

## 《中学校・数学》

### I 学力診断テストの概要

#### 1 「群馬県教育課程実施状況調査」等に見られる本県児童生徒の課題

##### (1) 「数と式」の領域について

本県生徒は、目的に応じて式を変形することや文字を用いて説明することが十分身に付いていないという課題がある。

##### (2) 「図形」の領域について

本県生徒は、基本的な図形の性質を組み合わせて問題を解決することや証明の過程を表現することが十分身に付いていないという課題がある。

##### (3) 「数量関係」の領域について

本県生徒は、表から一次関数の式を求めることや二元一次方程式をグラフに表現することが十分身に付いていないという課題がある。

#### 2 出題領域と各設問の設定意図

領域	各 設 問 の 設 定 意 図	
数 と 式	<p>1 具体的な事象を単純化して数量の関係をよみとり、帰納的、類推的に一般化して、文字を用いた式に表現する思考の様子を把握する。</p>	<p>(1) 図の表現における具体的で簡単な数量の関係をよみとり、式に表現する思考力を探る。</p> <p>(2) 具体的で簡単な数量の関係から帰納して自分の思考過程を、図を用いて表現することや文字を使って数量の関係を一般化することの思考力を探る。</p>
関 数	<p>2 具体的な事象の関係を表した表を基に、自ら変化や対応を調べることを通して考察し、関数関係を式に表現する思考の様子を把握する。</p>	<p>(1) 表から具体的な事象の状況をよみとることや、その特徴を活用し未知なることを予想することの思考力を探る。</p> <p>(2) 表からよみとった特徴を基に、具体的な事象の関係を式に表現する思考力を探る。</p>
	<p>3 具体的な事象の変化とグラフの表現とを関連付ける思考の様子を把握する。</p>	<p>(1) 具体的な事象の変化の様子とグラフの表現とをよみとり、関連付ける思考力を探る。</p> <p>(2) 具体的な事象の視点を変えたときとグラフとを関連付ける思考力を探る。</p>
	<p>4 二つの事象を基に相互の関係をとらえながら、変化に着目してグラフに表現する思考の様子を把握する。</p>	<p>二つの事象の関係をとらえながら、変化に着目して、グラフの概形を表現する思考力を探る。</p>
図 形	<p>5 図形の性質の考察における数学的な推論の方法を理解し、見通しをもって証明する思考、部分的・局所的な演繹的思考の様子を把握する。</p>	<p>(1) 論理的に見通す思考力を探る。</p> <p>(2) 見通しに基づき、推論の過程をよみとり、部分的・局所的な演繹的思考力を探る。</p>
	<p>6 平面図形の観察を通して、平面図形の理解を深めることや、図形の性質の考察における数学的な推論の過程を的確に表現することの思考の様子を把握する。</p>	<p>(1) 既習の図形の定理を活用することや、平面図形の性質を予想することの思考力を探る。</p> <p>(2) 自ら課題を設定し、演繹的に証明する思考力を探る。</p> <p>(3) 図形の性質を発展させたり一般化したりする思考力を探る。</p>

## II 各設問における分析結果と授業改善のポイント

### 課題1 図で示された数量の関係を、文字を用いて式に表現できる力を育成する。

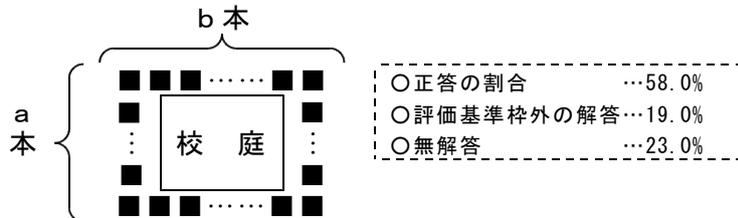
#### 1 具体的な問題と反応率

- 1 長方形の形をした校庭の周りにフェンスを設置するため、下図のように支柱を立てることにしました。縦が  $a$  本、横が  $b$  本の場合のすべての支柱の本数を求める式を考えようと思います。次の各問いに答えなさい。
- (1) 最初に支柱の数を具体的な数に置き換えて考えてみます。  
縦 4 本、横 7 本とした場合、必要な支柱の本数を求める式はどのようになりますか。式をかきなさい。



- (2) 縦  $a$  本、横  $b$  本の場合に必要な支柱の本数を  $a$ 、 $b$  を用いた式で表します。

- ① 解答らんの図を使って、図の中の支柱を  $\blacksquare \cdots \blacksquare$  のように囲うなどして、式で表すときの考え方を示しなさい。



- ② ①の考え方にもとづいて、支柱の本数を求める式をかきなさい。

○ 正答の割合	…39.2%
○ 誤答の割合	…43.1%
○ 無解答の割合	…17.7%

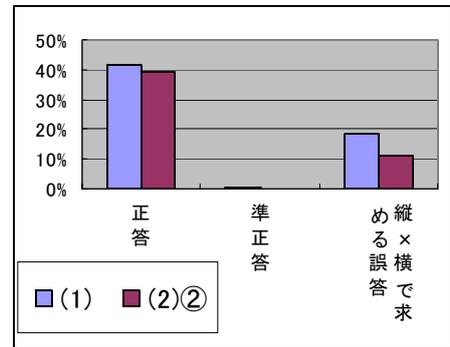


図1 テスト1(1)と(2)②の反応率

(2)①図		(2)②式	
類型1	33.0%	類型1	40.2%
		類型2	19.5%
		類型3	0.2%
類型2	24.3%	類型1	1.4%
		類型2	62.6%
		類型3	0.2%

図2 テスト1(2)①の中の②の部分構成率  
(テスト1(2)①で答えた各類型の総数を100%としたときの(2)②の類型の割合)

