群教セ	G03 - 03
	平17.230集

図形の性質と証明を関連づける教材の作成と活用

特別研修員　　大竹　稔明　　（昭和村立昭和中学校）

《研究の概要》

本研究では、中学校第２学年数学科『図形の性質と合同』の単元において、図形の基本性質と証明を視覚を通して関連づける教材を作成し活用した。三角形の合同を使った証明において、アニメーションで図形の性質を確認させながら合同な三角形を見つけたり、合同条件にあった辺や角やその根拠を見つけたりすることにより、筋道を立てて証明できると考え、授業実践を通してその有効性を検証した。

キーワード【数学－中　図形の性質　証明　三角形の合同　コンピュータ】

Ⅰ　主題設定の理由

中学校第２学年『図形の性質と合同』の目標は、基本的な平面図形の性質について、観察、操作、実験を通して理解を深めるとともに、図形の性質について数学的に筋道を立てて考える意義や方法を理解したり、その過程を的確に表現する能力を育成することである。

中学校第１学年までの図形領域の学習では、観察や操作的な活動を通し直観的に図形の性質を理解させることが中心であった。中学校第２学年の『図形の性質と合同』は具体物だけの操作に終わることなく、筋道を立てて説明をすることが求められている。三角形の角、図形の合同などについての基礎的な性質を身に付けさせ、証明の仕組をそれらの図形の性質と関連づけて理解させることが重要である。

証明は、角の表し方・仮定と結論・図形の基本性質・三角形の合同条件等の既習事項を理解し、活用しなければならない。しかし、黒板やビデオなどを用いた一斉学習では、「つまずき傾向の生徒は質問がしづらく、分からないため興味・関心がもてない。」「生徒一人一人が主体的に取り組む授業の工夫が難しい。」、プリント学習では、「個々の生徒に合ったヒントが難しく、説明だけでは図形の性質と証明を関連づけることが難しい。」という課題があった。

そこで、コンピュータを用いて次のようなWebページ形式の教材を作成し、証明の導入場面を中心に活用することで、これらの課題が少しでも解決できると考えた。

○　問題から合同な図形を確認する場面で、アニメーションで三角形を移動させることにより、合同な図形の辺や角の対応を明確にする。
○　辺や角を選択して正解の場合には図形が移動する。不正解や分からないときヒントが提示され図形の性質の確認ができる。
○　生徒が試行錯誤しながら学習できる支援教材とする。

このような、図形と証明を関連づけた教材を使うことで、生徒は興味・関心をもち、筋道を立てて考えることを実感できるだろう。これは、『図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法とを理解し、推論の過程を的確に表現する能力を養う。』につながると考え本主題を設定した。

Ⅱ　研究のねらい

中学校第２学年数学科『図形の性質と合同』の指導において、図形の基本性質と証明を関連づける教材を作成し、その有効性を授業実践を通して明らかにする。

Ⅲ　研究の見通し

三角形の合同を用いる証明において、アニメーションを用いて図形の性質と証明を関連づける教材を作成し活用すれば、生徒は、証明の仕組を理解し、筋道を立てて証明することができるであろう。

Ⅳ　研究の内容

1　教材の概要

(1)　基本的な考え方

『図形の性質と合同』の単元おいて、図形の基本性質と証明を視覚を通して関連づけ、合同な三角形を見つけたり三角形の合同条件にあった辺や角やその根拠を見つけたりして筋道を立てて証明できるような支援教材とする。

そのため、２つの三角形が合同であることや対応する辺や角が等しいことを、アニメーションにより示す。

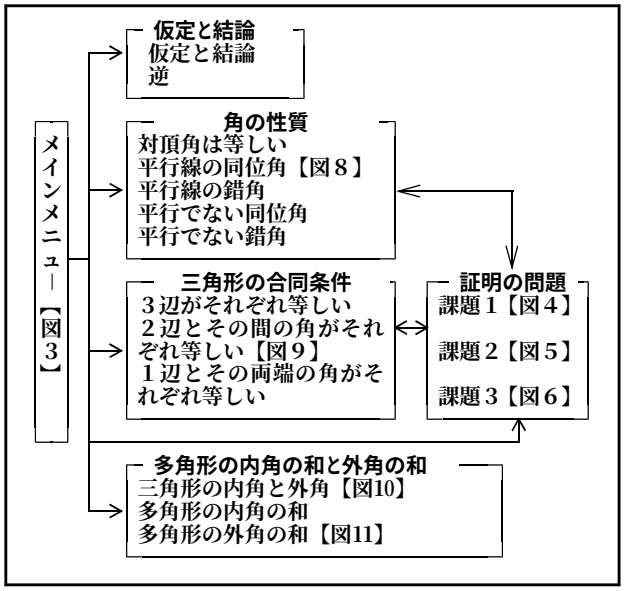
Web上で活用でき、証明のページに図形の性質を示すアニメーションを組み入れるため、教材はFlashを用いて構成した。

