

単元名 1 節 多角形と角 (第4章 平行と合同)

単元の考察

1 教材観

生徒は第1学年において、小学校から学んできた基本的な図形を対称性の観点からとらえ、見通しをもって手順を考えながら作図したり、作図方法を対称性に着目して見直したりするなどの活動を通して、平面図形についての理解を深め、直観的な見方や考え方を養うとともに、論理的に考察することの基礎を培ってきた。また小学校での学習を基礎にして、空間における図形を観察、操作や実験を通して考察し、直観的な理解を養い、論理的な考察の基礎を培うとともに、図形の計量についての能力を伸ばしてきた。これを受けて本単元では、小学校で学習した三角形など多角形の角の大きさについての性質を、論理的に筋道を立てた推論を行って調べることができるようにするとともに、図形をよく観察したり、作図したりする操作や実験を通して、その推論の過程を的確に表現できるようにすることをねらいとしている。

数学科における推論の進め方には、帰納、類推、演繹の方法がある。特に帰納と類推については小学校の時から新しい概念や知識を獲得する際に、多くの場面で用いられている。しかし帰納や類推によって導き出された概念や知識は、必ずしもその一般性を保証するものではない。その一般性を保証するのが演繹の方法である。対頂角の性質や平行線の性質、三角形の合同条件などを根拠として、演繹的な推論によって図形の性質の一般性を確かめていく学習が第2学年から始められる。生徒の発達段階から見ても演繹的な推論の進め方に興味・関心をもち、演繹的な推論を用いる能力も大いに高まっていく時期である。したがって何を根拠にしてどのように推論を進めていったらいいのかといった、推論の意義と方法について丁寧に指導していく必要がある。また論証指導を通して、自分だけでなく他人をも納得させることができるよう筋道を立てて表現できる能力の育成にも大いに役立つという点から、本単元を指導する意義は大変大きいと考えられる。

2 学力調査から見られる本県の生徒の実態

「群馬県教育課程実施状況調査」(H16.5)では、本県生徒の「図形」の領域における課題として、基本的な図形の性質を組み合わせて問題を解決することや証明の過程を表現することが十分に付いていないことが上げられた。さらに「群馬県児童生徒学力診断テスト」(H18.4)では、対頂角や平行線の性質などにおける基本的な図形の角に関する性質の理解が不十分であること、推論の見通しを論理的に考察したりその過程を適切に表現したりすることが不十分であること、証明したことさらに明らかにしたことを見付ける力が不十分であることが明らかになった。また証明など自分の考えを記述する問題では、無解答の割合が多かった。

3 教材の系統

生徒は小学校では、ものの形についての観察や構成などの活動を通して、基本的な図形について、その図形を構成する要素について着目し学習してきた。それを基に第1学年では、線対称や点対称の意味を理解するとともに、対称性に着目して平面図形についての直観的な見方や考え方を深めること、また角の二等分線や線分の垂直二等分線、垂線などの基本的な作図の方法を理解し、それを利用することを取り扱ってきた。また、小学校では立方体や直方体を観察、構成、分解したりすることを通して、辺や面の平行や垂直の関係を調べたり、簡単な見取り図や展開図をかいたりする学習を行った。これらを基礎にして、第1学年では空間における直線や平面の位置関係を知り、空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されているものととらえたり平面上に表現したりすることを学習した。さらに扇形の弧の長さや面積及び基本的な柱体、錐体の表面積と体積を求めることができることを学習してきた。第2学年では、平行線の性質や三角形の角についての性質を理解し、それを基にして、多角形の角についての性質を見いだせることを学習する。さらに証明の意義と方法について理解し、三角形の合同条件を基にして二等辺三角形や平行四辺形の性質を論理的に確かめたり、円周角と中心角の関係を観察や実験などを通して論理的に確かめることができることを知ったりすることとなる。その後、第3学年になると相似な図形の性質を基に、図形の性質が成り立つことを論理的に確かめたり、直角三角形に潜む性質を用いて具体的事象を考察したりする活動が行われる。これらの学習を受けて、高等学校では三角比を用いて具体的な事象を考察したり、三角形や円についての様々な性質をさらに論理的に考察したりしていくこととなる。

