

児童が数学的な考え方に気付き、 活用できる算数科指導の工夫

－ 児童の思考に応じた表現活動を取り入れて －

長期研修員 佐藤 和弘

（研究の概要）

本研究は、児童の思考に応じた表現活動を取り入れて、児童が数学的な考え方に気付き活用できるようになることを目指した研究である。具体的には、自分の思考に応じて問題場面を表現し、問題解決に向けての見通しをもつ。その見通しを基に思考活動と表現活動を行い、問題を解決する。その問題解決した過程の表現を振り返り、問題解決に有効に働いている数学的な考え方に気付き、活用できるようになる授業実践を行った。

研究の概要

1 基本的な考え方

平成16年度の本県の教育課程実施状況調査によると、小学校算数科における児童の実態は、四つの観点のうち「数学的な考え方」だけが、全国平均通過率を下回っていた。特に、「小数の乗法の計算の仕方を説明する問題」や「既習の面積の求め方を基にして、台形の面積の求め方を見いだす問題」などにおいて、その傾向が顕著であった。また、置籍校の児童の実態をCRT検査（目標基準準拠テスト）から見ると、県の教育課程実施状況調査の結果と同じように「数学的な考え方」の観点において正答率が低い状態であった。特に、筋道を立てて考えたり、根拠をもって式を立てたり、計算の意味や計算の仕方を説明したりすることが不得意であることが分かった。

これは、日常の授業が式の計算の処理とその技能の習熟を図る学習に偏る傾向にあるためと考える。また、児童が数学的な考え方に気付き、それを活用して問題を解決できるようにする指導が十分ではなかったためと考える。

そこで、次のような考え方で研究に取り組むこととした。

それぞれの児童の思考に応じた表現活動を取り入れ、児童に問題場面の状況をつかませることにより、児童が見通しをもち、筋道を立てて考え、問題を解決できるようにする。

児童が問題解決した過程の表現を振り返ることにより、問題解決に有効に働いている数学的

な考え方に気付くことができるようにする。

気付いた数学的な考え方をを用いて解く学習問題を設け、児童がその数学的な考え方を活用するのに適した表現活動を行えるように支援することにより、問題解決にその数学的な考え方を活用できるようにする。

(1) 「数学的な考え方」とは

数学的な考え方とは、算数・数学の問題を解決するときに働く思考の方法であり、問題解決の手だてや着眼点、知識や技能を引き出すための原動力となるものである。

資料1 数学的な考え方の具体例

1 数学の方法に関係した数学的な考え方

帰納的な考え方	類推的な考え方
演繹的な考え方	統合的な考え方
発展的な考え方	抽象化の考え方
単純化の考え方	一般化の考え方
特殊化の考え方	記号化の考え方
数量化、図形化の考え方	

2 数学の内容に関係した数学的な考え方

集合の考え	単位の考え
表現の考え	操作の考え
アルゴリズムの考え	概括的把握の考え
基本的性質の考え	関数の考え
式についての考え	

具体的な数学的な考え方には、資料1のように様々なものがあり、それぞれの考え方が密接に関係して問題の解決に有効に働いている。しかし、

児童はこれらの数学的な考え方を意識しないで、問題解決に用い表現することが多い。そこで、問題解決において、児童の思考に応じた表現活動を取り入れて、問題解決した過程の表現を振り返り、数学的な考え方に気付かせることができると考えた。

(2) 「数学的な考え方に気付き、活用できる」とは

「数学的な考え方に気付く」とは、問題を解決した過程において、「どのように考えたことがよかったのか」「どのような考え方を使って解いたのか」という視点で振り返ることにより、「問題を解決する時に、有効に働いた数学的な考え方を意識すること」と、とらえた。

「数学的な考え方を活用できる」とは、「新たな問題を解決するときに、気付いた数学的な考え方を使えるようになること」と、とらえた。そして、児童が数学的な考え方を活用して問題を解決することにより、成就感や満足感、数学的な考え方のよさも実感することができる。そうすれば、児童はさらに、数学的な考え方を活用しようと思うようになると考える。

(3) 「児童の思考に応じた表現活動」について

具体的な思考に慣れていない児童と抽象的な思考に慣れていない児童では、思考する時に利用する表現に違いがある。そこで、児童が自分の思考に応じた表現を用いて、問題解決を行うことが必要である。また、児童は、自分の思考を絵や図、文字や式などに表現することにより、自分の思考が深まっていく。そして、自分の思考に応じた表現を利用することによって、思考活動が活発になり、問題を解決することができる。と考える。

児童が思考する過程の表現には、実物を用いることをはじめ、具体物や半具体物の操作、絵や図、言葉、式などの表現がある。それぞれの表現が児童の思考に応じて、問題解決に有効に利用されていく。児童が問題を解決するために行う思考は、児童の発達段階に応じて、具体的なもので思考する段階から、抽象的なもので思考する段階へと進む。これに伴って、児童が問題解決に用いる表現も、児童の思考に応じて、具体的なもの(具体物)から抽象的なもの(式)へと変わっていく(資料2)。このことから、問題を解決する時には、各児童が自分の思考に応じた表現を適切に利用することが大切である。と考えた。

資料2 思考段階と表現の具体例

<思考段階>	<表現>	<具体例>
具体的な思考	現実的表現 操作的表現	具体物(実物) 半具体物(おはじき等)
↓ 発達段階 ↓	図的表現	絵や図 (テープ図・数直線等)
	言語的表現	文章・言葉での説明
	記号的表現	数や文字を用いた式
抽象的な思考		

