

群 教 セ	G03 - 03
	平21.241集

# 関数の「表、式、グラフ」を関連付けながら 習得した知識や技能の 活用を図る指導の工夫

— 「表現」を重視した「学び合い」や「問題づくり」活動を通して —

長期研修員 金子 好延

## 《研究の概要》

本研究は、生徒が関数の学習において、「表、式、グラフ」を関連付けてとらえながら、習得した知識や技能を活用できるようになることを目指した研究である。具体的には、「表現」を重視した「学び合い」や「問題づくり」など、生徒が考えの根拠を書き表したり、お互いに考えを伝え合ったりする活動を取り入れる。それらの活動を継続し、「表、式、グラフ」の多様な活用の仕方を知ることを通して、関数における知識や技能を活用する力の育成を図る指導の工夫をしたものである。

**キーワード** 【数学—中 関数 活用 表現 学び合い 問題づくり】

## I 主題設定の理由

中学校数学科では、算数的・数学的活動を一層充実させるとともに、身に付けた知識や技能を活用することで、日常生活や他教科等の学習、より進んだ算数・数学の学習における様々な問題を、解決できるようにすることが強く望まれている。

OECDのPISA調査結果(図1)及び全国学力・学習状況調査結果(図2)から、数学の知識や技能を日常生活の様々な場で活用する力が不足しているため、応用的・発展的な問題を解決できないという課題が見られる。協力校でも、「主として活用に関する問題」において正答率が群馬県の平均正答率を下回っている現状がある。

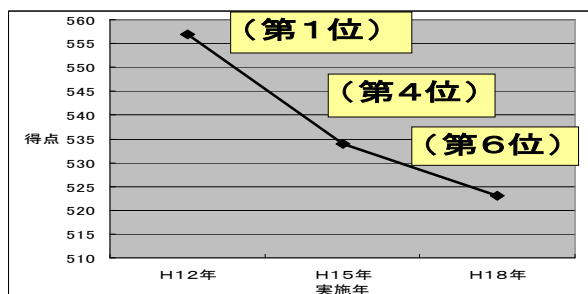


図1 OECDのPISA調査

また、協力校の生徒を対象とした標準学力検査の結果では、「関数領域」において全国得点率を下回っている。関数の学習において、生徒は、知識として関数を表す「表」「式」「グラフ」それぞれの特徴は理解しているにもかかわらず、技能として「表・式・グラフ」を相互に関連付けて表

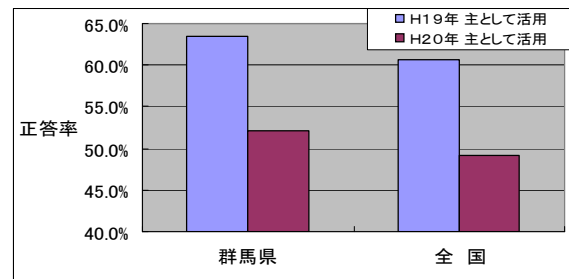


図2 全国学力・学習状況調査

現することが少なくなってしまっていた。そのため「式から表、表からグラフ、グラフから式」という関連付けたとらえ方をすることが苦手となり、断片的な知識や技能の習得に偏ってしまったことが得点率低下の主な原因と考えられる(図3、4、5、次頁)。その結果として、関数の学習において多面的に物事をとらえたり、習得した知識や技能を問題解決するときに関連付けて活用したりする力が身に付いていないと考える。

そこで、考えを書き表したり、伝え合ったりする「表現」という方法を用いて、「学び合い」活動や「問題づくり」活動をより活発にさせ、多様な考えの共有を図ることで、多面的に物事をとらえたり、問題解決に向けて知識や技能の多様な活用の仕方を知ることができると考えた。

本研究では、関数の学習において、考えの根拠を書き表したり、伝え合ったりする「表現」を重視した「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れていくことにより、生徒が「表、式、グラフ」を関連付け、習得した知識や技能を活用できるようになると考え、本主題を設定した。

