

群 教 セ	G03 - 02
	平 19.239集

# 数学的な考え方が活用できる児童を育てる 算数科指導の工夫

－ 児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動を取り入れて －

長期研修 研修員 青木 新一

## （研究の概要）

児童が問題を解決した後、その解決の時に用いた考え方を振り返り、解決に有効だった考え方を言葉で表現し合い名前を付けることで、数学的な考え方に気付く。その後、新たな問題で、児童が学習経験を振り返り解決に使えるような考え方を言葉で表現し合うことで、数学的な考え方を想起し活用する。このように、児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動を取り入れて、数学的な考え方が活用できる児童の育成を目指した研究である。

**キーワード** 【算数 数学的な考え方 活用 言葉 表現 振り返り】

## 主題設定の理由

小学校学習指導要領の算数科の目標には「…日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てる…」とある。これは、主として考え方にかけかわる目標を述べたものである。

児童が問題解決の見通しをもったり、解決の仕方を筋道を立てて考えたりする際に、数学的な考え方が多く用いられる。見通しをもつ際には、「似た問題を解決したときの考え方と同じ考え方でできないか」と考える「類推的な考え方」などが使われる。筋道を立てて考える際には「分かっていることを基に考える」という「演繹的な考え方」が主に使われる。また、数直線や面積図を使って考える「図形化の考え方」を用いたり、「～の幾つ分」と考える「単位の考え」のような発想を用いたりして考察するときもある。見通しをもち筋道を立てて考える児童を育てるためには、児童が数学的な考え方を活用できるようにすることが必要である。

一方、平成16年度の群馬県教育課程実施状況調査の結果によると、「算数への関心・意欲・態度」「数量や図形についての表現・処理」「数量や図形についての知識・理解」の三つの観点、県の通過率が国の通過率を上回っていた。ところが、「数学的な考え方」の観点だけが、国の通過率を0.1ポイント下回っていた。設定通過率と比べると8.3ポイント下回っていた。このことから、数学的な考え方の観点の学力を高める指導の充実が

群馬県において求められていることがわかる。

自分の指導方法を振り返ってみると、数学的な考え方の観点の学力を高めるために、授業に問題解決的な学習を取り入れ、次のような手だてを今まで行ってきた。

本時の学習問題の解決に必要な既習事項や前時までの問題の解決方法を掲示する。

見通しとして、学習問題と似た問題を解く。

児童の解決方法を「～さんの考え」と児童名を使って表現する。

これらの手だてにより、与えられた知識や技能を使って、問題の解決に取り組む児童が増えてきた。しかし、数学的な考え方を活用することができず、自分で問題解決の見通しをもつことがなかなかできなかったり、解決に至らなかったりする児童が見られた。

算数科において、見通しをもち問題を解決することは思考活動である。一般に、思考は、言葉を媒介とする自己内の対話によって成立する。そして、他者に向けて表現したり他者の表現内容を受け入れたりする活動を通して整理され、洗練され、深められていく。したがって、数学的な考え方を活用できる児童を育てるためには、言葉で表現し合うことが大切であると考えた。

そこで本研究では、児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動を取り入れることで、数学的な考え方が活用できる児童を育てることができると考え、本主題を設定した。

## 研究のねらい

算数科の指導において、数学的な考え方が活用できる児童を育てるために、問題解決の過程で用いた考え方を振り返り、その考え方を言葉で表現し合う活動を取り入れることの有効性を明らかにする。

## 研究の見通し

- 1 問題解決後の振り返りの場において、解決に用いた考え方を振り返り、解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける活動を取り入れれば、児童は数学的な考え方に気付くことができるであろう。
- 2 問題解決の見通しをもち解決する場において、学習経験を振り返り、問題解決に使えるような考え方を言葉で表現し合う活動を取り入れれば、児童は数学的な考え方を具体的に想起しながら活用できるであろう。

## 研究の内容と方法

### 1 研究の内容

- (1) 「数学的な考え方が活用できる」とは

「数学的な考え方」は、それぞれの問題解決に必要な知識や技能に気付かせ、知識や技能を導き出す力である。そして、問題解決における数学的な発想や思考方法を取り出したものとする。

「数学的な考え方が活用できる」とは、問題を解決するときに、気付いた数学的な考え方をを用いることで、問題解決の過程で必要な知識や技能に自ら気付く、問題を解決したりその過程を表現したり説明したりできることである。

- (2) 「児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動」とは

「児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動」とは、児童が問題解決の過程で用いた考え方を振り返り、言葉で表現し合いながら数学的な考え方に気付く、その後の問題解決の場面で、学習経験を振り返り解決に使えるような考え方を言葉で表現し合う活動のことである。具体的には次のようにこの活動を展開する。

児童が問題解決の過程を振り返り、考え方を言葉で表現できるようにするためには、児童が自ら

問題解決の過程を体験することが必要である。自ら体験することにより、振り返ることができるようになるのである。そこで、児童一人一人が問題解決に取り組むことができるようにするために、問題提示のときに具体物や半具体物を使い、児童が問題を理解したり、図や式に表現して問題を数学的に把握したりすることができるようにすることが大切である。また、問題の提示の仕方を工夫し、「なぜ」「どうして」という疑問を児童がもち、解決してみようという意欲を高めることも大切である。

また、問題解決後、解決の過程を説明し合う学習を取り入れる。そのとき、児童が解決のきっかけとなった考え方に着目できるようにするために、解決過程の学び合いの場を設定し、児童の説明で数学的な考え方にかかわる言葉を強調するなどして、このあとの児童の考え方の振り返りを支援する。

そして、「解決のきっかけとなった考え方は何か」と解決に用いた考え方を言葉で表現し合う。そこで、言葉で表現した考え方について学び合い、共通点を見付け、問題解決に有効な数学的な考え方に気付く、児童がその考え方に名前を付ける活動を行う。考え方に名前を付けることで、児童は考え方という形のない、目に見えないものを言葉と結び付けて、整理して記憶することができるようになると思う。