例えば、資料2で図的表現に当たる数直線は、高学年の学習において、乗除の計算が小数や分数の範囲にまで拡張される時に、問題解決に利用されることが多い。しかし、問題場面を数直線で表現したり、それを利用して問題を解決したりすることに慣れていない児童も見られる。その場合には、児童の思考に応じた他の表現(テープ図など)を利用して(資料3)、問題場面の数量関係を正しくとらえてから、思考活動を行い、問題を解決することが適切である。と考える。

資料3 問題場面の表現活動の例

学習問題

1.6mの代金が96円のリボンがあります。
このリボン1mの値段は、いくらでしょう。

テープ図で表現

テープ図と数直線を合わせた図で表現

線分図で表現

数直線で表現

式で表現 (言葉の式を利用する)

$$(1\text{mのねだん}) \times (\text{長さ}) = (\text{代金})\text{より}$$

$$\times 1.6 = 96$$

2 研究の内容と方法

(1) 研究の内容

- ・ 研究の手だてと児童の思考に応じた表現活動の具体的な展開

過程	手だて	目指す児童の姿	具体的な展開	指導のポイント
つかむ	<p>学習問題をつかむ 具体物を用いるなど問題の提示を工夫する。</p> <p>問題解決の見通しをもつ 児童の思考に応じた表現活動を取り入れて、学習問題をつかむ場面を設定する。</p>	<p>思考活動が活発になり、問題解決の見通しをもつことができる。</p>	<p>学習問題を具体物や半具体物などを使って、問題場面を具体的に例示する。</p> <p>問題場面の数量関係を、児童の思考に応じた図などに表現する活動を行う。</p> <p>問題場面を表した図などを利用して思考活動を行い、問題解決の見通しをもたせる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 問題場面の具体的なイメージがもてるように、児童の実態に応じて提示を工夫する。 ・ 児童の思考に応じた図を利用する。例えば、テープ図、数直線などを実態に応じて、利用する。 ・ 問題解決につながる既習の知識や考え方を復習できるような場を設ける。
追究する	<p>見通しに沿って、問題を解決する 児童が自分の思考に応じた表現を活用しながら、問題を解決する場面を設定する。</p> <p>数学的な考え方に気付く 児童が問題解決した過程の表現を振り返り、問題解決に用いた数学的な考え方について、話し合う場を設定する。</p>	<p>問題解決に有効に働いている数学的な考え方に気付くことができる。</p>	<p>自分の思考に応じた表現（数直線や式など）を用いて、筋道を立てて考え、問題を解決できるようにする。</p> <p>問題解決した過程の表現を振り返り、話し合わせることによって、問題を解決するときに有効に働いていた数学的な考え方に気付くようにする。</p> <p>問題解決において、有効な表現活動（例えば、数直線を用いた問題解決など）を取り上げ、補充的な説明を行い、多くの児童がその表現活動ができるようにする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 見通しに沿って、児童が問題を解決できるように筋道を立てて考えられるような表現を用いて支援する。 ・ 問題解決した過程の表現を振り返り、解き方や考え方を学び合い、数学的な考え方の理解を深める。 ・ どのような数学的な考え方が問題解決に有効に働いているのかを中心に、話し合うようにする。 ・ 気付いた数学的な考え方を児童の言葉で整理し、児童が新たな問題解決に数学的な考え方を活用しやすくする。
深め広げる	<p>気付いた数学的な考え方を活用する 気付いた数学的な考え方を生かして解く、新たな学習問題を設定する。</p> <p>気付いた数学的な考え方をを用いるのに適した表現活動を取り入れて、児童が気付いた数学的な考え方を問題解決に活用する場面を設定する。</p>	<p>気付いた数学的な考え方を、新たな問題解決に活用できる。</p>	<p>児童が気付いた数学的な考え方を活用して、問題解決できるように、発展的な問題や身近な生活に即した学習問題などを児童の実態に応じて設定する。</p> <p>児童が気付いた数学的な考え方を活用するのに適した表現（図、式、筆算など）を利用して、問題を解決できるように支援する。</p> <p>問題解決の過程を振り返り、問題解決に活用した数学的な考え方のよさを味わえるようにする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 児童が興味・関心をもって、数学的な考え方をを用いて解決できるような問題を設定する。 ・ 児童が気付いた数学的な考え方を活用するのに、適した表現活動を行えるように支援する。 ・ 問題解決した成就感や満足感、数学的な考え方のよさを実感できるようにする。

(2) 研究の方法

実践計画

研究対象	館林市立第五小学校・5年生 習熟度別少人数指導の3コース [じっくり(基礎)コース・のびのび(標準)コース・ぐんぐん(発展)コース] の中の、のびのび(標準)コースの29人
期間	10月4日～10月30日 12時間
授業者	長期研修員 佐藤 和弘

抽出児童

A 男	算数の授業は楽しいと感じている。授業中に発言は少ない。問題を解いている途中で、分からなくなると考えることをすぐにあきらめてしまったり、問題文の順番に数字を並べて、式を立ててしまったりする。計算の仕方は理解しているが、計算ミスが多い。この実践を通して、根拠を明確にして式を立てることができるようにし、筆算の計算にも数学的な考え方が有効に働いていることに気付いて、それを活用できるようにしたい。
-----	---

B 子	算数の授業はあまり楽しくないと感じている。授業にはしっかりと取り組み、じっくりと考えることができる。新しいことを覚えたり理解したりすることに、時間がかかる。計算の仕方を確実に理解していないため、計算の間違いが多い。自分の考えや意見を述べることは苦手である。この実践を通して、自分の思考に応じた表現を利用して、問題を解決できるようにしたい。また、自分の考えをもち、進んで数学的な考え方を活用し、問題を解決できるようにしたい。
-----	---

単元名

「小数のかけ算を考えよう」(小数×小数、小数倍とかけ算)