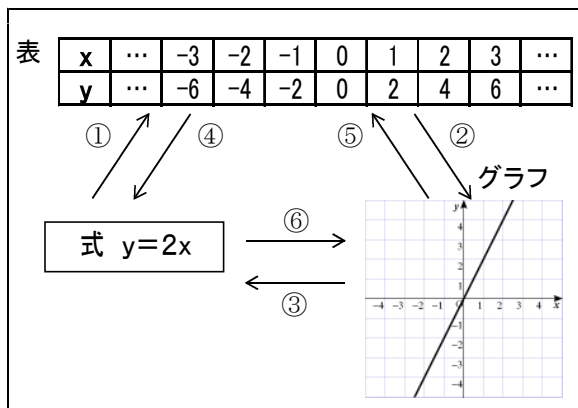


図3 「表、式、グラフ」の関連性

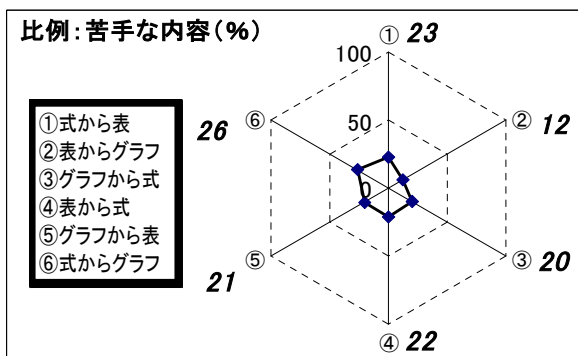


図4 協力校2年生(比例が苦手な生徒の割合)

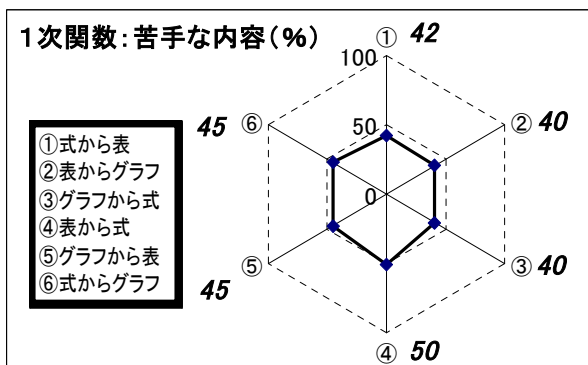


図5 協力校3年生(1次関数が苦手な生徒の割合)

## II 研究のねらい

関数の学習において、考えの根拠を書き表したり、伝え合ったりする「表現」を重視した「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れることにより、「表、式、グラフ」を関連付け、習得した知識や技能を活用して問題解決できるようになることを、実践を通して明らかにする。

## III 研究の見通し

- 「つかむ過程」において、多様な発想を引き出せるような身近な問題から伴って変わる二つ

の数量を取り出し、表や式に表現しながら、問題解決に向けて互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動を行う。それにより生徒は伴って変わる二つの数量の間の規則性や関係性に気付くことができるであろう。

- 「追究する過程」において、日常生活に関わる問題から「表、式、グラフ」の関連性に着目し、問題解決に向けて互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動や、実感的に理解できるような活動を行う。それにより生徒は習得した知識や技能の多様な活用の仕方を知ることができるであろう。
- 「深める過程」において、日常生活に関わる問題と「表、式、グラフ」の関連性とを結び付けてとらえ、問題解決に向けて互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動や基本問題から新たな問題(類似問題)を作る活動を行う。それにより生徒は習得した知識や技能を活用し、問題解決できるようになるであろう。

## IV 研究の内容

### 1 基本的な考え

#### (1) 関数の学習における「表現」とは

関数の学習における「表現」とは、生徒が伴って変わる二つの数量の間における規則性や関係性をグラフ、関係式を用いて、

- 自分の考えを書き表すこと
  - 互いに言語を用いて自分の考えを説明し合ったり、伝え合ったりすること
- と考える。

これらのことを「学び合い」活動や「問題づくり」活動の中で取り入れていくことにより、生徒に習得した知識や技能の活用を意識付けられると考える。

#### (2) 「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れることについて

本研究では、関数の学習において、「表、式、グラフ」を関連付けて問題解決するために、具体的手だてとして、以下の三つの学習過程で「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れる。

##### ① 「つかむ過程」について

- 生徒の多様な発想を引き出せるような日常生活に即した身近なものを教材化することで「習得した知識や技能の活用」をより意識させることができるかと考える。また、多様な発想が生ま