新たな問題における解決の見通しをもつ場において、「以前に、似た問題を解いたことがあるか」「そのときの解き方の中で使えるような考え方はあるか」というように学習経験を振り返る。そして、問題解決に使えるような考え方を言葉で表現し合う活動を行う。

児童は考え方を表現し合うことにより、既習の数学的な考え方を思い出したり、考え方の名前を聞いたりすることで以前の問題解決の仕方を具体的に想起する。具体的に想起することにより、以前の問題解決の仕方と今回の問題解決の仕方とを重ね合わせ、この考え方が使えるかという判断をすることができ、解決方法の見通しをもつことができる。その後、見通しとしてもった数学的な考え方を活用して、既習の知識や技能を用いて問題を解決することができる。その解決の過程を表現したり説明したりするときも、数学的な考え方の名前を使うことにより、自分の考えの根拠を明確にしながらか説明することができると思う。

このように、「児童が考え方を言葉で表現し合う振り返り活動」を取り入れることにより、数学

的な考え方を様々なところで活用できるようになると考えた。

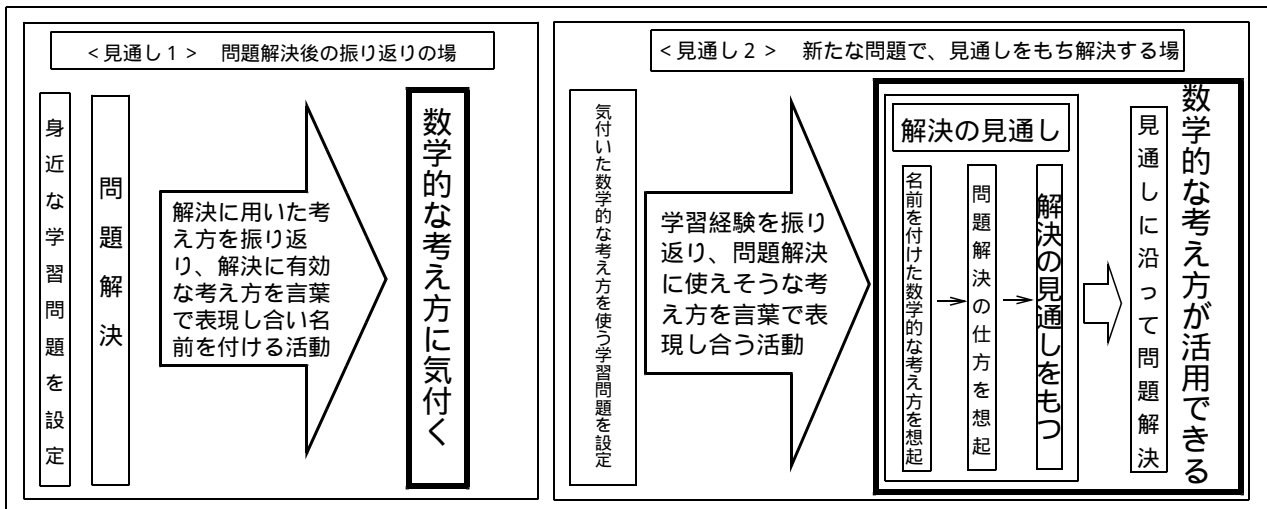


図1 研究構想図

## 2 研究の方法

### (1) 実践計画

対 象	小学校 第6学年 グループ間等質少人数指導 15人
期 間	10月15日(月)～11月8日(木) 全11時間
単 元 名	分数のかけ算とわり算を考えよう(1)
授 業 者	長期研修員 青木 新一

### (2) 抽出児童

A男	授業にまじめに取り組み、学習したことを素直に行おうとする。既習事項を生かして問題解決の見通しをもとうとするが、見通しをもつことができなかつたり、もつのに時間がかかったりする。
B子	自分で問題を解決しようとするが、見通しをもつ場や解決の途中で、既習事項の何をどのように用いればよいか助言するなどの支援が必要なが多い。自分で問題解決の見通しをもったり、問題解決の過程を振り返ったりすることが少ない。

### (3) 検証計画

検証項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	児童が分数に整数をかける計算の意味やその計算の仕方を考えた過程を振り返る場において、問題解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける活動を行ったことは、児童が数学的な考え方に気付くのにも有効であったか。	・児童が解決に有効な考え方を表現している発言の様子やノートの記事から、気付いた数学的な考え方の種類や理解の程度を分析する。
見通し2	分数÷整数、分数×分数の計算の仕方や辺の長さが分数である面積の求め方の見通しをもち解決する場において、問題解決に使えるような考え方をこれまでの学習経験を振り返り、言葉で表現し合う活動を行ったことは、児童が数学的な考え方を活用するのに有効であったか。	・問題解決に使えるような考え方についての記述内容や発表している内容から、児童が見通しとして数学的な考え方を活用できているかを分析する。 ・児童が問題解決している活動の様子、問題解決した過程の表現、発表の様子から児童が数学的な考え方を問題解決と過程の表現で活用できているかを分析する。

## 研究の展開

### 1 単元名 分数のかけ算とわり算を考えよう(1)

#### 2 単元の目標及び評価規準

##### (1) 単元の目標

分数の乗法と除法で、乗数や除数が整数である乗法及び除法と乗数が分数である乗法の計算の意味について理解し、それらの計算の仕方を考え、適切に用いることができる。

##### (2) 単元の評価規準

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 表現・処理	数量や図形についての 知識・理解
分数の乗法と除法で、乗数や除数が整数である乗法及び除法と乗数が分数である乗法の計算を、整数や小数の計算を基にして考えたり工夫したりするよさに気付くとともに、そこに計算の意味や性質が有効に働いていることに気付き、それらを進んで活用して筋道を立てて考えたり説明したりしていこうとする。	分数の乗法と除法で、乗数や除数が整数である乗法及び除法と乗数が分数である乗法の計算について、その計算の意味を整数や小数の範囲から発展させて考えたり、その計算の仕方を分数の性質や既習の計算などを基にして筋道を立てて考えたりする。	分数の乗法と除法で、乗数や除数が整数である乗法及び除法と乗数が分数である乗法の計算ができる、それらを用いることができる。	分数の乗法と除法で、乗数や除数が整数である乗法及び除法と乗数が分数である乗法の計算が、どのような場面でどのように用いられるのかを理解し、その計算の仕方も理解している。