指導目標

観察、操作や実験を通して見いだした平面図形の性質を、平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして確かめることができる。

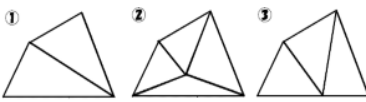
評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
観察、操作や実験を通して、平行線の性質などを基に平面図形の基本的な性質を見いだしたり確かめたりするなど、数学的活動の楽しさや数学的に考察することのよさに気づき、それらを意欲的に問題の解決に活用しようとしている。	平行線の性質、三角形の角などについての基礎的な知識を身に付け、数学的な推論の方法を用いて図形の性質を論理的に考察している。	三角形の内角の和や、多角形の内角や外角の和などの図形の性質を導く過程において、推論の道筋を言葉で説明することができる。	対頂角の性質や平行線の性質などを理解し、多角形の内角の和を三角形に分割することなど、「既知のことに帰着して考える」ことの意義を理解している。

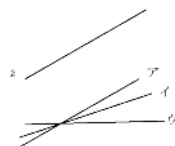
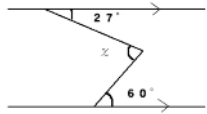
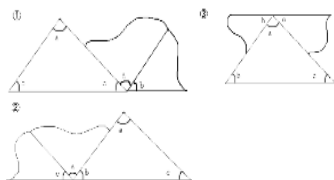
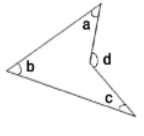
指導方針

- 問題解決の際に用いた数学的な見方や考え方のよさを味わい、進んで活用する態度を育てるために、数学的な見方や考え方を組み合わせて活用して問題を解決する課題を設定する。
- 問題の把握の過程では、問題意識をもつことができるように、多角形の角度を測ったり切ったり並べたりする体験的・操作的活動を取り入れる。
- 解決の見通しの過程では、既習の数学的な見方や考え方が活用できるように、似たような問題を想起するように助言をしたり、見通しを発表し合ったりする。
- 解決の実行の過程では、推論の根拠となる図形の性質の理解が深まり、問題解決場面で活用できるように、図形の性質が成り立つことを自分で選んだ方法で確かめる。
- 解決の実行の過程では、個人追究したことを言葉や矢印を用いて図に記入することで、結果だけではなく図形の性質が見いだされた過程も理解できるようにする。
- 振り返り・まとめの過程では、推論の過程を理解したり、解決のためのよりよい方法を見付けたりできるように、グループで話し合ったり説明し合ったりする活動を取り入れる。
- 振り返り・まとめの過程では、問題の解決のための根拠となる数学的な見方や考え方のよさを味わうことができるように、問題解決の際に用いた数学的な見方や考え方を振り返る場面を設定し、生徒の言葉で名前を付けてその内容をまとめる。

指導計画(全9時間計画)

時間	○ねらい 数学的な見方や考え方 問題の把握(学習課題) 解決の見通し 解決の実行 振り返り・まとめ	支援及び指導上の留意点 (AからEは、指導の工夫によって高められる、思考力を構成する代表的な要素)	○評価項目(評価方法) 「十分満足できる」と判断される状況 「努力を要する」生徒への手だて
1	○小学校での経験を生かし、多角形を三角形に分ける考えを活用して、多角形の内角の和を一般化し、文字を用いて表すことができる。 三角形を用いる考え 表にする考え 文字で表す考え 四角形の内角の和が180°になる理由を考える。 主に上の図のような方法で四角形を三角形に分けて考えればよいことを見いだす。 多角形の内角の和について表にまとめ、n角形の内角の和をnを用いて表す方法を、帰納的に考える。 本時を振り返り、多角形の内角の和を一般化することができたのは、どのように考えたのがよかったのか考える。	【課題】 多角形の内角の和について調べよう B 四角形の内角の和を求めるための、四角形を三角形に分ける方法が1通りではないことを理解できるようにするために、四角形の内角の和の求め方を個人追究したあとに、主に ~ の3通りの求め方があることを全体で確認する。  D 三角形を用いる考えのよさを味わうために、上の ~ のうち、どれか一つの方法を選んでn角形の内角の和をnを用いて表す方法の説明を考えるように伝える。 E 三角形を用いる考えのよさを味わうために、多角形の内角の和を一般化することができたのはどう考えたのがよかったのか問い掛け、生徒の言葉でまとめておく。	【数学的な見方や考え方】 ○多角形を三角形に分け、1通りの方法で多角形の内角の和の求め方を考えている。(ノート) 多角形を三角形に分け、2通り以上の方法で多角形の内角の和の求め方を考えている。 の方法で考えている生徒には、五角形、六角形、七角形は、三角形を少なくともいくつか集めた図形が考えるように指示をする。 ~ の方法で考えている生徒には、五角形、六角形、七角形で補助線が引いてある図を用いて必要な角と必要でない角に印を付けて考えるように指示をする。
	○多角形の内角の和を用いて、	【課題】	