(2)　教材の構成

図１は、教材の構成図である。メインメニューから、各画面に直接行くようになっている。

証明の問題については、図２のフローチャートのように正解ならば次の段階に進み、不正解ならばヒント画面から三角形の合同条件や証明の根拠を確認し、もう一度三角形の合同条件に合った辺や角を選択できるようにした。このように、「図形の性質」を提示し「証明の仕組」を明確にすることで図形と証明との関連を図った。

図１　教材の構成図

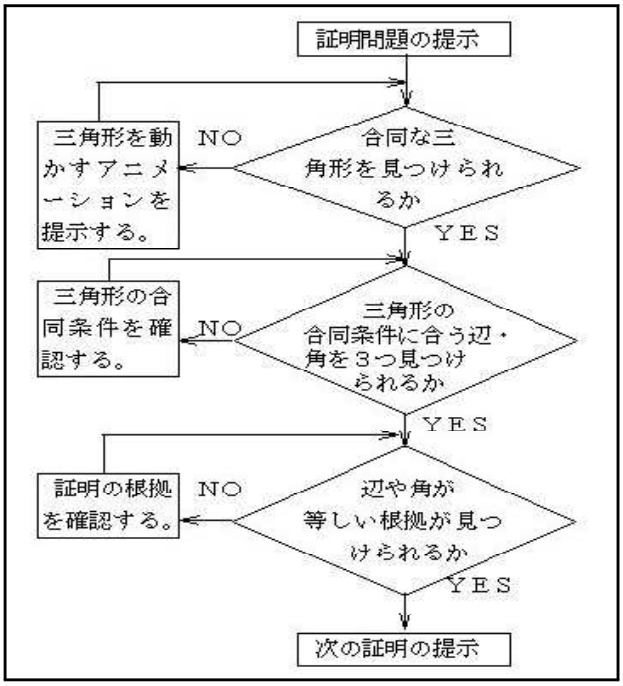


(3)　動作環境

動作環境　Windows 98 以降推奨。

視聴にはMacromedia　Flash Playerが必要。

図２　証明問題のフローチャート



2　教材の内容

(1)　メインメニュー

図３は、教材のメインメニューである。小単元ごとに分け、学習内容がすぐわかるように構成した。

右側には課題３とそれに使う三角形の合同条件を掲げた。生徒が、毎時間の授業でこの画面を目にし、興味・関心をもつことをねらった。

図３　メインメニュー

(2)　課題１

図４は、証明の仕組を理解するために作成した課題１の画面である。左上に問題文を、右上にアニメーションの図を、左下に３つの辺、３つの角の式を、その下には三角形の合同条件、右下にはヒントの欄を配置した。このように一画面に問題・図・式・ヒントを配置することで図形の性質と

証明の関連を視覚的に理解できると考えた。

正しい辺や角を選択した場合には図形上の辺や角が移動する。また、間違った辺や角を選択した場合には、右下のヒントの欄に、角の性質や三角形の合同条件が表示される。

授業では、例題として教師が提示し、生徒にプリントに記入させた後、アニメーションで三角形を移動し、対応する辺や角を確認させる。

次に三角形の６つの辺や角から合同条件にあてはまる辺や角の関係式を３つ見つけさせる。辺や角のボタンを押すことで、対応が確認できる。

(3)　課題２

図５は、証明の演習用の課題２を示す画面である。生徒一人一人が証明するときの支援教材として活用する。まず、プリントに記入させ、できた生徒は教師に添削してもらい、その後はこの教材で証明の仕組を確認する。

わからない生徒は、この教材を操作しながらプリントに式や証明の根拠等を記入していく。間違った場合でもヒントを参考にしながら自分のペースで繰り返し操作し、理解できるまで学習を行える。