### 3 指導・評価計画(全11時間)

見 通 し	時間	ねらい 主な数学的な考え方 ・主な活動	・支援及び指導上の留意点	評価項目(評価方法) 「おおむね満足」と判断される状況 「十分満足できる」と判断される状況 「努力を要する」児童への手だて
見 通 し	1	<p>分数に整数をかける計算の意味を考えようとする。</p> <p><b>「面積図の考え」「かけ算の考え」「言葉の式の考え」</b></p> <p>1 dlで、板を<math>2/5\text{m}^2</math>ぬれるペンキがあります。</p> <p>このペンキ3 dlでは、板を何<math>\text{m}^2</math>ぬれますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>3 dlで塗れる面積を面積図に表す。</li> <li>面積図を使って答えを求める式を立て、理由を書く。</li> <li><math>2/5 \times 3</math> という式になる理由を話し合う。</li> <li>3 dlで塗れる板の面積を求めるには、1 dlで塗れる板の量が整数や小数の時と同様に、分数でも乗法の式でよいことを確かめる。</li> <li>解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける。</li> <li>感想を書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ペンキに見立てた3 dlの色水と<math>2/5\text{m}^2</math>色を塗った板を提示する。</li> <li>3 dlで塗れる面積を求めるために、学習シート1を配付し、面積図に色を塗るようにする。</li> <li>かけ算の意味に着目できるようにするために、1 dlで板を<math>2\text{m}^2</math>塗れるペンキの場合を半具体物で提示する。</li> <li>面積図の拡大図を使って理由を説明できるようにする。</li> <li>児童の説明から、かけ算の意味に当たる言葉を強調して板書する。</li> <li>かけられる数が分数でも乗法の式に表してよいことを確認する。</li> <li>分数のかけ算があることを見付けるきっかけとなった考え方をノートに記述する。</li> <li>「<math>2/5</math>の3つ分」、「<math>2/5</math>の3倍」という児童の発表から「かけ算の考え」と名前を付ける。</li> <li>「面積図を使うことで分かりやすくなる」という児童の発表から「面積図の考え」と名前を付ける。</li> <li>「1 dlでぬれる板の量×ペンキの量で求められた」という児童の発表から「言葉の式の考え」と名前を付ける。</li> </ul>	<p>【関心・意欲・態度】 分数に整数をかける計算の意味について面積図を用いて考えている。(発言・ノート)</p> <p>立式の理由を、既習の学習をもとに面積図を用いて説明している。</p> <p>1 dlで塗れる面積と3 dlで塗れる面積を比較する。</p>
数 学 的 な 考 え 方 に 気 付 く	2	<p>分数×整数の計算の仕方を、面積図や分数の意味などを使って考えることができる。</p> <p><b>「面積図の考え」「1/5の考え」「かけ算の考え」</b></p> <p><math>2/5 \times 3</math> (分数×整数)の計算の仕方を考えよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>問題解決に使えるような考え方をノートに記述し、発表し合う。</li> <li>面積図で単位分数<math>1/5</math>の幾つ分になるかと考えたり<math>2/5 \times 3</math>を<math>2/5 + 2/5 + 2/5</math>と考えたり、<math>2/5</math>を<math>1/5</math>の2つ分と考えたりして答えを求める。</li> <li><math>2/5 \times 3</math>の答えを説明し、分数×整数の計算の仕方をまとめる。</li> <li>解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける。</li> <li>感想を書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>一人一人が問題解決の見通しをもつことができるようにするために、児童の発表から「面積図の考え」「かけ算の考え」を確認する。</li> <li>面積図を使って、<math>2/5 \times 3</math>の答えに当たる部分を確認する。</li> <li>児童の説明から、かけ算の意味や<math>1/5</math>の考えに当たる言葉を強調して板書する。</li> <li>計算の仕方をまとめるために、考え方の共通点として<math>2/5 \times 3 = 2 \times 3 / 5</math>となっていることに着目するよう助言する。</li> <li>分数×整数の計算の仕方を <math>\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}</math> と一般化するとともに、言葉を用いてまとめる。</li> <li>計算の仕方を見付けるきっかけとなった考え方をノートに記述する。</li> <li>児童の発表から、<math>1/5</math>の幾つ分と考えたことを「<math>1/5</math>の考え」と名前を付ける。</li> <li>「面積図の考え」と「かけ算の考え」が使われたことを確認する。</li> </ul>	<p>【数学的な考え方】 面積図、かけ算の意味を用いて、既習の計算をもとに、分数×整数の計算の仕方を考えることができる。(ノート)</p> <p>面積図、かけ算の意味を用いて、既習の計算をもとに、分数×整数の計算の仕方を複数考えたり説明したりすることができる。</p> <p>面積図を用いて考えたり、何の六つ分が考えたりするよう助言する。</p>