#### 2 課題分析結果

- 1(1)簡単な数の場合、(2)②文字を使用した場合の数量の関係を式に表現する問題において、(1)で正答した生徒の内、93.7%は(2)②で正答している。このことから、簡単な数で数量の関係を式に表現して、文字の数量の关系到適用することが有効であると考えられる。また図1を見ると、 $4 \times 7$  (反応率 18.3%) や  $a \times b$  (反応率 11.3%) のように、縦×横で求める誤答が多い。このつまずきの原因は、面積を求めることと混同し、図と式の関連付けができないからであると考えられる。

- 図2から1(2)①で「類型2」に反応した生徒は(2)②でも支柱の本数を求める式を同じ思考で表現している。しかし「類型1」に反応した生徒は(2)②で「類型2」に見られる思考の仕方に考え直している割合が高い。これは図で囲んだ支柱の縦の本数 ( $a - 1$ ) 本や横の本数 ( $b - 1$ ) 本を式で表現することに慣れていないからと考えられる。

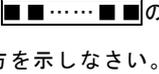
#### 3 授業改善のポイント

- 図で示された数量の関係を文字を用いた式に表現できない生徒には、簡単な数に置き換えて考える場面を設定して、その式が表す意味を理解し文字に置き換えて適用できるようにする。
- 図で示された数量の関係を文字を用いた式に表現するだけでなく、文字を用いた式で示された数量の関係をよみとり、図に表現できるようにする。

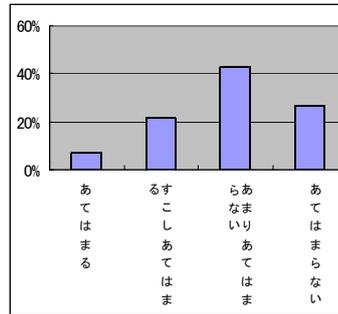
**課題2 多様な考え方のよさに気づき、問題解決に活用できる力を育成する。**

1 具体的な問題と反応率

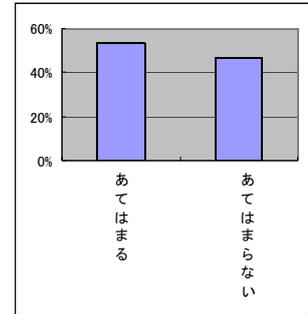
①(2)③

①の考え方と別な考え方で、必要な支柱の本数を  $a$ 、 $b$  を用いた式で表してみようと思います。解答らんの図を使って、図の中の支柱を  のように囲うなどして、①と別な考え方を示しなさい。

- 正答の割合 …22.0%
- 準正答の割合 …27.6%  
(①と同じ考え方で考えている)
- 誤答の割合 …15.3%
- 無解答の割合 …35.1%



質問紙調査(1)3  
「一つの考えだけでなく、他の考え方も考えるようにしている」



学校調査Ⅱ2(1)5  
「多様な考えを出し合って、練り上げる授業をしていた」

2 課題分析結果

○ ①(2)③において、①と同じ考え方をしている生徒が 27.6%である。生徒質問紙調査(1)3において「一つの考え方だけでなく、他の考え方も考えるようにしている。」と答えた生徒は、「あてはまる」「少しあてはまる」を合わせて 29.1%である。学校調査Ⅱ2(1)5においても「生徒同士が多様な考えを練り上げる授業をしていた。」と答えた教師は 52.8%である。これらのことから生徒が多様な考え方をする機会が少ないと考えられる。

3 授業改善のポイント

○ 問題解決的な学習を設定し、解決の過程を振り返って、意見交流を行うことにより、それぞれの考え方のよさに気づく授業を展開し、問題解決に活用できるようにする。

授業改善の具体例 ～課題1・2から～

**【問題】** (学力テスト①(2)②の問題より) **問題解決** → **比較検討**

式は  $4 \times 7$  だから 28 本です。あれっ、28 本はどこの本数？

(式ができた生徒には) 式  $4$  本、横  $7$  本のときの式と答えは？ 答えと図はあっているかな？

「図をどのように分けて考えたか」「式は図のどの部分を表しているのか」に着目して、その考え方のよさを見付けよう。

式は  $2(a-1) + 2(b-1)$  で、この  $(a-1)$  は、…。

式は  $2a + 2b - 4$  という式で、この  $4$  は…

どの式も計算すると、同じ式になるみたいだよ。

重ならないように囲って考えると、縦と横の本数は…

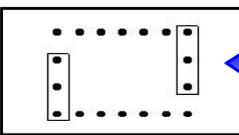
文字式にすると、支柱の本数が変わっても…

縦の本数がわからない生徒には) 縦  $4$  本のときの式と答えは？  $5$  本なら？

式の  $2a$  の部分は、図で…

縦が  $4$  本のときは、この図だと  $3$  本だよ。式は  $4-1$  かなあ。

(式ができた生徒には) 式のこの部分は図でどの部分かな？



**課題3 表に二つの数量の関係を表現して、具体的な事象を考察する力を育成する。**

1 具体的な問題と反応率

② 深さ40cmの直方体の形をした水そうがあります。この水そうに一定の割合で水を入れていきます。その様子を観察し、水を入れ始めてからの時間と水の深さの関係を次の表のようにまとめました。次の各問いに答えなさい。

時間 (分)	0	1	2	3	4	...
水の深さ (cm)	7	10	13	16	19	...