単元の考察

本単元では、乗数が小数の場合である小数×小数の計算の意味とその計算の仕方を、整数×整数に帰着して考え、活用する能力を養う。また、乗法の意味を拡張し、同数累加の考えから、(基準にする大きさ)×(割合)=(割合に当たる大きさ)に一般化する。また、計算の仕方を考え出す時には、小数を整数に直して、整数の乗法を基に考えることができるようにする。また、小数点を移動するという手順を、十進位取り記数法の仕組みを生かし、乗法のきまり(乗数が10倍になれば、その積は10倍になる)を基にした考え方や小さな単位を基にした考え方(0.1を基準にして、その幾つぶんかという考え方)を活用して理解できるようにする。そして、筆算の処理は、既習事項(整数×整数、小数×整数)から類推的に考えて、その計算の過程に、乗法のきまりが有効に働いて、積の小数点の処理をすることに気付くようにする。さらに、乗法を小数の範囲にまで拡張するため、問題文を読んで、式を立てることに戸惑う児童がいることが予想される。そこで、児童の思考に応じた表現活動を取り入れて、問題場面を表して、式を立てたり、問題の解決を促したりする。また、問題解決した過程の表現を振り返ることにより、児童が問題解決に有効に働いていた数学的な考え方に気付き、新たな問題解決にそれを活用できるようになる指導の工夫を行う。

単元の目標

乗数が小数の場合の乗法の意味とその計算の仕方について考え、それを活用する能力を高める。

単元の評価規準

算数への関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての表現・処理	数量や図形についての知識・理解
小数の乗法の仕方について、数の相対的な大きさの見方や計算の性質を生かして、整数の計算などと関連付けて考え、それを活用しようとする。	乗数が小数の計算の仕方を整数の計算と関連付けて考えることができる。	問題場面をとらえて式を立て、筆算で計算できる。	小数をかける場面、計算の仕方、小数倍について理解している。

指導・評価計画(抜粋)

過程	時間	ねらい 数学的な考え方<主なもの> 主な活動	教師の支援及び指導上の留意点 数学的な考え方	評価項目(評価方法) 「十分満足」と判断される状況 「努力を要する」児童への手立て
つかむ	第1時	乗数が小数の場合においても、整数の計算と関連付けて、乗法の式に表し、小数の乗法の意味を考えようとしている。 問題場面を数直線などに表現し、既習の(整数×整数)に関連付けて、式を立て、その意味を考える。<類推的な考え方> 1 問題をつかみ、式を立てる。 1 m90円のリボンがあります。このリボンを2.6m買うときの代金は、どのように求めますか。 ・どんな式になるか、学習プリントに書く。	・問題提示に、2.6mの長さのリボンを実物で示し、リボンの長さを予想させたり、実測したりする。 ・自分の考えで、図や言葉の式などを使って、式を考えることができるようにする。 <u>類推的な考え方</u> <u>図形化の考え方</u> ・様々な表現を利用して、式が立てられていることに気付くようにする。	【関心・意欲・態度】 問題場面をとらえ、言葉の式などから、(整数×整数)に関連付けて、乗法の式に表そうとしている。(学習プリント、観察) 問題場面をとらえ、言葉の式や数直線などから、既習の整数の数量関係を基に、乗法の式に表し、その理由を説明している。 小数を簡単な整数に直して考えるように助言し、言葉の式で考えたり、数直線の数量の関係を基にしたりして、式を考えられるようにする。
追究する	第2時	数直線などに表したり、かけ算のきまりを用いたりして、(90×2.6)の計算の仕方を考えることができる。 既習の(整数×整数)などに関連付け、(整数×小数)(1/10の位まで)の計算の仕方を考える。<単位の考え・乗法のきまりを利用した考え> 1 本時の問題を知り、見通しをもつ。 1 m90円のリボンがあります。このリボンを2.6m買った時の代金はいくらですか。 ・計算の仕方の見通しをもつ。 2 計算の仕方を考え出す。 3 計算の仕方を発表し、学び合う。 4 どのように考えたから、問題を解決できたのかを話し合い、考え方を整理する。	・前時を復習し、解くための見通しを確認する。 ・図や言葉の式などを使って、自分の考え方で計算の仕方が考えられるようにする。 <u>図形化の考え方</u> ・小数の計算を整数の計算として、考えていることに気付くようにする。 ・どんな考え方を基に問題を解いたのか、問題解決した過程の表現を振り返り、用いられた数学的な考え方に気付くようにする。 <u>単位の考え</u> ・ <u>乗法のきまりを利用した考え</u>	【数学的な考え方】 既習の(整数×整数)の計算に関連付けるなど一つの方法で、(整数×小数)の計算の仕方を考えている。(学習プリント、観察) 数直線などを基に、数の相対的な見方、乗法のきまりなどを活用して、いろいろな方法で計算の仕方を考えている。 既習の計算の式を並べて提示し、乗数が整数なら計算できることに気付かせ、乗数を整数に直して計算する考え方をを用いるように支援する。