見 通 し 2	<p>分数を整数でわる計算の意味を面積図やわり算の意味を使って考えようとする。</p> <p><b>「面積図の考え」「1/ の考え」「わり算の考え」</b></p> <p>2dlで、板を4/5m<sup>2</sup>ぬれるペンキがあります。 このペンキ1dlでは、板を何m<sup>2</sup>ぬれますか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1dlで塗れる面積を面積図に表す。</li> <li>面積図を使って答えを求める式を立て、理由を書く。</li> <li>式が2/5÷2になる理由を話し合う。</li> <li>1dlで塗れる板の面積を求めるには、整数や小数の計算の時と同様に、除法の式でよいことを確認する。</li> <li>解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける。</li> </ul> <p>4/5÷2の答えの求め方を考えよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>問題解決に使えるような考え方をノートに記述し、発表し合う。</li> <li>面積図で単位分数1/5の幾つ分になるかと考えたり、4/5を1/5の4つ分と考えたりして答えを求める。</li> <li>4/5÷2の答えの求め方を説明する。</li> <li>解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける。</li> <li>感想を書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>2dlの容器を見せ、どのくらいの面積、板を塗ることができそうか児童に問い、その後、4/5m<sup>2</sup>色を塗った板を提示する。</li> <li>1dlで塗れる面積を求めるために学習シート2を配付し、面積図に色を塗る。</li> <li>わり算の意味に着目できるようにするために、2dlで板を4m<sup>2</sup>ぬれるペンキの場合を半具体物で提示する。</li> <li>面積図の拡大図を使って説明できるようにする。</li> <li>児童の説明から、わり算に当たる言葉を強調して板書する。</li> <li>1dlで塗れる板の面積を求めるときは、わられる数が分数でも除法の式に表してよいことを確認する。</li> <li>分数のわり算があることを見付けるきっかけとなった考え方をノートに記述する。</li> <li>「4/5を2等分したからわり算」という児童の発表から「わり算の考え」と名前を付ける。</li> <li>一人一人が問題解決の見通しをもつことができるようにするために、児童の発表から「面積図の考え」「1/5の考え」を確認する。</li> <li>答えを明確にするために、面積図を用いて1dlで塗れる範囲を確認する。</li> <li>「1/5の考え」「1/10の考え」「わり算の考え」に当たる言葉を強調して板書する。</li> <li>答えを求めるきっかけとなった考え方をノートに記述する。</li> <li>「1/5や1/10の考え」を「1/ の考え」と名前を付ける。</li> </ul>	<p><b>【関心・意欲・態度】</b> 分数を整数でわる計算の意味を面積図を用いて考えている。(発言・ノート)</p> <p>分数を整数でわる計算の意味を、既習の学習をもとに面積図を用いて説明している。</p> <p>2dlで塗れる面積と1dlでぬれる面積を比較する。</p>
数 学 的 な 考 え 方 を 活 用 す	<p>分数×分数の計算の仕方考えることができる。</p> <p><b>「面積図の考え」「1/ の考え」「かけ算の考え」</b></p> <p>4/5×2/3(分数×分数)の答えを求め、計算の仕方考えよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>問題を面積図や数直線に表現する。</li> <li>4/5×2/3の答えを求めるのに使えるような考え方をノートに記述し、発表し合う。</li> <li>面積図で単位分数1/15や1/3dlでぬれる面積に着目したり、かける数を整数にしたりして答えを求める。</li> <li>4/5×2/3の答えの求め方を説明し、分数×分数の計算の仕方をまとめる。</li> <li>解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付ける。</li> <li>感想を書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>答えの面積の範囲を塗るための学習シート4を配付する。</li> <li>面積図で答えに当たる部分を確認する。</li> <li>数直線を使って考えてもよいことを助言する。</li> <li>一人一人が問題解決の見通しをもつことができるようにするために、「面積図の考え」「1/ の考え」「かけ算の考え」を児童の発表をもとに確認する。</li> <li>児童の説明から、「1/15」「÷3」「かんたんな数」に当たる言葉を強調して板書する。</li> <li>計算の仕方をまとめるために考え方の共通点に着目するように助言し、4/5×2/3=4×2 / 5×3 となっていることに気付くようにする。</li> <li>分数×分数の計算の仕方を / × / = × / × と一般化するとともに言葉を用いてまとめる。</li> <li>分数×分数の計算の仕方を見付けるきっかけとなった考え方をノートに記述するように助言し、発表し合う。</li> <li>「かんたんな数にする」という児童の発表から「かんたんな数の考え」と名前を付ける。</li> </ul>	<p><b>【数学的な考え方】</b> 面積図やかけ算のきまりを用いて、分数×分数の計算の仕方考えることができる。(ノート) 数直線や面積図、かけ算のきまりを用いて、分数×分数の計算の仕方を複数考えたり説明したりすることができる。 面積図を基に答えに当たる部分を確認し、既習事項を基に考えるように助言する。</p>
る	<p>辺の長さが分数の場合も、面積を求める公式が適用できることを理解する。</p> <p><b>「面積図の考え」「1/ の考え」「かんたんな数の考え」「かけ算の考え」</b></p> <p>縦が3/5m、横が7/8mの長方形の面積を求めましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>求める長方形の大きさを学習シート5に表現する。</li> <li>長方形の面積を求めるのに使えるような考え方をノートに記述し、発表し合う。</li> <li>面積図をもとに、1/40m<sup>2</sup>が幾つあるかで考えたり、7/8を÷8×7としたり、公式を用いたりして求める。</li> <li>公式を用いた答えと一致することを確かめる。</li> <li>解決に有効な考え方を確かめる。</li> <li>感想を書く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>縦が3/5m、横が7/8mの長方形と1/2m<sup>2</sup>の正方形を提示し、どちらの面積が大きいか尋ねる。</li> <li>格子入りで面積が1m<sup>2</sup>の正方形に長方形をのせて辺の長さを調べ、辺の長さが分数の長方形の面積を求める問題であることを確認する。</li> <li>既習の考え方を振り返り、「面積図の考え」「1/ の考え」「かけ算の考え」を用いればよいことに児童が気付くようにする。</li> <li>面積図を基に1/40m<sup>2</sup>が幾つあるかで考えたり、7/8を÷8×7としたりして求めた答えと公式を用いて計算した答えが一致することから、辺の長さが分数で表されていても公式を使って求められることをまとめる。</li> <li>ノートに解決のきっかけとなった考え方を記述し、発表し合う。</li> <li>「面積図の考え」「1/ の考え」「かんたんな数の考え」「かけ算の考え」を確認する。</li> </ul>	<p><b>【知識・理解】</b> 辺の長さが分数の場合でも、公式を適用して面積を求めることができることを理解している。(観察・ノート) 辺の長さが分数の場合でも、公式を適用して面積を求めることができることをその理由とともに理解している。 格子に示した長方形の図を基に、1/40m<sup>2</sup>に当たる部分に印を付けて、1/40m<sup>2</sup>が長方形の中に幾つあるか数えるように助言する。</p>