(1) けん太さんは、この表から、次のことに気がつきました。

「けん太さんが気がついたこと」

- ・「水を入れ始める前に、水そうの中には水があったんだな。」
- ・「時間と水の深さの関係には、あるきまりがあるぞ。」
- ・「この水そうがいっぱいになるのは、水を入れ始めてから何分後か予想できるぞ。」

- ① 水を入れ始める前に水そうの中には水があったということが、表のどこからわかりますか。解答らん表のその部分を○で囲みなさい。
  - ② 表から、時間と水の深さの関係にはどのようなきまりがあるとわかりますか。そのきまりを答えなさい。
  - ③ 水を入れ始めてから、何分後にこの水そうはいっぱいになると予想できますか。予想をかき、理由を式やことばなどを使ってかきなさい。
- (2) けん太さんは、「時間を $x$ 分、水の深さを $y$ cmとすると、 $y$ を $x$ の式で表せる。式に表すことにより、時間がわかれば水の深さもわかる。と言いました。あなたなら、どのような式をつくりませんか。 $y$ を $x$ の式で表しなさい。また、そのように式をつくらせた理由を式やことばなどを使ってかきなさい。

	(1)①	②	③予想	理由	(2)式	理由
○正答の割合	96.1%	69.6%	77.0%	62.2%	46.3%	40.9%
○準正答の割合	—	11.1%	—	—	—	—
○誤答の割合	3.0%	14.2%	19.0%	24.4%	35.0%	25.3%
○無解答の割合	0.9%	5.1%	3.9%	13.4%	18.7%	33.8%

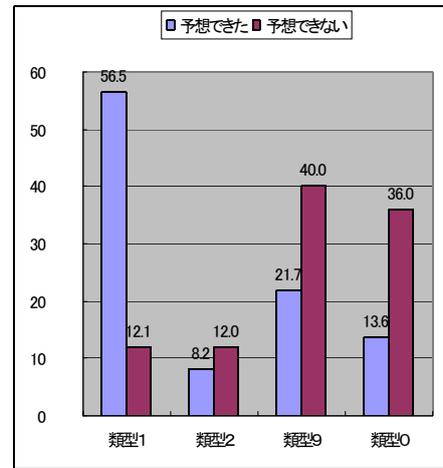


図1 ②(1)③予想と(2)式の正答率の関係

②(1)③予想において「予想ができた生徒」と「予想ができなかった生徒」それぞれにおける、(2)式の各類型における割合

類型1 (正答)	$y = 3x + 7$
類型2	$y = 3x$
類型9	その他の解答
類型0	無解答

図2 ②(2)の解答類型

2 課題分析結果

- ②(1)③予想、③理由の正答率は、それぞれ 77.0%、62.2%である。しかし(1)③予想と理由がともに正答であった生徒は 58.1%であった。このことから表の変化と対応を基に、具体的な事象を予想し、そのことを説明する力が十分身に付いていないと考えられる。
- 図1は(1)③予想において「予想ができた生徒」と「予想ができなかった生徒」とのそれぞれにおける、(2)式の各類型に反応した割合を示したものである。「予想できた生徒」の 56.5%が(2)式を正答できたのに対し、「予想ができなかった生徒」は 12.1%であった。このことから表から変化と対応をよみとり具体的な事象を予想できることが、式に表現することにつながると考えられる。
- ②(1)①で「最初から水が 7 cm の深さにある。」ということに着目できているにもかかわらず、(2)③式において、 $y = 3x$ と立式している生徒が 8.8%いる。これは、一分間の変化量だけに着目して、「最初から水が 7 cm の深さにある。」という基準、すなわち、切片を式に加えることができないことを意味している。この理由としては、具体的な事象と式とを関連付けて理解できていないことが考えられる。
- 質問紙調査で「表は便利である」と答えた生徒が 83.0%に対して「問題解決に表を作成している」は 38.1%と少ない。事象を表に表現して解決する機会が少ないと言える。

### 3 授業改善のポイント

- 具体的な場面における二つの数量の関係を予想する活動を取り入れ、表と具体的な事象を関連付けて変化と対応を考えることにより、式に表現できるようにする。
- 変化の割合の意味の理解を深めるために、具体的な事象に戻して変化の仕方を考える場面を設定する。
- 具体的な事象の問題を表に表現して解決し、それぞれの考えを比較検討することにより、表のよさに気づき、新たな問題解決に活用できるようにする。

#### 授業改善の具体例 ～課題3から(表から式にする)～

【問題】(学力テスト2より)

時間 (分)	0	1	2	3	...
水の深さ (cm)	7	10	13	16	...

最初に水の深さが7cmで1分間に3cmずつ増えるから5分後は、 $7 + 3 + 3 + \dots = 7 + 3 \times 5 = 22$

(表から式をつくれな生徒には) 時間が5分のとき水の深さは？  
10分のときはどうなるのかな？

( $y = 3x$ と立式した生徒には) 表では、時間が0分のとき水の深さは何cmになるかな？ 式を利用して求めるとどうかな？

時間が0分のとき、表で見ると水の深さは7cm。式に代入すると0cm。あれ、違うぞ！どこで間違えたのだろう？

### 課題4 グラフに二つの数量の関係を表現して、具体的な事象を考察する力を育成する。

#### 1 具体的な問題と反応率

- ③ 英夫さんは、家を出発するのが遅くなり、学校に遅刻するかもしれないと思いました。そこで、家を出発すると走り、途中から歩いて学校に行きました。そして学校に遅刻しませんでした。英夫さんは、一定の速さで走り、一定の速さで歩いたとして、次の各問いに答えなさい。
- (1)  $x$ 軸を英夫さんが出発してから時間、 $y$ 軸を家からの距離とするときに、英夫さんの登校の様子を表しているグラフはどれですか。下のア～カのグラフから選び、記号で答えなさい。また、そのグラフを選んだ理由をかきなさい。

記号		理由	
ア… 3.5%	イ… 8.1%	○ 正答の割合 … 38.5%	
ウ… 6.2%	エ… 12.3%	○ 準正答の割合 … 6.2%	
オ… 6.6%	カ… 58.1% (正答)	○ 誤答の割合 … 35.2%	
その他の解答の割合 … 0.5%		○ 無解答の割合 … 20.1%	
無解答の割合 … 4.8%			

- (2)  $x$ 軸を英夫さんが家を出発してから時間、 $y$ 軸を学校までの距離とした場合は、英夫さんの登校の様子を表しているグラフはどれになりますか。下のア～カのグラフから選び、記号で答えなさい。
- |          |                  |               |               |         |
|----------|------------------|---------------|---------------|---------|
| ア… 6.5%  | イ… 8.9%          | ウ… 16.7%      | エ… 33.6% (正答) | オ… 9.8% |
| カ… 16.0% | その他の解答の割合 … 0.6% | 無解答の割合 … 7.9% |               |         |