	5 計算の仕方を、図で確認する。	・図を使って、計算の仕方の補助説明をする。	
追究する	1/10の位までの小数の乗法の筆算の仕方を乗法のきまりを用いて、考えることができる。 乗法のきまりを用いて、整数の計算に帰着して、1/10の位までの小数をかける計算の仕方を考える。<乗法のきまりを利用した考え>		【数学的な考え方】 式を立て、乗法のきまりを用いて、整数のかけ算を基に、小数のかけ算の計算の仕方を考える。 (学習プリント、観察)
	第3時 1 問題から式を立て、見通しをもつ。 1 mの重さが2.3kgのパイプがあります。そのパイプ2.8mの重さは何kgですか。 ・何kgになりそうか、予想する。 ・どうすれば解けるか、見通しをもつ。 2 見通しに沿って、自力解決する。 3 解決の方法を振り返り、考え方を整理する。 4 筆算の仕方を考える。 ・小数点の打ち方のきまりを確認する 5 適用問題を解く。	・児童の思考に応じた表現を利用して、図や言葉の式を用いて、式を立てることができるようにする。 ・整数どうしの計算に直して考えればよいことに気付くようにする。 ・整数に直して計算することを生かして、被乗数と乗数をそれぞれ10倍して、答えを100でわれば、求められることに気付くようにする。 ・乗法のきまりを用いたことに気付くようにする。 【乗法のきまりを利用した考え】 ・筆算の処理にも、乗法のきまりを使っていることに気付くようにする。 ・つまづいている児童に、個別支援をする。	図や言葉の式などを利用して式を立て、かけ算のきまりを基に計算の仕方を考え、筆算の手順を計算の仕方と関連付けて考える。 既習の(整数×整数)に直して計算することに気付かせて、乗法のきまり(被乗数と乗数をそれぞれ10倍して、積が100倍になっているので、その積を100でわる)を使って、筆算の計算の仕方を正しく理解できるようにする。
第6時	長方形の辺の長さが小数の場合も面積の公式が適用できることを理解する。 公式の適用を整数の範囲から、小数の範囲まで拡張するために、小さい単位に換えて考える。<単位の考え>		【知識・理解】 長方形の辺の長さが小数の場合でも、面積の公式を適用して面積が求められることを理解している。 (学習プリント、観察)
	1 問題をつかむ 縦2.3cm、横3.6cmの長方形の紙の面積の求め方を考えよう。 ・公式に当てはめて、面積の求め方を予想する。 (たて)×(横)=2.3×3.6=8.28 2 小数でも面積の公式が使えるか、確かめる。 辺の長さが小数でも、面積の公式が使えるか確かめよう。 ・長方形の図を基に考える。 3 どうやって確かめるか、見通しをもつ。 ・整数に直せばよいと考える。 (辺の長さを10倍する。 単位をmmに直す。 4 調べた面積が筆算の答えと同じか、確かめ問題の解決にどんな考え方を使っていたのか考える。	・長方形の図を提示する。 ・整数の時と同じように、公式に当てはめて考えられるようにする。 ・方眼紙にかいた長方形を利用してから、考えるように助言する。(1目盛を1mmと考えるとよいことに気付かせる。) ・辺の長さをそれぞれ10倍、10倍して、計算した積を1/100にすることに気付くようにする。 ・小さな単位のmmに換えて、整数と考えて計算することに気付くようにする。 【単位の考え】と【乗法のきまりを利用した考え】 に気付くようにする。	辺の長さが小数の場合でも、面積の公式を適用して、面積が求められることを、その理由と共に理解している。 方眼紙を用意して、長方形の中に1mm ² の正方形が幾つあるのかを考えることにより、面積の公式が使えることを確かめるようにする。
深め広げる	乗法のきまりを活用して、1/100の位がある小数のかけ算の筆算ができる。 1/10の位がある小数のかけ算の仕方を考える。 <類推的な考え方・乗法のきまりを利用した考え>		【表現・処理】 計算の仕方が分かり、小数の計算をすることができる。 (学習プリント、観察)
第8時	1 問題をつかむ。 1 mの重さが2.17kgある鉄パイプがありました。この鉄パイプ1.8mの重さは何kgでしょうか。 2 2.17×1.8の計算の仕方を考える。 ・答えを予想する。 ・整数に直して、計算すればよい。 ・小数をそれぞれ100倍と10倍にする。 3 見通しに沿って、問題を解く。 4 筆算の仕方を話し合い、活用した考え方を確かむ。 5 チャレンジ(練習)問題を解く。	・自分の思考に応じた表現を利用して、問題場面を図に表したり、言葉の式を利用したりして、式を立てるように支援する。 ・1/10の位までの小数どうしのかけ算を基に考えるように促す。 【類推的な考え方】 ・小数点以下のけた数の和が3であるので、積を1/1000にすることに気付くようにする。 ・既習の数学的な考え方に、気付くようにする。 【乗法のきまりを利用した考え】 ・つまづいている児童に、個別支援を行う。	既習の考えを基に、類推的に考え、乗法のきまりを用いて、計算の仕方が分かり、小数の計算を的確にすることができる。 1/10の位がある小数の計算の仕方は、整数に直して考えたことを確認し、似たような考え方ができないか、考えるように支援する。

実践の概要

1 問題解決の見通しをもつ場面の児童の様子

第1時において、問題の提示の工夫として、リ

ボンが付いた誕生日のプレゼントの実物を用意した。そして、このプレゼントに付いているリボンの代金を求めることを問題とした。

プレゼントに付けるリボンと他に1m長さのテープを黒板に掲示した後、児童にプレゼントに付けるリボンの長さを予想させた。その後、プレゼントのリボンの長さを実測する活動を取り入れ、長さが2.6mであることを確かめた。そこで、「1mのねだんが90円のリボンがあります。このリボン2.6mの代金は、どのように求めればよいですか」という学習問題を提示した。