## 研究の結果と考察

1 考え方を振り返り、解決に有効な考え方を言葉で表現し合い名前を付けることは、数学的な考え方に気付くのに有効であったか。

### (1) 第1時における実践

#### ア 全体の様子

ペンキに見立てた1dlの色水の入った容器を見せ、「この1dlのペンキでどのくらいの広さが塗れると思いますか」と問うた。児童からは、「たくさん塗れそう」「少ししか塗れない」と様々な意見が出て、授業に集中する様子が見られた。そこで、塗ってみたところ、 $2/5\text{m}^2$ 塗れたことを話し、 $1\text{m}^2$ の板に $2/5\text{m}^2$ 塗った半具体物を見せた(図2)。そして、「1dlで板を $2/5\text{m}^2$ 塗れるペンキがあります。このペンキ3dlでは板を何 $\text{m}^2$ 塗れますか」という問題を提示した。

面積図が印刷してある学習シートを配付し、「ペンキ3dlで塗れる範囲を学習シートに塗り、その塗れる面積を求める式とその式になる理由をノートに書きましょう」と問い掛けた。



図2 半具体物を使った問題提示の様子

式が $2/5 \times 3$ になる理由を2名の児童が次のように説明した。「1dlで板を $2/5\text{m}^2$ 塗れた。3dlだと $2/5\text{m}^2$ が3つあるから」、「 $2/5$ あるものが3個あるから」。この児童の説明を板書し、「 $2/5\text{m}^2$ が3つあるから」「 $2/5$ 」「3個」が大切という児童の意見を基にして、その部分をそれぞれ赤チョークで強調した(図3)。また、かけ算の意味を想起しやすくするために、1dlで板を $2\text{m}^2$ 塗れる場合を考えたとき、3dlだったら答えを求める式が $2 \times 3$ になることを確認した。児童は1dlで板を $2/5\text{m}^2$ 塗れる場合と $2\text{m}^2$ 塗れる場合との式及びその理由を比較し、「求

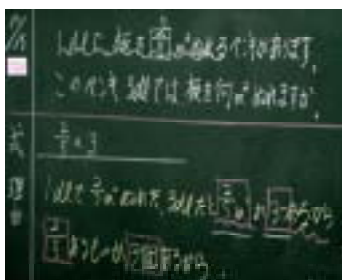


図3 数学的な考え方を示す言葉を強調した板書の様子

め方が同じ」「かけ算になることは同じ」「初めの問題は分数になっている」などと共通点及び相違点をつぶやいた。そこで児童の発言を基にして、同じものが三分というときは3をかけることを確認した。そして「かけられる数が分数のかけ算がある」ことをまとめた。その後、「分数のかけ算を見付けるきっかけとなった考え方は何か」と問い、児童が(分数) $\times$ (整数)の意味を見付けるのに用いた考え方をノートに記述した。児童は、資料1のような考え方を発表し合った。これらの考え方の共通点を見付け、問題解決に有効な考え方として、児童が次のような名前を付けた。何々の幾つ分と考える「かけ算の考え」、面積図に表して考える「面積図の考え」、言葉の式に表現して考える「言葉の式の考え」である。

#### 資料1 第1時における児童から出てきた考え方と解決に有効な考え方の名前

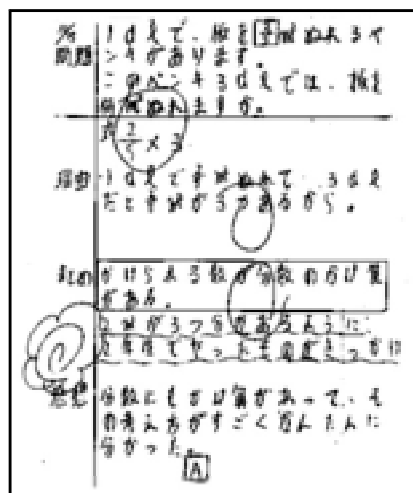
- |   |  |
|---|--|
| 1 | かけ算の考え                                       |
|   | ・ $2/5$ が3つある(6人)                            |
|   | ・何分の何の幾つ分(3人)                                |
|   | ・2が3つ分だと $2 \times 3$ になるという2年生の学習がきっかけ (1人) |
| 2 | 面積図の考え                                       |
|   | ・面積図で調べた。(3人)                                |
|   | ・面積図で考えると分かりやすかった。(1人)                       |
| 3 | 言葉の式の考え                                      |
|   | ・1dlでぬれる板の面積にペンキの量をかける(1人)                   |

#### イ A男の様子

A男は、学習シートの面積図に色を塗った後、 $2/5 \times 3$ と式を書きその理由を「1dlで $2/5\text{m}^2$ ぬれて、3dlだと $2/5\text{m}^2$ が3つあるから」と記述した(資料2)。

#### 資料2 第1時のA男のノート

分数にもかかけ算があることを見付けるきっかけとなった考え方をノートに記述するとき、「あっ」と言いながらうなずき、黒板にかかれた図や文字を見ながら「2が3つ分だと $2 \times 3$ になるという2年生の学習がきっかけ」と記述した。整数のかけ算の意味を基にして



考えていることがうかがえた。友達が発表する解決のきっかけとなった考え方を、うなずきながら納得した表情で聞いていた。「面積図で考えるとよく分かった」、「1dlでぬれる板の量にペンキの量をかけると出る」という解決に有効な考え方に名前を付けるときには、それぞれ「面積図の考え」「言葉の式の考え」とつぶやいていた。授業後の感想には「分数にもかけ算があって、その考え方がすごくかんたんに分かった」と記述した。これらのことから、「かけ算の考え」「面積図の考え」「言葉の式の考え」に気付くことができたと考ええる。