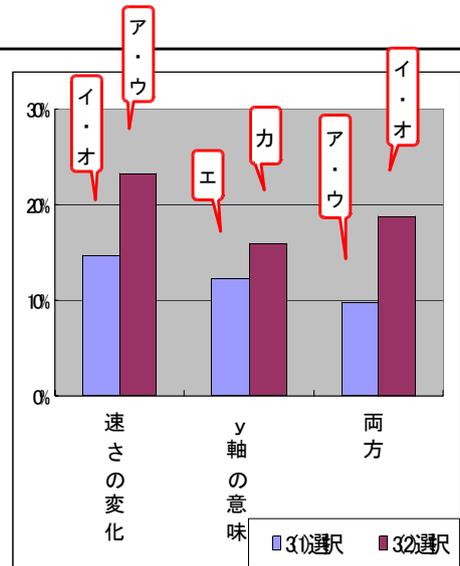
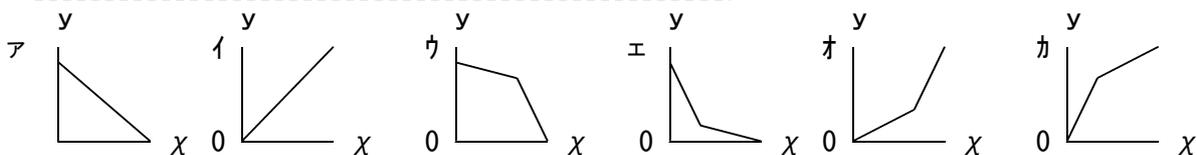


図1 テスト③(1)(2)のつまずきの原因の割合



4 ウサギさんとカメさんは、次の会話文のような競争をしました。そのようすをグラフに表してみようと思います。(問題の一部抜粋)

「ウサギさんとカメさんの競争のようす」

ウサギさん：「あの丘の木まで競争しよう。」

カメさん：「いいよ。」

ウサギさん：「用意。ドン」

(ウサギさんとカメさんは同時に出発しました。)

ウサギさん：「丘の木まで、もう少しだ。カメさんはどうかな。まだまだ、半分の道のりも来ていないじゃないか。疲れたから、ここでちょっと一休みしよう。」

(ウサギさんは、半分以上の道のりを来て、ゴールの丘の木まであとわずかになったので、安心してねむってしまいました。)

(時間がたちました。)

カメさん：「ウサギさんは、ねている。私は休まずにがんばろう。」

(カメさんは、休まずに、ウサギさんを抜いていきました。)

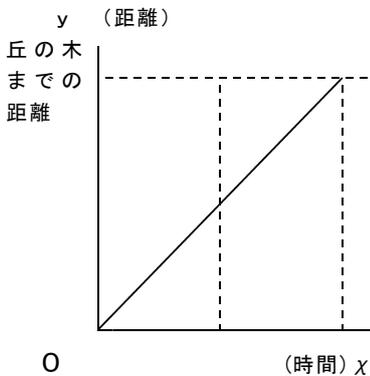
ウサギさん：「ああ、よくねた。カメさんはどうかな。あれ、丘の木にもうすぐたどり着くぞ。」

(ウサギさんは、あわてて、走り出しました。)

カメさん：「ウサギさん、やっとゴールの木にたどり着いたね。」

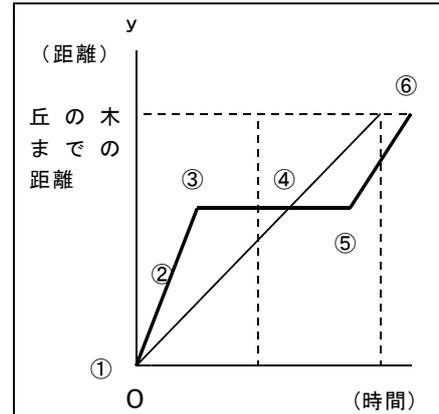
ウサギさん：「負けたよ。カメさん、きみの勝ちだよ。」

下の図は、 $x$  軸を出発してからの時間、 $y$  軸を出発地点からの距離として、カメさんの競争でのようすをグラフに表したものです。この図に、ウサギさんの競争でのようすを表すグラフを、おおよその形で書き込みなさい。ウサギさんのグラフをかくとき、会話文の下線の部分に気をつけてください。また、与えられた条件以外は、自由にあなたが決めてください。ウサギさんの休む前と後の走る速さは、同じでも違って構いません。ただし、一定の速さで走ったとします。



類型 (条件を満たした数)	反応率
1 (6か所…正答)	20.7%
2 (5か所)	20.6%
3 (4か所)	9.4%
4 (3か所)	6.6%
5 (2か所)	11.6%
6 (1か所)	4.9%
9 (それ以外)	6.2%
0 (無解答)	20.0%

図2 テスト4の反応率



上記のように、以下の①～⑥を全て満たしている。

- ① 原点Oを通っている。
- ② はじめ、カメよりグラフの傾きが大きい。
- ③ 丘の木までの距離の半分以上行ったところ、かつ、カメが半分行っていないところで $x$ 軸に平行になる。
- ④ カメのグラフと $x$ 軸と平行の部分で交わる。
- ⑤ カメが丘の木までの距離に到着する前に、右上がりの直線になる。
- ⑥ カメより遅く、丘の木までの距離に到達する。