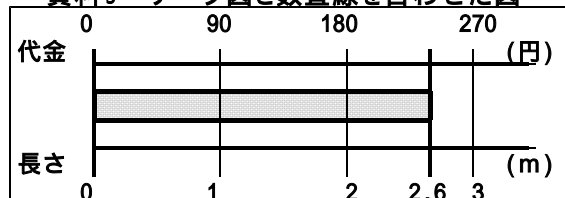
児童は、2.6mの長さのリボンの代金を求める活動に意欲的に取り組んだ。学習プリントには、絵や図を利用して考える場所と、言葉や式を利用して考える場所とを設けた。児童が自分の思考に応じて表現し、どのように代金を求めるか考え、式が立てられるように配慮した。式が立てられない児童には1mと2mの長さのテープを児童のヒントになるように、2.6mのテープに並べて黒板に掲示した。児童に2mや3mの代金の求め方を基に考えるように助言した。その結果、児童は問題場面をテープ図などに表したり、既習の整数のかけ算を基に考えたりして、ほとんどの児童(29人中28人)が、 90×2.6 というかけ算の式を立てることができた。その後、どのように考えて式を立てたのか、その根拠を話し合った(資料4)。

資料4 児童が式を立てる時に用いた表現

・絵やテープ図を利用した児童	12名
・言葉の式を利用した児童	8名
・文中の言葉を利用した児童	1名
・式だけを記入していた児童	8名
・式も立てられず、未記入の児童	1名

集団での話し合いの後に、児童が利用していたテープ図と数直線を合わせた図(資料5)を用いて、数字が整数である2mや3mの代金を求める時の図の数値の関係と、2.6mの代金を求める時の図の数値の関係が同じ関係であることから、 $= 90 \times 2.6$ というかけ算の式になることを確認した。

資料5 テープ図と数直線を合わせた図



次に、 90×2.6 の計算の見通しを考えさせた。児童からは、「2.6の小数を整数に直して計算すればよいのではないか」という意見が出された。そして、答えの予想として、180円から270円の間であることを、問題場面の図からの見積りで確認

した。その予想を基に、児童の思考に応じた表現などを利用して、児童にどのように計算すればよいかを考えるように発問し、計算の仕方の見通しを学習プリントに記述させた。すると、児童は資料6のような計算の仕方の見通しをもつことができた。

資料6 児童の 90×2.6 の計算の仕方の見通し

- 小数を整数に直して考える。
 - ・2.6を10倍にすればよい。
 - (10倍にして、積を1/10にする・10でわる)
 - 2mと0.6mに分けて、それぞれの代金を考える。
 - ・0.1mの代金を求めて、計算すればよい。
- 小数×整数の筆算と同じように、筆算で計算する。
 - ・小数点がないと考えると計算し、小数点を下ろす。

実物のプレゼントの提示後に、箱に付いているリボンの長さをA男に問うと、「2.5mくらいだ」と進んで予想した。そして、本時の学習問題を提示するとリボンの代金の求め方をしばらく考え込んでいた。そこで、「問題場面を図に表して考えてみたら」と助言すると、A男はテープ図をかき、問題場面を具体的に理解し、 90×2.6 という式を学習プリントに書くことができた(資料7)。その式はどのように導いたのかを教師が問うと、A男は説明ができずに悩んでいた。さらに、2mの代金を求める時には、どのような式になるのかを教師が問うと、「 90×2 という式になる」と答えた。そこで、「この式の90や2は、何を表しているのかを考えて、言葉を使った式に直して考えるとよいね」と助言した。すると、A男は(1mの代金×買った長さ)という「言葉の式」に表現することができた(資料7)。

資料7 第1時のA男の学習プリント

問題 プレゼントにリボンをつけようと思って、買い物へきました。そして・・・
 1mのねだんが90円のリボンを 2.6m 買いました。代金(□円)はいくらですか。
 ☆1 どのような式になるか、絵や図、ことばの式などをつかって、考えましょう

絵や図を利用 	ことば・式(ことばの式)を利用 $90 \times 2.6 = 234$ $\begin{array}{r} 90 \\ 126 \\ \hline 180 \\ 540 \\ \hline 234 \end{array}$ 1mのねだん×買った長さ
------------	---

90×2.6 の計算の仕方の見通しを考える場面で、A男は筆算を用いて答えを導き出していた。「どのように考えて計算したのか」「なぜ、この位置に小数点を打ったのか」と教師が問うと、「小数点がないと考えると計算して、小数点の位置からそのまま点を下した」と答えた。このことから、A男は既習の筆算の仕方から類推的に考えて、形式的に小数点を処理したことがうかがえた。

A男は、計算の仕方の見通しを発表し合った時に、「小数を整数に直して計算するために、2.6を10倍して計算し、計算で求めた積を1/10にする」という友達の意見を聞いた。その後、自分の筆算は小数点がないと考えて計算していた。しかし、2.6を10倍にして計算すると、積が10倍になるので、正しい積を求めるために、10でわるという計算をしていたことに気付いた。そして、この式の計算の仕方として、2.6を10倍して整数に直して計算し、その積を10でわればよいという見通しをもつことができた。

以上のことから、問題の提示を工夫し、児童の思考に応じた表現活動を取り入れることにより、児童の思考活動は活発になり、問題解決の見通しをもつことができると考える。

2 数学的な考え方に気付く場面の児童の様子

第2時においては、 90×2.6 の計算の仕方を考え出し、小数のかけ算の仕方を理解する学習を行った。授業の始めに、前時に予想した 90×2.6 の計算の仕方の見通し（前ページ資料6）を全体で確認したので、児童は見通しをもって、それぞれが問題解決に取り組むことができた。問題解決の途中でつまづいていた児童には、問題場面の図（前ページ資料5）を用いて、児童に実感をもたせながら、式の計算の仕方を考えるための支援を行った。その後、自分の思考に応じた表現を利用して、どのように考えてこの問題を解いたのかを、発表用紙に表現する活動に取り組んだ（資料8）。