れることから、「自分の考え」を他者へ伝えたり、「他者の考え」も知りたいという意欲を高めることができる。

- 生徒が問題を解決するときに、互いの考えの根拠を言葉で伝え合う「学び合い」活動を取り入れる。

② 「追究する過程」について

- 生徒に問題解決の結果を「予想」させてから、自力解決する活動を取り入れる。「予想から自力解決」を取り入れることにより、意欲を継続することができるとともに、自分なりに考えをもつことができるようになる。
- 問題解決に向けて、小グループごとに「学び合い」活動を取り入れる。また、「学び合い」活動において『関数ソフト“GRAPES”』（図6）を取り入れる。生徒が自由に操作し、個人やグループ内の考えを確かめたり、深めたりする。また、その考えを明らかにしたり、「表、式、グラフの関連性」を実感したりすることができる。

③ 「深める過程」について

- 問題解決に向けて、小グループごとに「学び合い」活動を取り入れる。

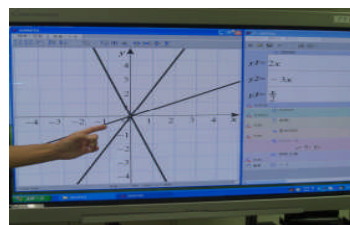


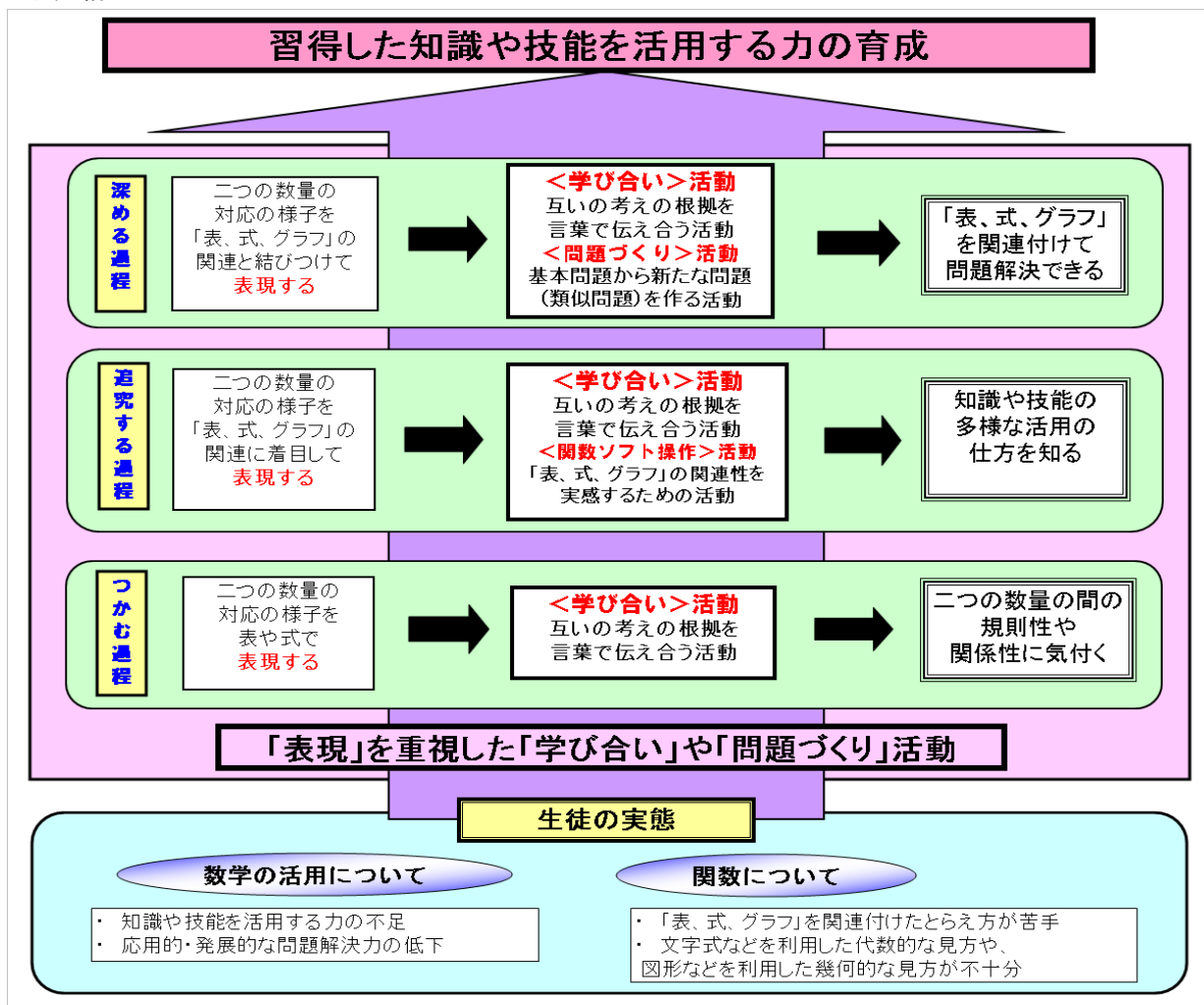
図6 関数ソフト「GRAPES」

- 基本問題から新たな問題（類似問題）を作っていく「問題づくり」活動を取り入れる。そして、生徒が実物投影機を用いて作った問題を発表し合ったり、解き合ったりしていく（図7）。このように、関数の学習において「表現」を重視することにより、「表、式、グラフ」の相互関係をとらえながら、それらを活用し、問題解決することができるようになる。



図7 実物投影機を使った発表場面

2 研究構想図



## V 研究の方法

### 1 実践計画

研究対象	第1学年 2クラス 80名
単元名	『比例と反比例』(全19時間)のうち「1 比例」(9時間)
期間	10月19日～11月19日 1クラス9時間 計18時間
授業者	長期研修員 金子 好延

### 2 抽出生徒

生徒A	数学に対する興味・関心はあるが、授業中の発言は少ない。分かるうとする気持ちは強いが、学力の定着が図れていない。比例については、小学校で学習した内容の理解が不十分であるので、この実践を通して、基礎的な学力を定着させ、自分の考えを表現できるようにしたい。
生徒B	数学に対する興味・関心は高く、まじめに取り組んでいる。しかし、自分の考えに自信がもてず消極的であり、授業中の発言はほとんどない。この実践を通して、友達の考えを参考にしたりしながら自分の考えを言葉で表現したり、書き表したりすることができるようにしたい。

### 3 検証計画

過程	検証の観点	検証の方法