図1 テスト4における正答例

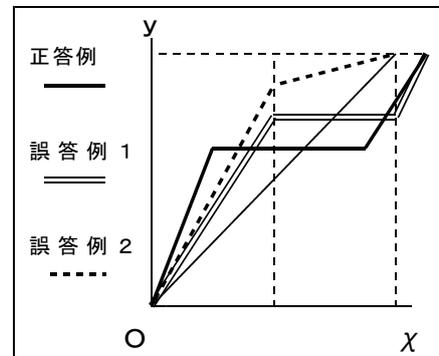


図3 テスト4の解答例

## 2 課題分析結果

- [3](1)で「速さの変化」につまずきがある生徒は、「速さが一定」(アやイ)や「速さの変化が逆」(ウやオ)のグラフを選択していた。これはグラフの傾きが表す意味をよみとれていない、つまり、 $x$ が1増えたときの $y$ の増加量に着目できていないためである。また「 $y$ 軸の意味」につまずきがある生徒は、 $y$ 軸を「家からの距離」として設定した場合のグラフの意味を、具体的な事象と関連付けて理解できていないからである。このことから、グラフから具体的な事象における変化の様子をよみとり、事象と関連付ける力が弱いと思われる。特に(1)の増加関数(正答率 58.1%)に比べて(2)の減少関数(正答率 33.6%)は、この傾向がより強くなる。
- [4]で「類型2、3」に反応した生徒のつまずきは、③「カメがまだ半分行ってない」

と⑤「カメが丘の木にもうすぐ着く」に関することを問題文からよみとれないことか、変数の変域の理解が不十分でグラフが変化するときの点の位置が間違っていることである。③や⑤でつまずいた生徒のグラフの例は図3の誤答例1で示した。また「類型4・5」に反応した生徒のつまずきは、図1の③～⑤に集中している。特に $x$ 軸と平行な部分がつくれていないことである。これは、時間が進んでも距離が変わらないことをグラフに表現できていない(図3の誤答例2)ことを意味している。傾き(変化の割合)の意味が理解できていれば、その考え方を基に思考して、グラフの $x$ 軸と平行な部分は表現できると思われる。したがって、問題からグラフの作成に必要な要素「座標軸の表す意味」「変化の割合」「変域」等に着目し、グラフの概形を表現する力が弱いと考えられる。

- 質問紙調査では「グラフは便利である」と答えた生徒が78.3%に対して、「問題解決にグラフを作成している」は38.1%と少ない。事象をグラフに表現して問題解決する機会が少ないと考えられる。グラフのよさが分かる授業の工夫が必要である。

### 3 授業改善のポイント

- 必要な要素「座標軸の表す意味」「変化の割合」「変域」等に着目するために、条件不足の問題を提示したり問題づくりを取り入れたりする。
- 必要な要素「座標軸の表す意味」「変化の割合」「変域」等の理解を深めるために、具体的な事象と関連付けて考える場面を設定する。
- 具体的な事象の問題をグラフに表現して解決し、それぞれの考えを比較検討することにより、グラフのよさに気づき、新たな問題解決に活用できるようにする。

#### 授業改善の具体例 ～課題4から(変化の割合)～

**問題設定** ①このグラフから問題を作る。

Q選手は、A選手をいつ、抜くのかな？

ペースは？

**問題解決** ②変化の割合を考える。

A選手は、どの時間帯に一番速いペースで走るかな？

(表で考える)

時間帯	0-2	2-6	6-10	10-15
時間の差(分)	2	4	4	5
距離の差(m)	700	900	1000	1000

20分間に直して比べれば分かるよ。

1分間に進む距離を計算すればよい。

**比較検討** ③それぞれの考えのよさを整理する。

20分に直して比べる考えは最小公倍数を見付けければ簡単だよ。もし小数や分数になったら…。

単位量あたりの考えは、どんなときでも答えが求まる。でも計算が面倒だなあ。

グラフはすぐ分かるよ。でも、微妙な時は、分かりにくいかも…。

**振り返り(まとめ)**

Q選手とA選手が15分間走りました。下のグラフは、2人のかかった時間と進んだ距離の関係を表しています。

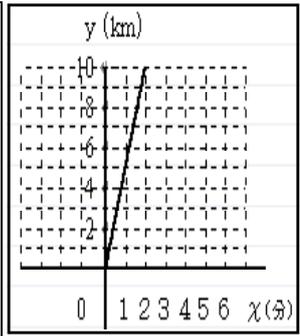
授業改善の具体例 ～課題4から(グラフの利用)～

問題提示

条件不足の問題の提示により、問題解決に必要な要素に着目できるようにする。

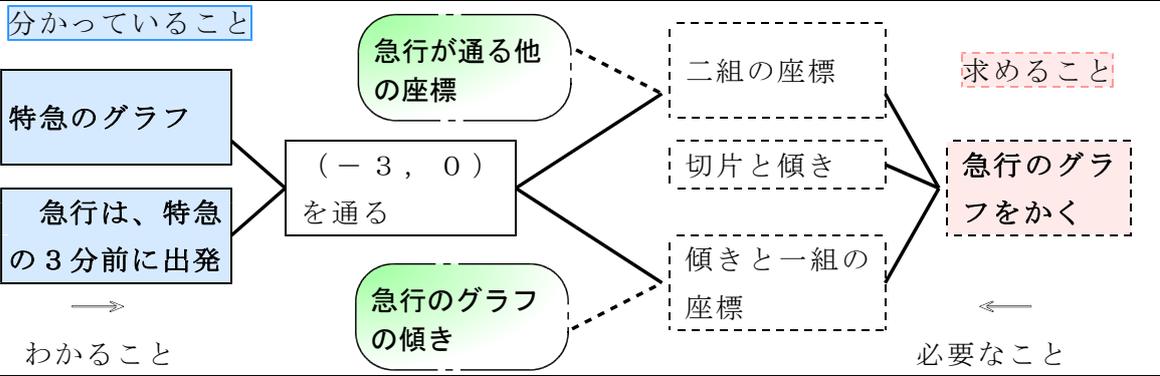
右のグラフは特急がA駅を出発してからの時間と進んだ距離の関係を表している。また特急が出発する3分前に、急行はA駅を出発した。次の問いに答えなさい。