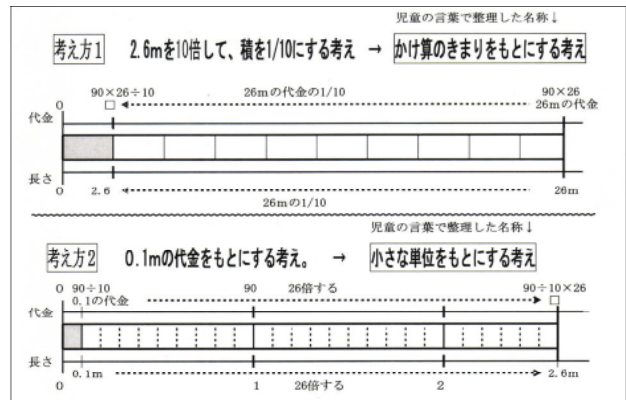
資料8 児童の 90×2.6 の解き方

- | | |
|--------------------------|-----|
| ・2.6mを10倍して計算し、積を1/10する。 | 19名 |
| ・0.1mの代金をだして、その26倍と考える。 | 3名 |
| ・2mの代金と0.6mの代金の合計と考える。 | 2名 |
| ・小数の筆算で計算して答えを出した。 | 5名 |

その後、「どんな考え方を使ったことがよかったのか」「どのような考え方を基にして、問題を解決したのか」という視点で、問題解決した過程の表現を振り返る場を設けて話し合い、問題解決に有効に働いていた数学的な考え方を明らかにしていった。数学的な考え方を整理する時には、児童が発表した「かける数を10倍したから積も10倍になっているので、積を1/10にする（10でわる）」という意見を基にして、「かけ算のきまりを基にする」という考え方に整理した。また、0.1mの代金を基準として考え、その26倍としてみる考え方や0.1mの代金を基準として考え、その6倍で

ある0.6mの代金と2mの代金の合計で求める考え方は、共に0.1mの代金を基準として考えていたので、「小さい単位を基にする」という考え方に整理した。その後、これらの考え方を基に、テープ図と数直線を合わせた図を利用して、教師が補充説明を行い、児童が計算の仕方を実感をもって、理解できるようにする時間を設けた（資料9）。

資料9 90×2.6 の補充説明に使った図



B子は、 90×2.6 の計算の仕方の見通しを考える場面では、小数を整数に直して考えればよいことに気付き、2.6mを10倍してから10でわる方法を使って解けるだろうと考えていた。そして、この見通しに沿って、2.6mを10倍して整数に直す方法で、問題を解きはじめた。B子はこの解決の過程を（ $90 \times 26 = 2340$ と $2340 \div 10 = 234$ ）という式で表し、問題を解くことができた（資料10）。

資料10 第2時のB子の学習プリント

問題 1mのねだんが90円のリボンが2.6m 買いました。代金はいくらですか。
式 (90×2.6)

★1 どんな考えや方法で、とけるか予想しましょう。
① 2.6mを10倍して、整数になおす。
② 2.6mを0.1か2.6に0.1の代金を出さす。

★2 自分で考えた方法で、答えをだそう。1つの方法でできたら、他の方法で、といってみよう。
(どんな考え方を考えたか、書ける人は書いてみよう)

自分の考え
 $2.6m \xrightarrow{\times 10} 26$
 $26 \xrightarrow{\div 10} 2.6$
 $90 \times 26 = 2340$
 $2340 \div 10 = 234$

自分の考え
 2.6mを0.1か2.6と考える。
 0.1mの代金を出す。
 (テープ図)

また、B子に0.1mの代金を基にする考え方で解くように促すと、自らテープ図を学習プリントにかいて、答えを求めることができた。また、自分の解き方の説明を記述する欄には、自分の問題解決の過程の表現を振り返り、2.6を10倍して、積を10でわる考え方を、学習プリントに記述できていた。そして、この問題の解決に有効に働いて

いる数学的な考え方を教師が問うと、「かけ算のきまりを使った」と答えることができた。このことから、B子は問題解決した過程の表現を振り返る活動によって、数学的な考え方に気付くことができたと考える。

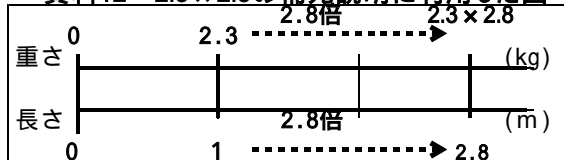
第3時において、「1mの重さが2.3kgのパイプがありました。そのパイプの2.8mの重さは、何kgですか」という学習問題を提示した。児童は自分の思考に応じた表現を利用して、式を立てる活動に取り組んだ。児童は、テープ図と数直線を合わせた図で表現したり、言葉の式の表現を利用したりして思考活動を行い、かけ算の 2.3×2.8 という式を全員が立てることができた。その後、式を立てた根拠を話し合った(資料11)。

資料11 式を立てる時に用いた表現

・図の数量関係から、式を立てた児童	8名
・言葉の式から考えた児童	6名
・上の両方から考えた児童	3名
・根拠は説明できないが、式を立てられた児童	12名

しかし、この式を立てた根拠が明確に説明できない児童が多く見られたので、数直線(資料12)を利用して、まず、数直線の見方やかき方を説明し、児童が数直線の数量関係を基に、式を立てることができるようにする補充説明を行った。

資料12 2.3×2.8 の補充説明に利用した図



次に、「 2.3×2.8 の計算は、どうやって計算すればよいかを考えよう」と発問すると、児童から「前時と同じように、小数を整数に直して計算すればよい」という意見が出た。すると、その考えを基に、小数をそれぞれ10倍にして計算し、その積を100でわるという見通しをもつことができた。児童は、その見通しに沿って、問題解決に取り組み、その後、筆算で計算する活動にも取り組んだ。その結果、筆算の答えが6.44(正答)になった児童は29人中22人(76%)であった。また、64.4となった児童は29人中5人(17%)であった。 23×28 の積は求められたが、その積をどのように処理すればよいのか、小数点を打つ位置で悩んでいた児童は29人中2人(7%)であった。