つかむ	伴って変わる二つの数量を表や式に表現しながら、互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動を取り入れたことは、生徒が比例についての規則性や関係性に気付くために有効であったか。	<ul style="list-style-type: none"> <li>学習プリント(記録用紙)の記述内容の分析と考察</li> <li>自己評価カードの分析と考察</li> <li>「学び合い」活動時の発言の様子</li> <li>生徒が作成した問題の分析と考察</li> </ul>
追究する	「表、式、グラフ」の関連性に着目し、互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動や実感的に理解できるような活動を取り入れたことは、生徒が比例についての知識や技能の多様な活用の方を知るために有効であったか。	
深める	「表、式、グラフ」を関連付けてとらえ、互いに考えの根拠を言葉で伝え合う活動や基本問題から新たな問題(類似問題)を作る活動を取り入れたことは、生徒が比例についての知識や技能を活用し、問題解決できるようになるために有効であったか。	

## VI 研究の展開

### 1 単元名 比例と反比例

### 2 単元の目標と評価規準

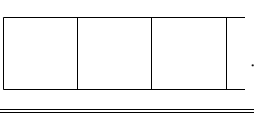
#### (1) 単元の目標

具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし、表現し、考察することができるようにする。

#### (2) 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な表現・処理	数量、図形などについての知識・理解
具体的な事象の中にある二つの数量の変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係を見だし表現し考察したりすることに関心をもち、こうした見方や考え方を意欲的に問題の解決に活用しようとする。	事象の中にある対応関係や依存、因果などの関係に着目するなどして、変化や対応などについての見方や考え方を身に付け、事象に潜む関係やきまりをとらえたり、見通しをもち順序よく筋道を立てて考えたりすることができる。	二つの数量の変化を比例、反比例の関係としてとらえ、表、式、グラフなどを用いて表現したり、数学的に処理したりすることができる。	比例、反比例の関係や座標の意味、比例、反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴、問題解決への利用の仕方を理解している。