(4)　課題３

図６は、三角形の合同条件にあった辺や角を見つけるのが難しい課題３を提示する画面である。この問題では､共通な角の表し方もとらえにくい。

そこで教師が適宜、辺や角の関係を途中で確認し、角の表し方を説明しながらこの課題に取り組ませる。

(5)　ヒント

課題１～３は、間違った辺や角を選択した場合には、課題の右下の空欄にヒント図７が表示される。左下のボタンを押すことにより、図形の基本性質や三角形の合同条件がアニメーションで確認できる。

(6)　角の性質

図８は、平行線の性質「平行線の同位角は等しい」を示す画面である。ヒント画面の「同位角は等しい」を選ぶと、この画面が表示される。この他にも「対頂角は等しい」､「平行線の錯角は等しい」などの画面を作成した。

この画面では、マウス操作で角を表す扇形が移動でき、生徒は角の性質を視覚的に理解できる。授業の初めや終わりでの既習事項の確認や、展開時に悩んでいる生徒の支援教材としても活用できる。

図４　課題１

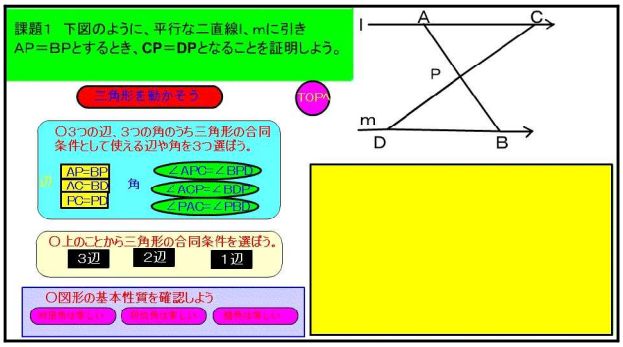


図５　課題２

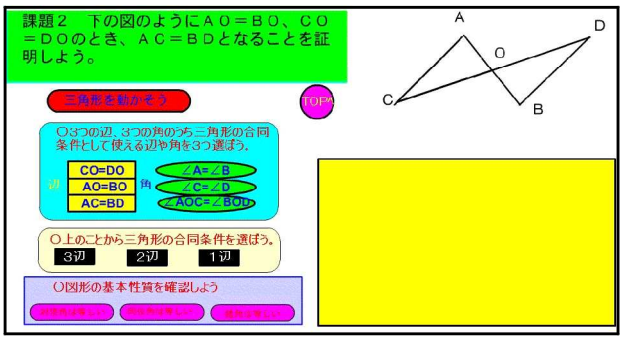


図６　課題３

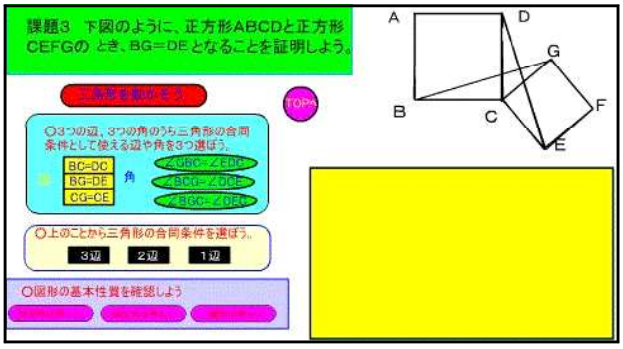


図７　ヒント

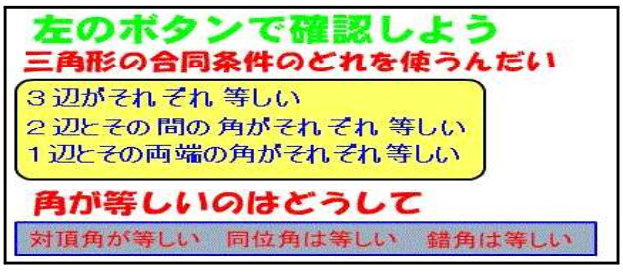
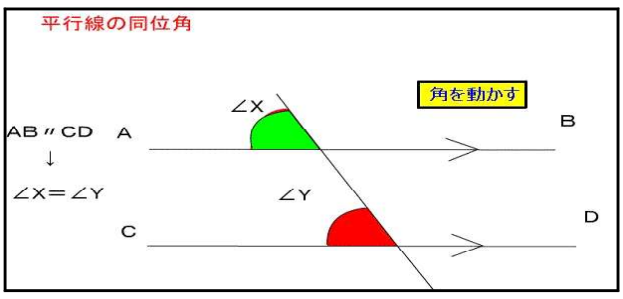