その後、問題解決した過程の表現を振り返る場

を設けて、問題解決に有効に働いている数学的な考え方を話し合うと、「1/10の位がある小数どうしのかけ算も、小数を整数に直して計算する」や「積が10倍、10倍で100倍となっている。だから、その積を100でわる(1/100にする)」や「この計算にも、かけ算のきまりを使って計算している」という数学的な考え方に気付いた意見が出された。そして、筆算の小数点の打ち方のきまりと関連させて、「かけ算のきまりを基にした考え方」が、問題解決に有効に働いていることを、式と筆算で確かめた(資料13)。

資料13 数学的な考え方の確認の場面

$2.3 \times 2.8 = 6.44$	2.3	(10倍)
10倍	10倍	$\div 100$
$23 \times 28 = 644$	184	(10倍)
(10倍 \times 10倍 = 100倍)	46	$\div 100$
かけ算のきまりを基にした考え方	6.44	(100倍)

A男は、学習問題が提示されると、問題場面をテープ図と数直線を合わせた図に表現し、図の数値関係を根拠として、 2.3×2.8 を立てることができた。その後、計算の仕方の見通しについて考えた時には、「小数を整数に直す」と考えていた。この見通しに沿って、A男は、筆算で6.44という答えを求めることができた(資料14)。

資料14 第3時のA男の学習プリント

筆算の仕方を話し合う場面において、A男に筆算の仕方を発表させると「 23×28 の答えは100倍になっているので、小数点は積の6と4の間に打つ」ということであった。このことから、A男は小数を整数に直すために、それぞれ数字を10倍にしたから積が100倍になっているので、正しい積を求めるために、1/100にすることが理解できていることが分かった。また、問題解決した過程の表現を振り返る場面では、「問題解決をするために、どのように考えたことがよかったのか」と問

うと、「かけ算のきまりを使って、小数をそれぞれ数字を10倍にして、積が100倍になっているから、本当の積を求めるために1/100にした」と答えることができた。そして、A男は1/10の位がある小数どうしの筆算にも、前時に整理した「かけ算のきまりを基にする」という数学的な考え方が有効に働いていることに気付くことができた。

以上のことから、児童の思考に応じた表現活動をしなが問題を解決し、問題解決した過程の表現を振り返る場を設定することにより、児童は問題解決に有効に働いている数学的な考え方に気付くことができると考える。

3 数学的な考え方を活用する場面の児童の様子

第6時において、「縦2.3cm、横3.6cmの長方形の面積を求めよう」という問題を出した。すると、児童は既習の長方形の面積を求める公式が使えるだろうと考えて、式を 2.3×3.6 とかき、筆算で処理して8.28という答えを出していた。そこで、「辺の長さが小数の時でも、面積の公式が使えるか確かめよう」という学習問題を設定した。

児童からは、問題解決の見通しとして、「辺の長さをそれぞれ10倍にして確かめる」と「辺の長さをmm(小さい単位)に直して確かめる」という意見が出た。この話し合いにおいて、辺の長さの数字をそれぞれ10倍にすると、面積は100倍になることを図をかくて確認した。また、辺の長さを小さな単位であるmmに直して計算を行い、この長方形には 1mm^2 の正方形が幾つあるか調べ、その答えを cm^2 に直せばよいことも確認した(資料15)。

資料15 児童の問題解決の様子

・ 辺の長さをそれぞれ10倍にして面積を求めた	16名
・ 1mm^2 の正方形の数を求めて cm^2 に直した	9名
・ どうやるか理解できずに、個別指導を受けた児童 (式のみ記入や筆算で解答していた)	4名

問題を解決した後、どのような考え方をを使って問題を解決したのかを、振り返る場を設けて話し合うと、児童からは、「辺の長さの数字をそれぞれ10倍にして面積を求め、それを1/100に直す方法は、かけ算のきまりを基にする考えを使った」という意見が出された。また、「辺の長さをmmに直してから面積を求めた方法は、小さな単位を基にする考えを使った」という意見が出された。そして、この二つの考え方は既習の小数のかけ算 90×2.6 の計算の仕方と整理した数学的な考え方と同じであることに、気付くことができた。これら

から、児童は新たな問題の解決にも、「かけ算のきまりを基にする考え」や「小さな単位を基にする考え」という数学的な考え方が活用でき、そのよさを実感することができた。

B子は、本時の学習問題が提示されると、長方形の面積の公式を使って、 2.3×3.6 という式を立て、筆算を行った。その後、どんな考え方をすれば、面積の公式が使えるか確かめられるかという見通しをもつ場面では、「かけ算のきまりを使う」と記述できた。そして、「かけ算のきまり」を用いて、それぞれの辺の長さを10倍にして、 $23 \times 36 = 828$ となった積を、1/100にして 8.28cm^2 となると考えた。そして、最初の筆算の答えと比べて、同じ答えとなり、自分の考えが正しいことが分かり、とても喜んだ。その後の練習問題に、B子は積極的に取り組むことができた(資料16)。

資料16 第6時のB子の学習プリント

問題 たて2.3cm よこ3.6cmの長方形の面積をもとめましょう。	
★1 どんな式になるでしょうか?	$2.3 \times 3.6 = 8.28$
<今日のめあて>	
長方形の辺の長さが、小数のときも、面積の公式がつかえるか、たしかめましょう。	
★2 どんな考え方(方法)をすれば、たしかめられるか、予想しましょう。	かけ算のきまりを使う。
★3 予想にそって、たしかめてみましょう。	
1mm ² の正方形は、いくつあるかな?	$23 \times 36 = 828(\text{cm}^2)$ $23 \times 36 = 828$
	2.3×3.6の筆算をした答えと比較しよう。 同じになる