2	多角形の外角の和が360°になる理由を、意欲的に考えようとしている。 一直線は180°の考え 内角の和を用いる考え 五角形の外角の和について調べるのに、五つの角を切って並べたり分度器で測ったりする。 五角形の外角の和が360°になるらしいという予想を立て、その理由を考える。 五角形の外角の和が360°になる理由を説明する 五角形の外角の和が360°になる理由を説明するときに用いた考えのよさを振り返る。 四角形、六角形の外角の和を見通しを立ててから求める。 四角形、六角形の外角の和を求める方法を説明し合う。 多角形の外角の和が360°になることを、帰納的に導く。	多角形の外角の和について調べよう C 五角形の外角の和が360°になること の理由を見付けることができるように、 上の図の特徴をいろいろとあげ、 黒板に記入する。 (例) $a + a' = 180^\circ$ $a' + \dots + e' = 180^\circ \times (5-2)$ 辺や角(頂点)が五つある E 一直線は180°の考えのよさを味わう ことができるように、用いた考えを 振り返る場面を、本時の最後ではなく、 考えを用いたすぐ後に設定する。 【関心・意欲・態度】 多角形の内角の和を用いて、多角形の外角の和が360°になる理由を、意欲的に考えている。(ノート、グループ活動の様子) 多角形の内角の和を用いて、多角形の外角の和が360°になる理由を、筋道を立てて意欲的に考えている。 (内角) + (外角) = 180° から (外角) = $180^\circ -$ (内角) を見だし、 外角の和を求めるには内角の和が関係していることに気が付くことができるように支援をする。
3	○ 対頂角が等しくなることについて理解するとともに、同位角や錯角について理解する。 一直線は180°の考え 文字を用いる考え 三角形の一つの頂点における二つの外角について、どのようなことがいえるか考える。 図を見て気が付いたことを発表する。 対頂角が等しくなる理由を考え、理由を説明し合う。 2 直線に一つの直線が交わってできる角の関係について、対頂角以外の関係の角を考える。 本時に用いた考えのよさを振り返る。	【課題】 三角形の一つの頂点における二つの外角が等しくなる理由を考えよう D 対頂角が等しくなることの説明を筋道を立てて理解するために、説明に必要な言葉や式を書き込んだ図を用いながらグループで繰り返し説明するようにする。 B 同位角や錯角の関係にある角を見付けることができるように、右の図から d の対頂角以外の関係の角に目を向けるように助言をする。 E 一直線は180°の考えのよさを味わうことができるように、どう考えたのがよかったのが問い掛け、生徒の言葉でまとめておく。 【知識・理解】 対頂角が等しくなることや、同位角、錯角の意味について理解している。(問題プリント) 一般に対頂角が等しくなることの理由を理解し、同位角、錯角の意味について理解している。 対頂角が等しいことをうまく説明できない生徒は、60°、45°などの具体的な数値で対頂角を求める方法を考えるように助言をする。
4	○ 平行線の性質や、平行線であるための条件について理解する。 対頂角の考え 平行な 2 直線に一つの直線が交わっている図を実際にかき、等しい角度を見付ける 図の中から見いだした ~ の角が等しくなる理由を考える。	【課題】 平行な 2 直線に一つの直線が交わっているとき、等しい角を見付けよう A 同位角が等しいことを意識できるように、実際に生徒が平行な直線を作図するようにする。 C 対頂角、平行線の同位角が等しいことを確認したら、平行線の錯角が等しいことに結び付けて考えられるように、図に理由をかいいて線で結ぶようにする。 B 平行線であるための条件を見付ける場面では、直線 l と直線 a、イ、ウを結ぶ直線を活用することに気付くことができるように、平行線の性質を黒板に掲示しておく。 【知識・理解】 平行な 2 直線に他の直線が交わっているとき、同位角や錯角は等しくなることを理解している。また、同位角や錯角が等しいとき、2 直線は平行になることを理解している。(問題プリント) 平行な 2 直線に他の直線が交わっているとき、同位角や錯角は等しくなること、同位角や錯角が等しいとき、2 直線は平行になることの理由を理解している。