図８　平行線の同位角は等しい



(7)　三角形の合同条件

図９は、三角形の合同条件の一つ「２辺とその間の角はそれぞれ等しい」を示す教材である。対応する辺や角（扇形）がアニメーションで示される。この他に「３辺がそれぞれ等しい。」「１辺とその両端の角がそれぞれ等しい。」について教材を作成した。

生徒は２つの合同な三角形の６つの辺・角（辺３、角３）の中からどの３つが三角形の合同条件にあてはまるかを判断する。そのとき、辺や角の探し方がわからないとき、左下のボタンやヒント画面から確認して三角形の合同条件にあてはまる辺や角を選ぶ。

(8)　多角形の内角の和と外角の和

この他にも、図形の基本性質をとらえられる教材を作成した。

図10は、「三角形の内角の和」を求める画面である。図11は、多角形の外角の和が360°であることを、視覚的にとらえる画面である。

また、同位角・錯角はいつも等しいと誤解されやすいため、「平行でないと錯角が等しくない」をアニメーションで示す教材を作成した。

図９　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

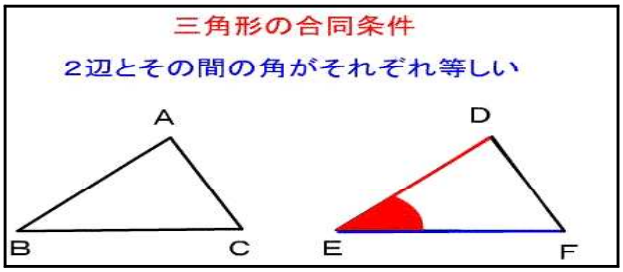


図10　三角形の内角の和

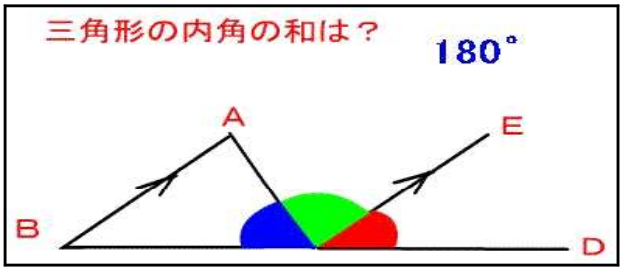
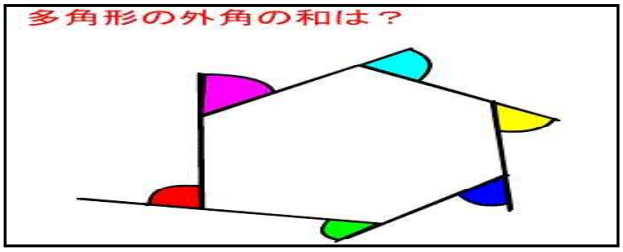


図11　多角形の外角の和



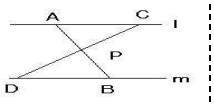
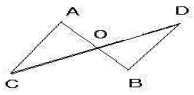
Ⅴ　授業実践

1　単元計画

時間	学習内容	学習活動	教材の活用と検証
1 2 3	・対頂角、同位角、錯角 ・平行線の性質	・対頂角、同位角、錯角の意味を理解する。 ・平行線の性質を知る。 ・対頂角や平行線の性質を使って角度を求める。	・対頂角、同位角、錯角を扇形の移動から確認する。<発表>
4	・三角形の内角の和、三角形の外角と内角 ・鋭角、鈍角	・三角形の内角の和が180°であることを平行線の性質を使って説明する。 ・三角形の内角の和、三角形の内角と外角を使って角度を求める。 ・角の大きさで鋭角、直角、鈍角に分類する。	・三角形の内角の和を扇形の移動から理解する。<プリント>
5 6	・多角形の内角の和 ・多角形の外角の和	・多角形に補助線を引き三角形をつくることで多角形の内角の和を求める。 ・ｎ角形の内角の和を式で表す。 ・多角形の外角の和を内角の和を使って角を求める。	・まとめで、ｎ角形の内角の和、多角形の外角の和を見せ、視覚を通して確認する。<プリント>
7 8 9	・合同な図形の性質 ・記号≡を使った合同の表し方 ・合同条件	・合同な図形の性質（辺、角）を理解する。 ・合同な図形を記号「≡」を使って表すことができる。 ・合同でない例をあげたり作図の仕方を考えたりすることで、三角形の合同条件を理解する。 ・三角形の合同条件を利用して、合同な２つの三角形を見つける。	・まとめで、三角形の合同条件を視覚を通して認する。 <観察、発表、プリント>
10 11	・仮定と結論 ・逆	・仮定と結論の意味を理解する。 ・「AならばB」の逆が「BならばA」であることを理解する。 ・平行線になる条件は平行線の性質の逆であることを理解する。	「仮定」と「結論」を区別し表現することができる。
12 13	・証明のしくみ ・証明の根拠となることがらのまとめ	・図と証明の関係を理解させる。仮定や基本性質等を根拠にして、仮定から結論を筋道を立てて説明することを理解する。 ・三角形の合同を利用した、証明のしくみを理解する。 ・基本性質をまとめ、証明の根拠として的確に使用する。 ・仮定や基本性質等を根拠にして、仮定から結論を筋道を立てて説明することを考察している。 ・簡単な証明の記述ができる。	コンピュータをヒントやプリントに記入する上で、確認として活用する。 <観察、プリント> (7)課題１(8)課題２(9)課題３
14 15 16	問題練習 テスト	・理解の定着を図る。	かっこ埋めの問題を用意する。