#### (3) 指導・評価計画(全9時間) ※一部のみ掲載

過程	時間	○ねらい ・主な学習活動	・支援及び指導上の留意点	◎評価項目(評価方法) ◎「十分満足できる」と判断される状況 ☆「努力を要する」生徒への手だて
つかむ過程	1	○小学校で習得した比例の知識や技能を活用することができる。  問1 1辺が2cmの正方形を右の図のように並べていくとき、「並べた正方形の数」が増えることに伴って、変わるものを三つ以上あげてみよう。<個人思考>   問2 変わるものの中から、変わり方に着目してグループ分けしてみましよう。また、分け方の根拠(理由)を書きなさい。<学び合い>  ・問2では、考えの根拠を「記録用紙」に数学的な表現を用いて簡潔に書き表す。	・比例の関係を表から判断したり二つの数量に対する値の商は一定であることを関連付けて指導していく。  ・比例の特徴を整理して中学校の学習につなげられるようにする。 ・自分の根拠とした考えを簡潔にまとめさせる。	【知識・理解】 ◎伴って変わる二つの数量の関係を比例の関係としてとらえられる。(観察、発表、学習プリント) ◎比例の関係を小学校で習得した知識や技能を基に判断できる。 ☆比例の関係とは何かを個別に支援をし、思い出させるようにする。

**<学び合い活動>**  
 ○伴って変わる二つの数量を取り出し表や式で表しながら、二つの数量の間の規則性や関係性に気付く。  
 ○グループ内で考えを比較検討しまとめる。

・小グループごとの考えを発表・説明し、クラス全体で考えの共有をする。

**<学び合い活動>**  
 ○伴って変わる二つの数量を取り出し表や式で表しながら、二つの数量の間の規則性や関係性に気付かせる。  
 ○生徒に、小学校で学習した比例についての知識や技能を思い出させ、中学校での比例の学習に対する意識付けを図る。

3 ○比例の式を表すことができ、それを活用することができる。

・式から比例を判断できることを理解させる。

**【表現・処理】**  
 ㊦ 比例についての知識や技能を活用して式を求めることができる。  
 (観察、発表、学習プリント)  
 ㊧ 比例の関係であることを「変化の様子や式の形」で読みとることができる。  
 ☆表から比例の特徴を確認し、式を求められるように支援する。

問1 次の(1)～(3)について、なぜyがxに比例するかを説明しなさい。<個人思考>  
 (1) 1本80円の鉛筆をx本買ったときの代金をy円とする。  
 (2) 1本3gの釘x本では重さがy gになる。  
 (3) 時速4kmでx時間歩いたら、y km進んだ。

問2 ガソリン20ℓで320kmの道のりを走ることができる自動車があります。この自動車が、ガソリンxℓでy km走るとして、次の間に答えなさい。  
 (1) ガソリン1ℓで走る道のりを求め、yをxの式で表しなさい。  
 (2) ガソリン15ℓでは、何km走ることができますか。  
 (3) 400kmの道のりを走るには、何ℓのガソリンが必要ですか。

**<学び合い>**

・問2では、個人思考し、考えの根拠を「記録用紙」に数学的な表現を用いて簡潔に書き表す。

・「記録用紙」に問題解決するための考えの根拠をまとめさせる。  
 ・小グループ全員が分かるような説明にするため簡潔に表現するための工夫をさせる。

**【見方や考え方】**  
 ㊦ 既習の知識や技能をどのように活用して問題解決したのかを数学的な表現を用いて説明できる。  
 ㊧ 比例の特徴を理解し、問題解決過程を根拠を基に説明することができる。  
 ☆表を作ってから考え、比例の特徴を確認するようにと助言する。

**<学び合い活動>**  
 ○「表、式」の関連性に着目し、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を知る。

・小グループごとに考えを発表・説明し、クラス全体で考えの共有をする。

**<学び合い活動>**  
 ○「表、式」の関連性に着目させ、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を理解させる。  
 ○比例の関係を判断するときに、表だけではなく、式からも判断でき、式を活用して問題解決することができるという「式」のよさも感得させる。