- 急行のグラフをかきなさい。
- 急行が特急に追いつかれたのは、急行が出発してから何分後ですか。



次の設計図に、「分かっていること」「求めること」を記入した後、他の空欄を埋めて、グラフをかくために必要な条件を見つけましょう。

見通し

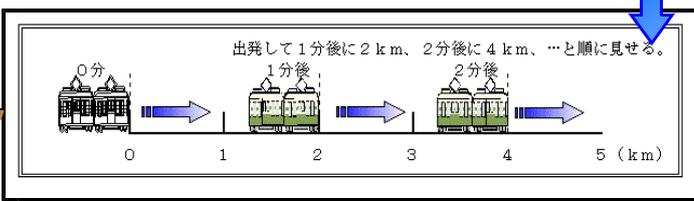


問題把握

急行のグラフをかくには、何が必要かな？

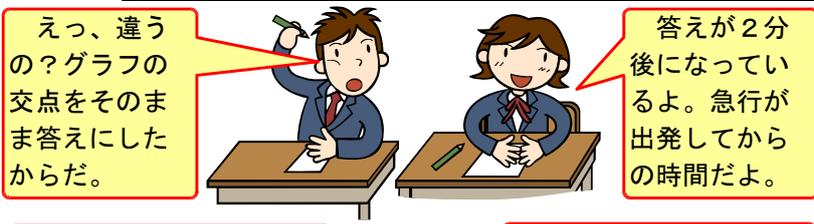


電車の速さが1分あたりに進む距離(xが1増えたときのyの増加量)である実験の提示により、変化の割合の意味を実感をもって理解できるようにする。



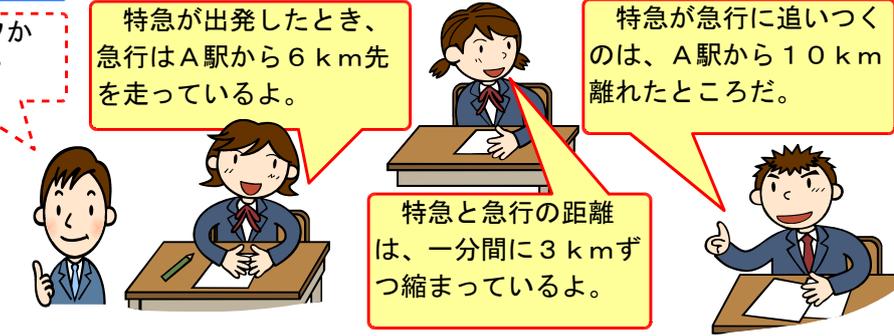
問題解決

生徒同士で確認することも必要です。問題設定を工夫すれば、答えが問題に合うか確かめるようになります。



振り返り

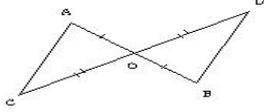
答えが一つだけでない発問をすることにより、生徒の思考が広がります。



課題5 根拠を明らかにして、証明を論理的に表現できる力を育成する。

1 具体的な問題と反応率

5 下図のように、線分ABと線分CDが点Oで交わっています。AO=BO、CO=DOであるとき、次の各問いに答えなさい。



(1) あきさんは上の図を見ながら、ACとDBが平行になっているのではないかと思います、そのことを証明することにしました。そして、次のように証明できるのではないかと見通しを立てました。

□の中にあてはまることばを入れなさい。

【あきさんの見通し】

ACとDBが平行になることを証明するためには、学習した「平行線になるための条件」を使うのだろう。それは、「同位角か錯角が等しければ、2直線は平行である。」だった。この場合は□アが等しいことを示せばよさそう。

このことを示すには、2つの三角形の□イがいればよい。

	ア	イ
○正答の割合	56.0%	61.5%
○評価基準枠外の解答	38.5%	30.4%
○無解答	5.5%	8.1%

(2) あきさんは、ACとDBが平行になることを(1)の見通しにもとづいて、下のように証明しました。

□の中にあてはまることばや記号を入れなさい。

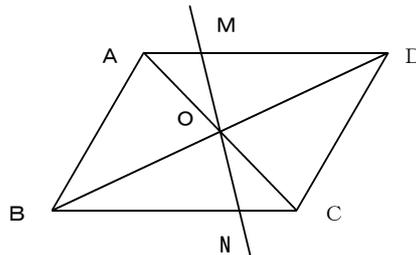
(証明) △OACと△OBDにおいて、  
 仮定より OA=OB …①  
 仮定より OC=OD …②  
 □ウから ∠AOC=∠BOD…③  
 ①②③より □エから  
 △OAC□オ△OBD  
 よって □カ=□キ  
 □クから AC//DB

	ウ	エ	オ
○正答の割合	34.4%	68.0%	83.1%
○準正答の割合	20.6%	4.5%	0.4%
○誤答の割合	29.4%	12.4%	10.8%
○無解答の割合	15.6%	15.1%	5.8%

	カキ	ク
○正答の割合	42.5%	36.7%
○誤答の割合	46.9%	38.4%
○無解答の割合	10.6%	24.8%

6 秋夫さんと冬子さんは、平行四辺形の性質を学習し、平行四辺形に興味をもちました。さらに、平行四辺形について、くわしく調べようと思い、いろいろと考えています。秋夫さんと冬子さんは、次の文章を見て下の図をかきました。

平行四辺形ABCDの対角線を引き、その交点をOとする。この交点Oを通り、辺AD、BCと交わる直線を引き、辺AD、BCとの交点をそれぞれM、Nとする。



(1) この図を見ながら、2人は次の会話をしました。

冬子さん「学習した平行四辺形の性質、対頂角の性質、平行線の性質から、いろいろな辺の組、角の組が等しいことがわかるね。」

秋夫さん「ほんとだ。等しい辺の組、角の組がたくさんある。」

冬子さん「予想として、この辺とこの辺は等しくなりそうだね。」

秋夫さん「そうだね。」

冬子さん「この図形とこの図形は合同になりそうよ。」

秋夫さん「そうだね。いろいろなことが予想できる。」

① (中略)