	図の中から ℓ と平行な直線を見だし、理由を考える。 三角形を用いる考えや平行線を引く考えを用いて問題を解決する。 本時に用いた考えのよさを振り返る。 	D 数学的な見方や考え方のよさを味わうことができるように、平行線を引く考えや三角形を用いる考えなど、既習の考えや新たに獲得した考えを用いる問題を設定し、図に説明をかき込むようにする。 問 χ の大きさを求めてみよう E 対頂角の考えのよさを味わうことができるように、どう考えたのがよかったのか問い掛け、生徒の言葉でまとめておく。 	平行線を書く操作を繰り返し行うことで、平行線の同位角が等しいことに直観的に気付くことができるようにする。また等しいことが分かった角どうしを線で結び、理由を書くことで、平行線の錯角が等しくなることを理解できるようにする。
5	○ 三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を用いて演繹的に説明することができる。 平行線を引く考え 三角形の内角を分度器で測ったり、三つの角を切って並べたりする。 三角形の a、b、c のそれぞれの角の周りに残りの角を切って並べた図を見て、気が付いたことをプリントに記入し、平行線の性質を用いて三角形の内角の和が 180° であることを説明する方法についての見通しを考える。  三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を用いて説明する方法を考え、グループ内で説明し合う。 本時を振り返り、三角形の内角の和が 180° であることを、図形の性質を用いて説明することができたのは、どのように考えたのがよかったのか考える。	【課題】 三角形の内角の和が 180° であることを、いろいろな方法で確かめよう A 小学校で三角形の内角の和が 180° であることをどのように確かめたのか想起できるように、三角形の三つの角を分度器で測ったり、三つの角を切って並べたりする。 B ~ のどの図にも平行線があることに気付き、平行線の性質を用いると三角形の内角の和が 180° であることを説明することができそうだという見通しをもつことができるように、a、b、c の周りに他の角を並べた図を黒板に掲示しておく。 C 平行線の性質を用いて三角形の内角の和が 180° であることを説明する方法の理解を深めるために、説明に必要な記号や言葉を書き入れた図を各自で作成するように助言する。 D 個人追究したことを筋道を立てて表現できるように、各自で説明を書き込んだ図を用いて、グループで繰り返し説明し合うようにする。 E 平行線を引く考えのよさを味わうことができるように、三角形の内角の和が 180° であることを、図形の性質を用いて説明することができたのは、どう考えたのがよかったのか問い掛け、生徒の言葉でまとめておく。	【表現・処理】 ○ 三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を用いて考えている。(生徒が記入した図、グループ活動の様子) 三角形の内角の和が 180° であることを、平行線の性質を用いて筋道を立てて説明することができる。 平行な直線とそれに交わる直線を赤でなぞり、平行線の同位角や錯角の関係の角に気が付き、説明がしやすくなるようにする。
6	○ 三角形を用いる考えや平行線を引く考えを用いて、くさび形の四角形の性質を、演繹的に説明することができる。 三角形を用いる考え 平行線を引く考え くさび形の角度を分度器で測ったり切って並べたりすることを通して、$a + b + c = d$ になりそうなことを予想する。	【課題】 くさび形の図形の性質を調べよう A $a + b + c = d$ になりそうだという見通しをもつことができるように、「a、b、c、d にはどのような関係があるだろうか。見付けてみよう」と問い掛け、角度を分度器で測ったり切って並べたりするように助言をする。 	【数学的な見方や考え方】 ○ 次の a、b どちらか一方で考えている。(生徒が記入した図、グループ活動の様子) 次の a、b の両方で考えている。 a 補助線を用いてくさび形を二つの三角形に分け、三角形の内角と外角の性質を2回用いてくさ