2　本時の学習

○　期　日　　平成17年12月６日（火）第３校時
○　単元名　『図形の性質と合同』（大阪書籍　第４章）　（12／16時間）
○　ねらい　三角形の合同条件を用いて考察し証明することができる。
○　展　開

学　習　活　動	時間	支援・指導上の留意点 Ｔ１	Ｔ２	検証の視点と方法
既習事項【図形の基本性質、三角形の合同条件】の確認をする。 本時の学習課題を把握する。	5	生徒に発表させながら確認する。	コンピュータで既習事項を確認する。	
課題１　右図のように、平行な二直線ｌ、ｍに引いた線分でＡＰ＝ＢＰとする。点Ｐを通る線ＣＤを引くとき、ＣＰ＝ＤＰとなることを証明しよう。 				
仮定と結論、合同な三角形を見つけ、プリントに記入する。 コンピュータ画面で確認する。 三角形の合同条件にあてはまる辺や角を見つけ、プリントに記入する。	15	「～ならば・・・」で見つけさせる。 合同な三角形の対応を考えさせる。 プリントに記入させる。	コンピュータで三角形を移動させ対応する辺や角を見つけさせる。 図を黒板に書く。	【知識・理解】 問題や図形から証明に必要な内容をプリントに記入し、コンピュータを使って確認する。 （観察、プリント）
証明の書き方を学ぶ。 各自のコンピュータを起動し、操作しながら合同条件にあっている等しい辺や角を探す。 三角形の合同条件に合った辺や角を３つ探し、添削してもらう。理由も書く。	10	３つの辺や角を確認させ板書する。	解答を確認する。	
課題２　右図のように、ＡＯ＝ＢＯ、ＣＯ＝ＤＯのとき、ＡＣ＝ＢＤとなることを証明しよう。 				
課題２をプリントに記入する。 各自コンピュータを使って確認する。	20	課題２でコンピュータを使いながら、分からない生徒にヒントを与える。		

3　結果と考察

前時までの授業では、教室でプロジェクターを活用していたため教師・生徒ともにコンピュータ室でのコンピュータの操作に戸惑った。しかし、生徒は難しい証明に対しても、挙手や発表など活発に行い､意欲的に課題に取り組むことができた。

この授業で、図13は課題１の図形の性質と証明の関係について、コンピュータ活用前・後で理解できた人数を挙手により把握したものである。アニメーションを活用することで図形の性質を確認しながら学習を進めたため、理解が深まったことがわかる。

図14は演習問題として、コンピュータを使わないで証明した生徒と、使って証明した生徒も含む人数の正解数の比較である。また、課題１ではあまりよく理解していなかった生徒も、課題２でコンピュータを使わなくても理解できたり、使って確認しながら証明できたりする生徒が増えた。