ウ「平行線の性質」から等しいとわかる角の組の中から2組選んで答えなさい。

(中略)

(2) 2人は会話を続けました。

秋夫さん「予想したことは、正しいかな。等しくなりそうと予想したことを証明しないとイケないね。」

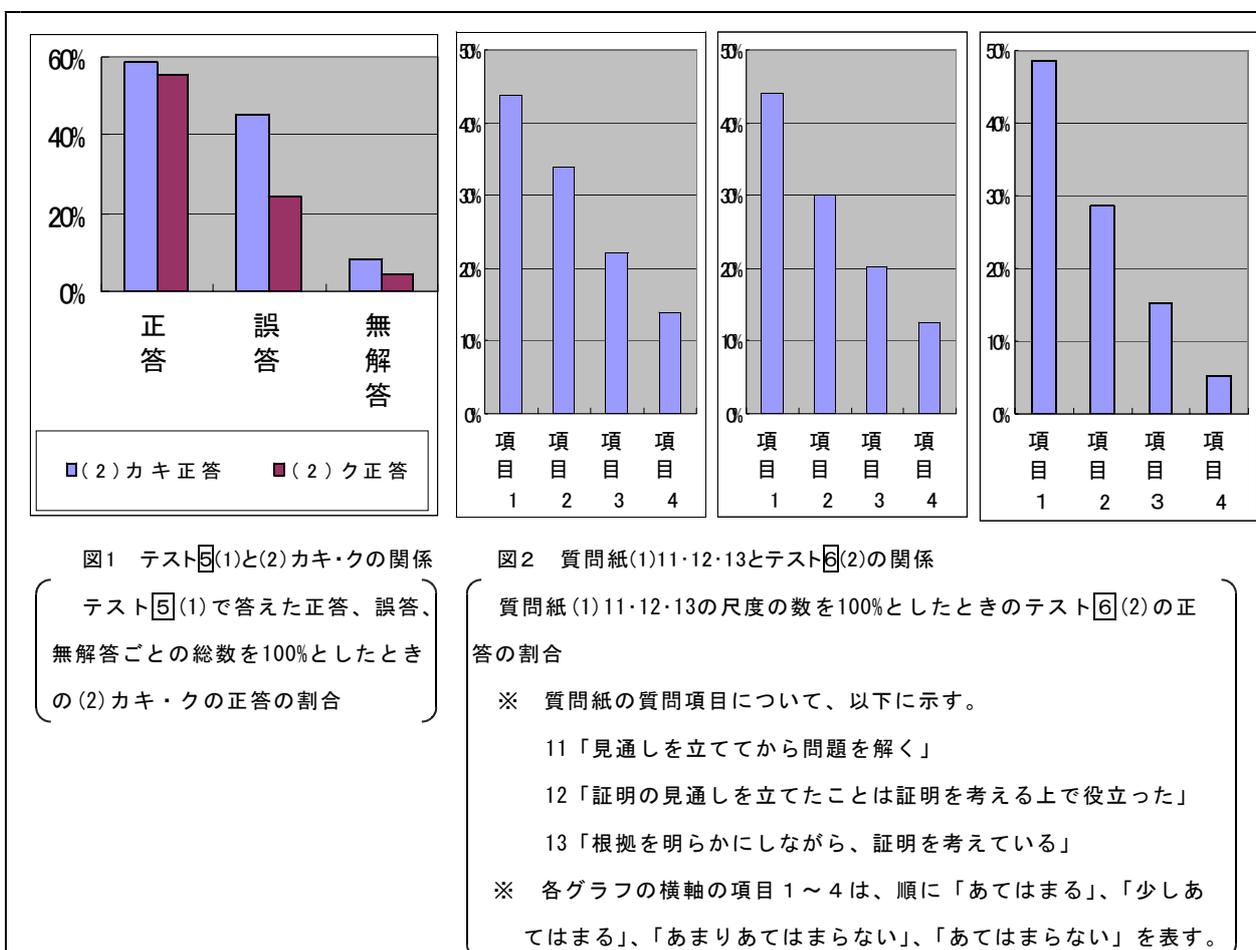
冬子さん「そうね。証明してみましょう。」

(1)の②で、「等しくなりそう」と予想したことの中から1組選び、そのことを証明しなさい。

	(1)①ウ	(2)選択	(2)証明
○正答の割合	47.5%	28.2%	27.9%
○準正答の割合	5.8%	—	1.5%
○誤答の割合	34.2%	45.1%	35.0%
○無解答の割合	12.6%	26.8%	35.6%

## 2 課題分析結果

- 「平行線の性質」に関する問題[6](1)①ウの正答+準正答の割合が 53.3%であることから、等しい角を見付けることができないことが分かる。また「対頂角の性質」に関する問題[5](2)ウ、「錯角の性質」に関する問題[5](2)クの正答+準正答の割合はそれぞれ 55.0%、36.7%である。さらに無答率の高さ（[5](2)ウ 15.6%、[6](1)①ウ 12.6%、[5](2)ク 24.8%）である。これらのことから、基本的な図形の角に関わる性質の理解が不十分であることが分かる。
- [5](1)アでは正答の「錯角」、イでは正答の「合同」と解答した生徒の割合がそれぞれ 56.0%、61.5%である。これらのことから、証明の見通しを論理的に考えることが十分に付いていないことが分かる。
- [5](1)アにおいて、平行線になるための条件を使って「錯角が等しいことを示せばよい」という見通しがもてた生徒は、他の生徒に比べて[5](2)カキとクの正答率が共に高いことがわかる。さらに、図2は質問紙調査(1)11「見通しを立ててから問題を解く」、(1)12「証明の見通しを立てたことは証明を考える上で役立った」、(1)13「根拠を明らかにしながら証明を考えている」とテスト[6](2)の関係を示している。各質問項目の意識の高さが[6](2)の証明の正答率につながっている。したがって、「見通しをもつこと」「根拠を明らかにすること」が「証明ができること」につながっていることが分かる。
- [6](2)の証明において、正答+準正答の割合は 29.4%であることから、推論の過程を適切に表現することが不十分であることが分かる。