	問題解決に必要な既習の図形の性質を予想し、図に補助線を書き入れ、解決に向けての見通しをもつ。 自分で選んだ図形の性質を用いて、$a + b + c = d$であることを説明するための方法を考え、説明を書き込んだ図を用いてグループ内で説明し合う。 本時を振り返り、くさび形の性質を、図形の性質を用いて説明することができたのは、どのように考えたのがよかったのか考える。	B 平行な補助線に気付くことができるように、dに a、b、cを並べた図を黒板に掲示する。また、三角形の内角と外角の性質を用いることに気付くことができるようにするために、補助線を用いて三角形が作れないか問い掛ける。 D 三角形を用いる考えや平行線を引く考えを用いて $a + b + c = d$であることを説明する方法の理解を深めるために、説明に必要な記号や言葉を書き入れた図を各自で作成し、それを用いながらグループで繰り返し説明し合うように伝える。 E 三角形を用いる考えと平行線を引く考えのよさを味わうために、くさび形の性質を図形の性質を用いて説明することができたのは、どう考えたのがよかったのか問い掛ける。	び形の性質を説明しようと考えている。 b 平行な補助線を1本引き、平行線の性質を2回、または平行線の性質と三角形の内角と外角の性質を組み合わせ、くさび形の性質を説明しようと考えている。 dに a、b、cを並べた図を用いて、平行な補助線を延長させ、同位角や錯角があることに気付くことができるようにする。
7 8	【課題学習】 ○ 三角形を用いる考えや平行線を引く考えを用いて、星形の性質を、演繹的に説明することができる。 三角形を用いる考え 平行線を引く考え 星形の角度を分度器で測ったり切ったりすることを通して、$a + b + c + d + e = 180^\circ$になりそうなことを予想する。 問題解決に必要な既習の図形の性質を予想し、図に補助線を書き入れ、解決に向けての見通しをもつ。 自分で選んだ図形の性質を用いて、$a + b + c + d + e = 180^\circ$であることを説明するための方法を考え、説明を書き込んだ図を用いてグループ内で説明し合う。 本時を振り返り、星形の性質を、図形の性質を用いて説明することができたのは、どのように考えたのがよかったのか考える。	【課題】 星形のまわりにできる角の関係について調べよう A $a + b + c + d + e = 180^\circ$になりそうだという見通しをもつことができるように、「a、b、c、d、eにはどのような関係があるだろうか。見付けてみよう」と問い掛け、角度を分度器で測ったり切ったり並べたりするように助言をする。 C 主体的に問題にかかわるために、三角形の内角と外角の性質、平行線の性質、くさび形の性質のどれを用いて $a + b + c + d + e = 180^\circ$を説明するか、決めてから始めるように助言をする。 D $a + b + c + d + e = 180^\circ$であることを説明する推論の過程の理解を深められるように、説明に必要な記号や言葉を書き入れた図を各自で作成し、それを用いながら、グループで繰り返し説明し合うように伝える。 E 三角形を用いる考えと平行線を引く考えのよさを味わうために、星形の性質を図形の性質を用いて説明することができたのは、どう考えたのがよかったのか問い掛け、今回も三角形を用いる考えや平行線を引く考えを用いて問題を解決することができたことを確認する。	【数学的な見方や考え方】 ○ 次の a、b どちらか一方で考えている。(生徒が記入した図、グループ活動の様子) 次の a、b の両方で考えている。 a 星形から説明に必要な三角形を見だし、三角形の内角と外角の性質を3回用いて、星形の性質を説明しようと考えている。 b 平行な補助線を2本以上引き、平行線の性質を2回以上、または平行な補助線を1本引き、三角形の内角と外角の性質やくさび形の性質と組み合わせ、星形の性質を説明しようと考えている。 一直線上や三角形の内角に五つの角を集めればよいということに気付くことができるように、180°になるものをいくつか上げてみるように助言をする。
9	○ 練習問題を解くことを通して、これまでの学習を復習することができる。 問題解決に数学的な見方や考え方を活用して、練習問題を解く。		