストで、途中まで解いてはいるが、正解できなかった。逆に「よく理解出来た」と答えていた生徒は、テストでも正解できた。授業のとき、理解できたと感じても、その後問題を確実に解かせるためには、さらなる工夫が必要である。

研究のまとめと今後の課題

本研究の実践から、問題の様子を示したアニメーションを見せ、コンピュータでヒントや必要な既習事項を繰り返し見られるようにしたことは、問題を把握し、自力で解決していくための支援として効果があったと考えられる。

課題としては、以下の通りである。

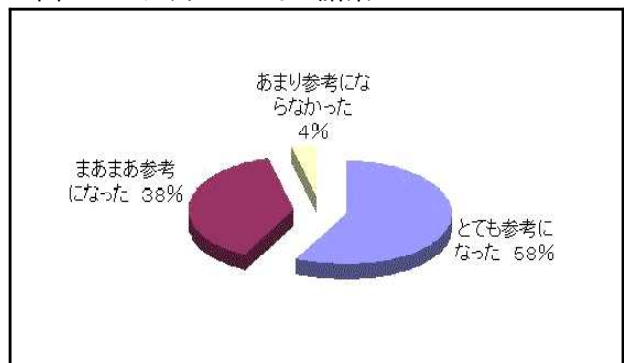
問題を確実に解けるよう、類題の数をもっと増やしたり、パターンを変えた問題も作成した方がよい。

問題を各自が選択するという点で、席が隣の生徒同士のコミュニケーションはあっても、一斉指導やクラス全体でのコミュニケーションがとりづらい。

このような課題を念頭におきながら、言葉や図では問題を把握するのが難しいと思われる内容を、コンピュータによる支援を工夫し、自力解決につなげていけるようにしていきたい。

（担当指導主事 大塚 道明）

図13 ヒントについての結果



資料1 授業後の生徒の感想

- a 楽しかったし、勉強にもなった。
- b アニメーションがあり、分かりやすかった。
- c 自分のペースで考えることができ、自力で解決することや納得することができた。
- d 聞き逃すことがなく、自分で何度もヒントを見れるので良かった。
- e コンピュータをもっと活用して欲しい。
- f 分かりやすかった。
- g 難しかった。

図14 自己評価についての結果

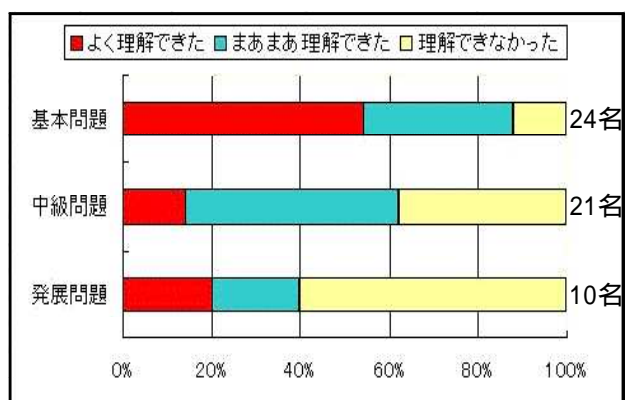


図15 事後テストの結果