## (2) 第2時における実践

### ア 全体の様子

第2時においては、拡大した面積図を黒板に掲示し、面積図を基に前時の学習内容を振り返り、答えを求める式が $2/5 \times 3$ であることを再確認した。その後、 $2/5 \times 3$ の「答えを求めたい」という児童の発言をもとに、「 $2/5 \times 3$ （分数×整数）の計算の仕方を考えよう」という課題を設定した。

児童は課題を解決し、次のように計算の仕方を説明した。面積図で考えた児童は「 $2/5m^2$ が三つあると $1/5$ が六つ分になるから $6/5m^2$ になる」。この説明を板書し、「 $1/5$ が6つ分」が大切という児童の意見を基に、その部分を赤チョークで線を引いて強調した。式を基に考えた児童は、「 $2/5$ の分子の2は $1/5$ が二つ分あるという意味。 $2/5$ が三つ分だと、 $1/5$ が六つ分になる大きさだから $6/5$ になる」。この説明を板書し「 $1/5$ が2つ分」「 $1/5$ が6つ分」が大切という児童の意見を基に、赤チョークで線を引き強調した。そして、「答えを求めるきっかけになった考え方は何か」と問うた。児童は第1時で名前をつけた考え方の「かけ算の考え」「面積図の考え」及び「 $1/5$ が六つ分と考えたことが考えやすかった」という考え方を記述し、発表し合った。発表された考え方について学び合い、 $1/5$ の幾つ分という考え方を解決に有効な考え方として、児童が「 $1/5$ の考え」と名前を付けた(表1)。

表1 第2時における解決に有効な考え方

### イ B子の様子

B子は、解決の見通しをもつ場で、解決に使えるような考え方を「かけ算

1	かけ算の考え(9人)
2	面積図の考え(6人)
3	$1/5$ の考え(4人) (複数回答あり)

の考え」と記述した。課題を解決する場で、 $2/5 \times 3 = 6/15$ としたが説明ができずに考え込んでい

た。しかし、ほかの児童が解決の見通しとして発表した「面積図で考える」という見通しを参考に、面積図を見て $2/5 \times 3 = 2/5 + 2/5 + 2/5 = 6/5$ として答えを出した。解決のきっかけとなった考え方を「面積図を見て、 $2/5$ が三つあるから足せばいいんだと思った」と記述した。感想では「答えの出し方が何をつかってやればいいのかさいしょはわからなかったけど、面積図を使ったらできた」と記述した。そのことより、「面積図の考え」に気付くとともに、問題を解決するために役に立つというその考え方のよさを味わった様子が見える。また、「 $1/5$ が六つ分で $6/5$ になる」という友達の説明を納得した表情で聞き、「 $1/5$ の考えが大事」と太字でノートに記述した。このことから、「 $1/5$ の考え」にも気付くことができたと考ええる。

## (3) まとめ

全体の様子とA男とB子のノートの記述や活動の様子から、考え方を言葉で表現し合い名前を付ける活動を取り入れることにより、児童は数学的な考え方に気付くことができたことがうかがえる。

2 学習経験を振り返り、考え方を言葉で表現し合ったことは、数学的な考え方を活用するのに有効であったか。

## (1) 第4時における実践

### ア 全体の様子

「 $4/5 \div 2$ の答えの求め方を考えよう」という課題を提示した。児童は見通しとして課題を解決するために使えるような考え方をノートに記述した。しばらくして、「今までに使った考えで、使えるような考えはないか」と児童に問うた。そして、第2時の(分数)×(整数)の答えを求める学習における解決に有効な考え方を掲示物を使って確認し、見通しをもつ支援をした。考え方に名前を付けておいたことで考え方を具体的に想起し、全員の児童が課題解決の見通しをもつことができた。

児童が表2にある三つの考え方を見通しとして発表し合った。一部の児童の考え方が「かけ算の考え」から類推し、ある数量がもう一方の幾つ分であるか(包含除)を考えたり等分したときのできる一つ分の大きさ(等分除)を考えたりする「わり算の考え」へと発展していることがうかがえる。

この課題を全員の児童が解決することができた。そして、次のように答えの求め方を説明した。

表2 第4時における課題解決に使えるような考え方

1	面積図の考え(9人)
2	1/5の考え(3人)
3	わり算の考え(3人)

「面積図の考え」を使った児童は、4/5塗ってある面積図を半分にして、「面積図を見て、1/5が二つ分で2/5」。「1/5の考え」の児童は式を基に「1/5が四つで4/5。4 ÷ 2で二つ分。1/5が二つ分で2/5」と説明した。「面積図の考え」や「1/5の考え」という名前から、面積図を見て考えることや1/5の幾つ分で考えることが容易に想起でき活用できたと考える。「1/5の考え」を使っていた児童が「(4/5を縦に二等分した)面積図を見て、4/5m<sup>2</sup>を2dlで塗れるから、二つに分けると1dlは10等分したうちの四つ分。1/10m<sup>2</sup>が四つ分で4/10m<sup>2</sup>。約分して2/5m<sup>2</sup>になる」と説明した。この児童は「1/5の考え」を発展させて1/10の幾つ分で考えればよいと考えたことがうかがえる。「わり算の考え」の児童は「かけ算の時には2/5 × 3は2/5 + 2/5 + 2/5だったから、わり算だから4/5 - 2/5で2/5」と説明した。「かけ算の考え」の同じものを足して求める(累加)という考え方を基にし、わり算の問題でも同じようにできないかと考え、同じものを引いて求める(累減)という考え方に気付き活用することができたと考えられる。児童から「1/10の幾つ分という考え方」は、「1/5の考えと考え方が同じ」、「分母の5と10の数が違うだけ」という意見が出てきた。そこで、「1/5の考え」と「1/10の幾つ分という考え方」をまとめて一般化し「1/ の考え」という名前を付けた。