図12　教材の活用

図13　課題1の学習前･後で理解できた人数

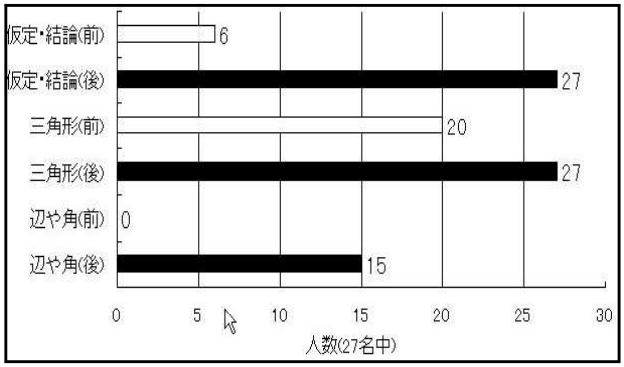


図14　課題2の学習前後の正答数

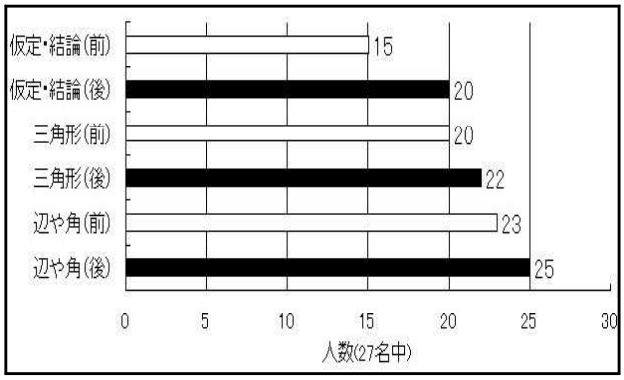


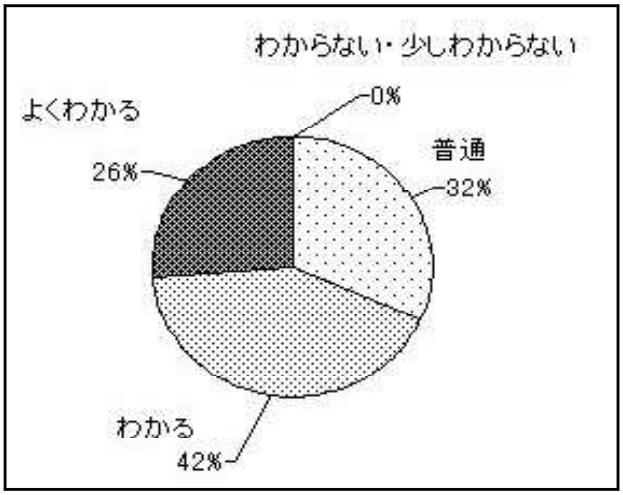
図15はこの授業に関する図形の性質と証明の関係についての感想である。有効だったと感じた生徒が多いが、証明をすぐに理解しており、コンピュータを活用する意義をあまり感じない生徒もいた。

図15　図形の性質と証明の関係の感想

○コンピュータで自分のペースでできたので、わかりやすかった。
○コンピュータなしでもわかったけど、さらにわかりやすかった。
○わからない所があればコンピュータを見ればすぐわかるのがよかった。
○姉からは証明は難しいと聞いていたが、コンピュータのおかげではやく理解できた。
○自分で操作したら、わからない所もわかった。
○自分で操作したら、わかりやすかった。
●コンピュータを使わなくてもいい。

図16は、『「図形と証明の関係は分かりましたか。』という質問に対する五段階評価である。「よく分かった・分かった」と答えた生徒は、68%であり、「少し分からない・分からない」と答えた生徒は０%であった。

図16　図形の性質と証明の関係の理解度



Ⅵ 研究の成果と今後の課題

1　まとめ

コンピュータを活用した本実践により、以下のことが明らかになった。

○　問題・式・図形の性質などを一画面に表示し、アニメーションで確認しながら証明をすることで、生徒は図形の性質と証明の関連に対して理解を深めることができた。

○　最初はコンピュータに頼っていた生徒の中にも、コンピュータを使わなくても証明できる生徒が増えてきた。

2　今後の課題

○　証明問題の数を増やしたり難易度を考慮し、生徒の理解度に合わせた問題を作成する必要がある。

○　生徒の思考過程を再検討し、つまずきを考慮した画面作成をする必要がある。

○　生徒が証明をするときに一つの方法にとらわれてしまわないように、証明の学習のどの段階でコンピュータを活用するのかを再検討する必要がある。

これらの課題をふまえ、年間計画や生徒の実態に合わせソフトを作成・改良し活用していきたい。

＜参照・引用文献＞

・狩野　祐東　著　『かんたん図解FLASH　MX2004自作ムービーを作ろう』（技術評論社）

（担当指導主事　大塚　道明）