第8時においては、「1mの重さが2.17kgある鉄のパイプがありました。この鉄パイプ1.8mの重さは何kgですか」という学習問題を設定した。

児童は、問題文を読んで、自分の思考に応じた表現を利用して式を立て始めた。問題場面を図(テープ図、数直線)に表し、図の数量の関係を利用して考えたり、言葉の式を利用したりして、かけ算の 2.17×1.8 という式を全員が立てることができた。この式の計算の仕方の見通しの話し合いにおいては、1/10の位がある小数のかけ算と同じように、小数を整数に直して計算すればよいという意見が出された。この見通しを全体で確認した後、各自が問題解決に取り組んだ。児童は、既習の筆算の仕方から類推的に考えて、被乗数と乗数をそれぞれ100倍、10倍して、積が1000倍となったので、その積を1/1000にして、答えを出すことができた。この問題では29人中23人(77%)が自力で正しく解くことができた。

その後、解決した過程を振り返る場を設けて、どのような考え方が問題解決につながったのかという視点で、話し合った。児童からは「小数を整数に直したこと」「小数をそれぞれ100倍、10倍して積が1000倍になっているので、積を1/1000にしたこと」などの意見があった。そして、児童はこの単元で整理した「かけ算のきまりを基にする考え」を活用して、1/100の位まである小数のかけ算も問題を解決することができたことをつかんだ。その後、児童はこの数学的な考え方を活用して、新たな問題（発展的な問題）を解くことができた。授業後の児童の感想からは、問題解決した成就感や満足感、数学的な考え方のよさを実感できたことがうかがえる記述が見られた（資料17）。

資料17 第8時の授業後の児童の主な感想

- ・計算に1000倍や10000倍が出てきてびっくりしたが、かけ算のきまりを使って、問題が解けてよかった。
- ・もっと小数点以下の位が多い計算を解いてみたい。
- ・最初は難しかったけど、考え方が分かってから、簡単にできた。もっといろいろな問題を解いてみたい。

B子は学習問題が提示されると、言葉の式を基にして、 2.17×1.8 という式を立て、筆算を使って、この問題を正しく解くことができた。B子にどのように筆算の計算をしたのかを教師が問うと、「小数を整数に直して計算した」と答えた。さらに、どんな考え方をを使って計算したのかを問うと、「かけ算のきまりを使って、小数をそれぞれ100倍、10倍にしたから、積は1000倍になっているので、筆算の積を1/1000にした」と答えることができた。そこで、自分の解き方を分かりやすくまとめるように話すと、進んで学習プリントに補足の説明を書き込み、筆算の仕方を工夫してまとめることができた（資料18）。

資料18 第8時のB子の学習プリント

・計算の名人への道！ 次の問題が筆算でとけるかな？

問題① 1mの重さが2.17kgある鉄パイプが、1.8mありました。この1.8mの鉄パイプの重さは、何kgになるでしょう。

式 2.17×1.8 ← 1mの重さ×長さから

$$\begin{array}{r} 2.17 \\ \times 1.8 \\ \hline 1736 \\ 1736 \\ \hline 3906 \end{array}$$

100倍して整数になる。
 10倍して整数になる。
 整数で計算する。
 答えの(1000倍)

どんな考えをつかって問題をといていますか → (かけ算のきまり)

※レベルアップ問題 この筆算ができれば、計算の名人だ！

① 2.5×0.48 ② 3.47×0.28

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ \times 0.48 \\ \hline 200 \\ 200 \\ \hline 100 \end{array}$$
 → 右もも3えい(10)

$$\begin{array}{r} 3.47 \\ \times 0.28 \\ \hline 2776 \\ 694 \\ \hline 9716 \end{array}$$
 100倍
100倍
10000倍
10000

その後、B子は発展的な練習問題においても数学的な考え方を活用して、「1/100の位がある小数のかけ算では、整数に直した積が10000倍になるので、積を1/10000にすればよい」と考えて、進んで問題に取り組むことができた（資料18）。

以上のことから、気付いた数学的な考え方を生かして解く学習問題を設定し、児童の思考に応じた表現活動を取り入れることにより、児童は気付いた数学的な考え方を、新たな問題解決に活用できるようになると考える。

研究のまとめ

具体物などを用いて、問題を提示する工夫をしたことで、児童は問題場面を具体的にとらえることができた。児童の思考に応じた図などで問題場面を表現したことが、児童の活発な思考活動につながり、問題解決の見通しをもつことができた。問題解決した過程の表現を振り返る場を設定したことで、児童は数学的な考え方に気付くことができた。気付いた数学的な考え方を、児童の言葉で整理したことがその考え方の活用につながった。説明が不得意だった児童が自分の思考に応じた表現活動により、筋道を立てて考え、説明できるようになってきた。

この研究を行った標準コースの単元末評価テストの結果を他の2コース（基礎・発展）と比較してみたら「数学的な考え方」の観点の平均点は3コースの中で一番上であった。このことから、児童の思考に応じた表現活動を取り入れ、児童が数学的な考え方に気付き、活用できるようにすることは、数学的な考え方の観点の学力を伸ばすことに有効であると考えられる。

今後は、他の単元における数学的な考え方を分析し、数学的な考え方を育成する指導を具体化していきたい。そして、数学的な考え方に視点を当てた実践に取り組み、児童が進んで数学的な考え方を活用できるようにしていきたい。

Web検索キーワード

【算数 数学的な考え方 表現活動 小数】

<参考文献>

- ・片桐 重男 著 『数学的な考え方の具体化と指導 第1巻』 明治図書（2004）
（担当指導主事 角田 忠雄）