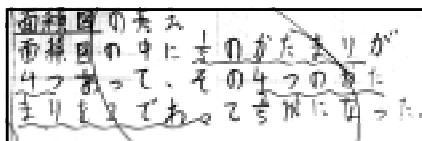
イ A男の様子

A男は、解決に使えるような考え方を「面積図の考え」と記述し、面積図を使いながら1/5のかたまりに着目して答えを求めていた(資料3)。

解決後、

この解き方は「面積図の考え」と「1/5の考え」の両方を使ったと説明していた。このように「面積図の考え」「1/5の考え」を有効に活用している様子が

資料3 第4時におけるA男が記述した答えの求め方



うかがえた。

ウ B子の様子

B子は解決に使えるような考え方を「1/5の考え」と記述し、「1/5が4つで4/5になる。1dlを求めするには4 ÷ 2して2になる。だから、1/5が2つ分で2/5」と答えを求めた。「1/5の考え」と容易に見通しをもつことができ、その名前から1/5の幾つ分という考え方を想起し、活用することができたと考えられる。

(2) 第7時における実践

ア 全体の様子

前時の学習問題「1dlで、板を4/5m<sup>2</sup>塗れるペンキがあります。このペンキ2/3dlでは、板を何m<sup>2</sup>塗れますか」の答えを求める式が4/5 × 2/3の(分数) × (分数)になることを再確認した。そして、この(分数) × (分数)の計算の仕方がまだ分からないことから、「4/5 × 2/3の答えを求め、計算の仕方を考えよう」という課題を提示した。

面積図で2/3dlのペンキで塗れる面積を確認した。解決の見通しをもつとき、「(分数) × (整数)と(分数) ÷ (整数)の計算の仕方考えたとき使った考え方が使える」という意見が児童から出てきた。そこで、問題解決に有効な考え方の掲示(図4)を参考にして、そのときの考え方を振り返った。

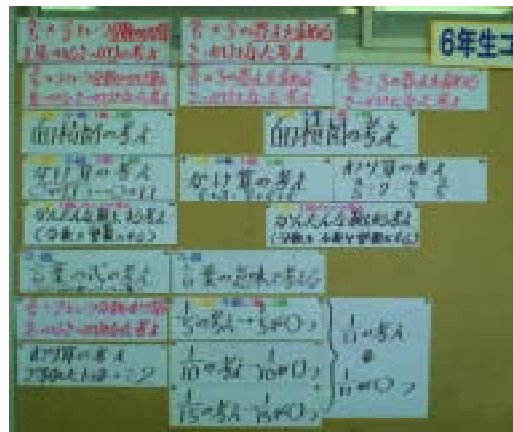


図4 問題解決に有効な考え方の掲示

児童は考え方の名前を聞き、そのときの授業の状況を思い出していた。そして、全員の児童が容易に解決の見通しを記述することができた。

解決の見通しを発表し合うときに、児童から表3に示した考え方が見通しとして発表された。その後、各自の見通しに基づいて解決を行い、全員の児童が答えを求め計算の仕方を考えることができた。

解き方を説明し合うときには、「面積図の考え」



を使った児童が「面積図を見て1/15が4×2の8個分あるから8/15」と説明した。

表3 第7時における問題解決に使えるような考え方

- |   |                |
|---|----------------|
| 1 | 面積図の考え(10人)    |
| 2 | 面積図と1/ の考え(2人) |
| 3 | かけ算の考え(2人)     |
| 4 | 1/ の考え(1人)     |

「面積図と1/ の考え」と「1/ の考え」で考えた児童が「1/15の何個分」と考えていることが自分と同じであると発言した。また、「面積図の考え」を用いたほかの児童が「 $4/5 \div 3 \times 2$ で8/15」と説明した。「この式の意味が分かる?」と問うと、説明を聞いていたほかの児童が、 $4/5 \div 3 \times 2$ の式になる理由を面積図を指差しながら「4/5が3個分に分けられて割る3、その2個分だからかける2をする」と説明した。

次に「かけ算の考え」を使った児童が、「 $4/5 \times 2/3$ は難しいから、 $2/3$ を簡単な数(整数)にするために $2/3$ に3をかけ2にして、 $4/5 \times 2 = 8/5$ 。そのままだと答えが違ってしまうのでわる3をして $8/5 \div 3 = 8/15$ としました」と説明した。この児童は「かけ算の考え」と見通しをもち、(分数)×(整数)にするために3をかけ、このままだと答えが3倍になってしまうので、3でわる(分数)÷(整数)の計算をして、答えを求めた。このように、何々の幾つ分と考える「かけ算の考え」も、かけ算という言葉から小数のかけ算の学習を思い出し、かけ算のきまりを使った考え方にまで意味を広げて発展的に活用されるようになっていた。

#### イ A男の様子

A男は課題解決の見通しをもつ場において、問題解決に有効な考え方の掲示を見ながら解決に使えるような考え方を「1/ の考え」とノートに記述した。課題解決の場で、面積図を見ながら考え込んでいたが、しばらくするとまずの数を数え始め、次のように答えの求め方をノートに記述した。「まずを15個に分ける。15個の中の一つは1/15。その1/15が8個分あるから8/15」。第4時では見通しの場で「面積図の考え」と記述していたが、本時は「1/ の考え」と記述していた。1/5や1/10の場合と同様に1/15の幾つ分と考えることができ、「1/5の考え」を一般化した「1/ の考え」を活用することができていた。

#### (3) 第9時における実践

##### ア 全体の様子

長方形と面積が $1/2m^2$ の正方形を提示した(図5)。どちらの面積が大きいかと問うと、児童によって予想が違っていた。どちらが大きいかは長方形の面積が求められれば分かる。長方形の面積を求めようと学習意欲が高まった。そこで、長方形の縦と横の長さがそれぞれ $3/5m$ 、 $7/8m$ であることを確認し、「縦が $3/5m$ 、横が $7/8m$ の長方形の面積を求めよう」という問題を設定した。