7 ○ $y = ax$ のグラフをかくことができる。

※パソコン室

**【表現・処理】**  
 ㊦ 式から表をつくり、様々なグラフをかくことができる。また、aの値に着目して、グラフの特徴をまとめることができる。  
 (観察、発表、学習プリント)  
 ㊧ aの値に着目して、グラフをかくことができ、その特徴をまとめ、説明することができる。  
 ☆表をつくり、座標として点をとることから説明していく。

問1  $y = 2x$ のグラフは、どんなグラフになりますか。<学び合い>

・グラフの形を「予想」する。  
 ・自分の「予想」を確かめる方法を「記録用紙」に簡潔に書き表す。

・グラフ用紙を配布し、既習の知識や技能を用いてグラフをかかせる。

**<学び合い活動>**  
 ○「表、式、グラフ」の関連性に着目し、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を知る。

・小グループごとに考えを発表・説明し、クラス全体で考えの共有をする。

**<学び合い活動>**  
 ○「表、式、グラフ」の関連性に着目させ、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を理解させる。  
 ○小学校で学習した比例のグラフのかき方を確認し合ったり、「表から座標、座標からグラフ」という考え方に気付かせたりする。そこから、「なぜ、グラフが直線になる」のかを考えさせる。

・表の中のx、yの値は、グラフが通る点の座標(x, y)であることをおさえる。

**<「関数ソフト」操作活動>**  
 ○小グループや個人の考えを確かめたり、「実感的な理解」を目指したりする。  
 ○関数ソフト「GRAPES」を操作する。

**<「関数ソフト」操作活動>**  
 ○小グループや個人の考えを確かめさせ、さらに「実感的な理解」につながるようにさせる。  
 ○関数ソフト「GRAPES」を生徒に操作させることで、点の集まりが一つの直線を構成することを視覚的にとらえさせ、実感させる。

問2 次のグラフをかきなさい。<学び合い>  
 (1)  $y = x$  (2)  $y = -2x$  (3)  $y = -x$  (4)  $y = \frac{1}{2}x$

・個人思考し、「記録用紙」に自分のグラフのかき方を他へ説明できるように簡潔に書き表す。

・グラフ用紙を配布し、グラフ用紙にかかせるようにする。  
 ・「記録用紙」に自分のグラフのかき方について簡潔にまとめさせる。

**<学び合い活動、「関数ソフト」操作活動>**  
 ○小グループや個人の考えを確かめたり、「実感的な理解」を目指したりする。  
 ○「式から表、表から座標、座標からグラフ」というような関連からグラフをかくことが基本であることを全員が分かるようにする。

**<学び合い活動、「関数ソフト」操作活動>**  
 ○小グループや個人の考えを確かめさせ、さらに「実感的な理解」につながるようにさせる。  
 ○比例のグラフのかき方を「式から表、表から座標、座標からグラフ」というような「式、表、グラフ」を関連付けた考え方で全員がかけられるようにさせる。