### 3 授業改善のポイント

- 問題文を作図したり具体物を操作したりすることを通して、図形の角に関する性質を見付けることができるようにする。
- 図と言葉を関連付けて図形の角に関する性質を理解できるようにする。
- 「仮定から考える総合的な考え」と「結論から考える分析的な考え」を活用して、見通しをもち、証明に取り組むようにする。
- 「図形の性質」をまとめたカード等の利用により、基本的な図形の性質を思い出しながら根拠を明らかにして証明できるようにする。
- 図形の証明では、「具体物や図を用いて言葉で説明する」→「要点をごく簡単に記号で書く」→「推論の過程を的確に記述する」と段階的に指導する。

#### 指導改善の具体例 ～課題5から（操作的な活動から図形の性質を見付ける）～

平行四辺形 ABCD を作図して、図形の性質を見付けよう。

この辺とこの辺は長さが等しそうですね。切って比べてみようかなあ。

対角線を1本引くと、合同な三角形ができそう。

分度器で測ってみると、向かい合う角の大きさは等しそうですね。

#### 指導改善の具体例 ～課題5から（証明の見通し）～

**問題把握**

①問題文を基にして、作図する。

**見通し**

②既習の「図形の性質」を思い出しながら、証明の見通しをもつ。

※仮定から考える総合的な考えや、結論から考える分析的な考えを活用する。

**問題解決**

③自分で証明する。  
(ごく簡単に記号で書く。)

④友達に説明する。  
(言葉で説明する。)

**振り返り**

(証明の見通し)

仮定  $AO=BO$   $CO=DO$

総合的な考え ↑

分析的な考え ↓

結論

仮定から考えると、合同条件は「3組の辺」か「2組の辺とその間の角」かも。

三角形の合同条件

錯角や同位角が等しいことを言うには、どの三角形とどの三角形の合同を言えばいいのだろうか…。

同位角か、錯角が等しい

「平行線になるための条件」が使いそうね。「錯角」か「同位角」が等しいことを言えばよさそうだね…。

平行になるための条件

結論  $AC//BD$  2直線は、平行である

**課題6 証明を振り返り、図形の性質を発展させたり一般化したりする力を育成する。**

1 具体的な問題と反応率

⑥(3) 秋夫さんが、「この証明によって、さらに□が明らかになったね。」と言いました。

あなたは、(2)の証明からどんなことがさらに明らかになったと思いますか。そのことを答えなさい。

- 正答の割合 … 3.1%
- 準正答の割合 … 14.5%
- 誤答の割合 … 33.3%
- 無解答の割合 … 49.2%

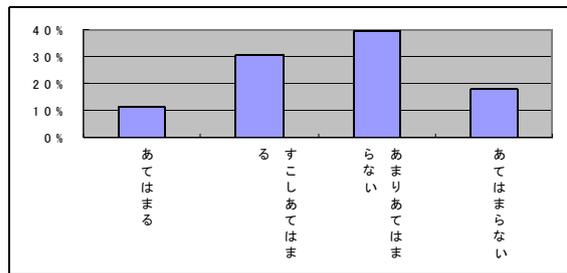


図1 質問紙(1)17「証明したことから何が分かるかを考えるようにしている」の結果

2 課題分析結果

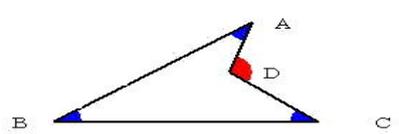
- ⑥(3)は、証明を振り返ることにより、図形の性質を発展させたり一般化したりする思考力を見る問題である。ここでの反応率は、正答 3.1%、準正答 14.5%、誤答 33.3%、無解答 49.2%である。今回の調査において、この問題の正答率が一番低い。⑥(2)証明の正答率の低さが影響していることは言うまでもないが、証明からさらに明らかになったことを見付ける力を身に付けることは、重要な課題と言える。
- 図1は質問紙調査(1)17「証明したことから何が分かるかを考えるようにしている」における生徒の回答の割合を示したものである。この結果から、証明が終わったときに発展的に考えたり一般化したりする習慣が身に付いていないと考えられる。

3 授業改善のポイント

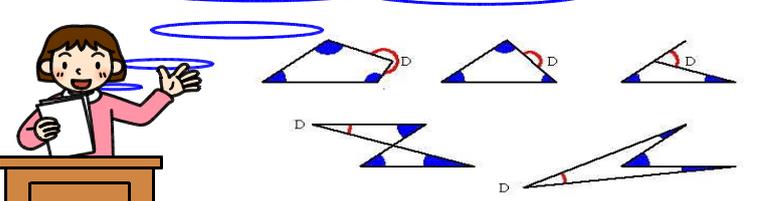
- 証明した後に「証明からどのようなことが分かるか？」と考える意識をもたせて発展的に考えたり、条件変更して一般化したりすることで、数学的な見方や考え方を深めることが必要である。

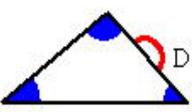
指導改善の具体例 ～課題6から(条件変更)～

**【問題】** 下の図において、  
 $\angle ADC = \angle A + \angle B + \angle C$  が成り立つことを証明しなさい。

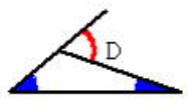


もし点Dが違う位置にあったら、角の関係はどうなるのかな？





この図形は、 $\angle D$ が $180^\circ$ になったときだ。  
 三角形の内角の和を表しているよ。



三角形の外角の性質を表しているね。この図形は、 $\angle A$ が $0^\circ$ になったときと考えられるわ。