図5 第9時に提示した長方形と正方形

解決の見通しをもつとき、児童は必要に応じて問題解決に有効な考え方の掲示やノートを見て今までの学習を振り返り、全員の児童が解決に有効な考え方に付けた名前を使って見通しをもつことができた(表4)。

表4 第9時における見通しでもった考え方

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| 1 | 1/ の考え(5人)            |
| 2 | かけ算の考え(長方形の面積の公式)(5人) |
| 3 | 面積図と1/ の考え(4人)        |
| 4 | 面積図の考え(1人)            |

何々の幾つ分で考える「かけ算の考え」は、拡張され発展的に活用されるようになっていたので、「かけ算の考え」とはどのように考えることが確かめた。児童からは、長方形の面積の公式(縦)×(横)をもとに、 $3/5 \times 7/8$ と式に表し、分数に分数をかける計算の仕方を使って考えるとのことであった。

児童は各自の見通しを基にして、全員が問題を解決することができた。3人の児童が次のように答えの求め方を説明した。「1/ の考えで考えました。(面積図の中にある $1/40m^2$ の長方形を指差して)このまずは $1m^2$ が $5 \times 8$ で40個に分けられていて $1/40m^2$ になる。それが縦に3個、横に7個あるので $3 \times 7$ をして21個ある。 $1/40m^2$ が21個あるので $21/40m^2$ になる」、「かけ算の考えで考えました。長方形の面積は(縦)×(横)だから $3/5 \times 7/8 = (3 \times 7) / (5 \times 8) = 21/40$ 、なので、 $21/40m^2$ 」、「面積図の考えで考えました。 $3/5 \div 8 \times 7$ です。これを計算して、 $21/40m^2$ 」。

##### イ A男とB子の様子

A男とB子は見通しをもつとき、解決に使えるような考え方を次のようにノートに記述した。

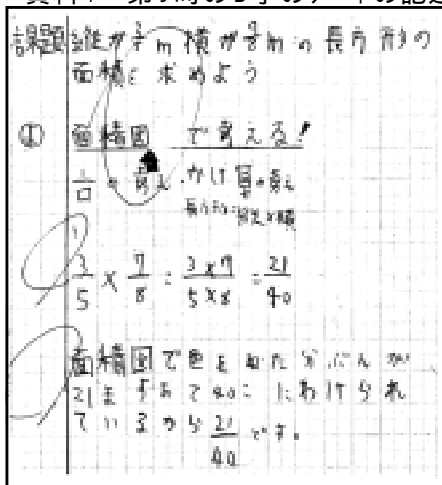
A男「1/ の考えで考える」

B子「面積図で考える」

A男は、解決の場で、学習シートの面積図の1/40 m<sup>2</sup>のますに色を塗り次のようにノートに記述した。「1/40m<sup>2</sup>が縦に3個、横に7個あるから、3×7で21個。21/40m<sup>2</sup>。」また、A男は説明する際に「1/ で考えました」と解決に用いた考え方を明確にすることができた。さらに、第7時と同様に「1/ の考え」を本時の問題にうまくあてはめて1/40が幾つ分と考えて活用することができた。

B子は、ほかの児童が発表した見通しをすべてノートにメモし、まず「かけ算の考え」を用いて答えを求めた。次に、「面積図の考え」を用いて、面積図を見ながら答えを求めることができた。このように、「かけ算の考え」と「面積図の考え」の二通りの方法で考えることができた(資料4)

単元終 資料4 第9時のB子のノートの記述



了後のアンケートで、A男とB子は、問題解決に用いた考え方を振り返り、解決に有効な考え方を言葉で

表現し合い名前を付け、問題を解決するとき使ったことについて「よかった」と答えている。そして、その理由を次のように記述していた。

A男「何かのヒントがあると解きやすいので、何かの考えがあつてはやく正確にできるからよかった」

B子「何の解き方でやればいいのか、名前がなかったらごちゃごちゃになって、何を使ったらいいかわからなくなるけど、名前をつけたらわかる」

解決に有効だった数学的な考え方を言葉で表現し合い名前を付けたことで、A男は自分で解決の見通しを確実にもつことができた。また、数学的な考え方に付けた名前から解決の仕方を容易に想起することができ、早く正確に問題を解決できた。また、「面積図の考え」という方法に関する数学的な考え方から、学習が進むにつれて、次第に

「1/ の考え」という、問題が解ける確実性や問題に適用できる一般性が比較的高い数学的な考え方を活用できるようになっていった。

B子は、「面積図の考え」を用いることで、自分で見通しをもち問題を解決することができた。さらに、ほかの児童の見通しを基に解決することもできるようになってきた。

### (3) まとめ

全体の様子とA男とB子のノートの記述や活動の様子とアンケートの結果から、学習経験を振り返り、解決に使えるような考え方を言葉で表現し合う活動を行ったことにより、児童は数学的な考え方を活用することができたことがうかがえる。

## 研究の成果と課題

### 1 成果

本研究を進めていくにつれ、児童は数学的な考え方を活用できるようになり、問題に取り組む際に教師の解き方に関する支援がほとんどなくとも、自ら問題解決に取り組むようになった。また、名前を付けた数学的な考え方を新たな問題に合わせて自ら工夫し、一般化したり発展させたりしながら、楽しんで問題解決に取り組む児童の様子が見られた。

解決に有効だった考え方の掲示を見たりほかの児童が発表する問題解決に使えるような考え方の見通しを聞いたりすることにより、解決の見通しを具体的にもち問題を解決することができるようになった。そのことにより、どちらかというとな算数が好きではなく、問題を解決するための見通しをもつことができず解決に至らなかった児童も算数の学習に意欲的に取り組むようになった。

### 2 課題

今後は、ほかの単元や領域においてこの研究を継続し、児童がどのように数学的な考え方に気付き活用していくのかをさらに明らかにしていきたい。

### 参考文献

- ・片桐 重男 著 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書(2006)
- ・日本数学教育学会 編著 『算数教育指導用語辞典 第三版』 教育出版株式会社(2005)