・小グループごとに考えを発表・説明し、クラス全体で考えの共有をする。

深める過程	9	<p>○比例における習得した知識や技能を活用して、応用的・発展的な問題を解くことができる。</p> <p>※パソコン室 ・日常生活に即した具体的な問題を提示する。</p> <p>【見方や考え方】 ◎問題解決過程で比例の知識や技能をどのように活用したのか。自分の考えを数学的な表現を用いて簡潔に説明できる。 (観察、発表、学習プリント) ◎比例の知識や技能を活用しながら、「表、式、グラフ」を関連付けてとらえ、問題解決することができる。 ☆個別支援をし、表から比例の関係の把握と表から求める方法を理解できるように支援する。</p>
	<p>問1 姉と妹が同時に家を出発し、家から1800mはなれた図書館に行きます。姉は毎分200m、妹は毎分150mの速さで自転車に乗って行きます。家を出発してからx分後に、家からy mはなれたところにいるとして、(1)、(2)に答えなさい。</p> <p>(1) 姉と妹が300mはなれるのは、家を出発してから何分後ですか。 (2) 姉が図書館に着いたとき、妹は図書館からあと何mのところにいるですか。 <b>&lt;学び合い&gt;&lt;関数ソフト&gt;</b></p> <p>・「記録用紙」に問題解決に向けての考えの根拠を他へ簡潔に伝えられるように書き表す。</p> <p>・問題解決過程を記録用紙に他へ分かりやすく説明するために簡潔にまとめさせる。</p> <p><b>&lt;学び合い活動、「関数ソフト」操作活動&gt;</b> ○「表、式、グラフ」を関連付けてとらえ、習得した知識や技能を活用して問題解決をする。</p> <p>・小グループごとに考えを発表・説明し、クラス全体で考えの共有をする。</p> <p><b>&lt;問題づくり&gt;</b> ○基本問題から「比例」の新たな問題(類似問題)を作ることができる。</p> <p>問2 問1や今まで学習してきた問題などを参考にして、比例についての新たな問題や類似問題をつくってみよう。 <b>&lt;問題づくり&gt;</b></p> <p>・個人思考し、「記録用紙」に『自分で作った問題と解答例』を書き表す。そして、既習の知識や技能の活用の仕方を他へ簡潔に説明できるようにする。</p> <p><b>&lt;学び合い活動&gt;</b> ○「表、式、グラフ」の関連性に着目し、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を共有する。 ○小グループ内で作成問題を説明し合い、考えを比較検討する。</p> <p>・小グループごとに「代表問題」を発表・説明する。 ・各グループの代表問題を解き合う。 ・解答例を発表する。</p>	<p>・問題解決過程を記録用紙に他へ分かりやすく説明するために簡潔にまとめさせる。</p> <p><b>&lt;学び合い活動、「関数ソフト」操作活動&gt;</b> ○「表、式、グラフ」を関連付けてとらえさせ、習得した知識や技能を活用して問題解決できるようにさせる。</p>
		<p>【見方や考え方】&lt;問題づくり&gt; ◎既習の知識や技能をどのように活用して問題を作ったのか。数学的な表現を用いて説明できる。 (観察、発表、学習プリント) ◎ともなうて変わる二つの数量の関係が比例の関係であることを「表、式、グラフ」を関連付けてとらえ、既習の知識や技能を活用して新たな問題を作ることができる。 ☆個別支援をし、例えば、教科書や問題集を参考にしたり、友達の問題を参考にしてもよいことを助言する。</p> <p><b>&lt;学び合い活動&gt;</b> ○「表、式、グラフ」の関連性に着目させ、比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を共有させる。 ○小グループ内で作成問題を説明させ、考えを比較検討させる。</p> <p>・各グループの代表問題を数問一斉に解かせる。(実物投影機で提示する) ・既習の知識や技能の多様な活用の仕方を共有させる。</p>

## VII 研究の結果と考察

1 「つかむ過程」において、生徒が伴って変わる二つの数量の間の規則性や関係性に気付くために、「学び合い」活動を取り入れたことは有効であったか。

(1) 多様な発想を引き出せるような問題の提示  
第1時の導入で、問1を図と一緒に提示した。

問1 1辺が2cmの正方形を図のように並べていくとき、「並べた正方形の数」が増えることに伴って、変わるものを三つ以上あげてみよう。



<生徒の考え>

- ・面積
- ・対角線の長さ
- ・横の長さ
- ・周の長さ
- ・辺の本数

(2) 互いに考えの根拠を言葉で伝え合う「学び合い」活動

① 全体の様子

問2を提示し、個人思考の時間を設定した。

問2 変わるものの中から、変わり方に着目してグループ分けしてみましょう。また、分け方の根拠(理由)を書きなさい。

生徒に「自分の考えの根拠」(資料1)を書かせて、全員が分かることを目標に、小グループ(5名)ごとに「学び合い」活動を実施した。

資料1 他へ伝えるための根拠(記述例)

他へ伝えるための根拠(自分)	
1. 横の長さ	数 1 2 3 4 ... 長さ 2 4 6 8 ...
3. 斜りの長さ	数 1 2 3 4 ... 長さ 8 14 20 26 ...
2. 面積	数 1 2 3 4 ... 面積 4 8 12 16 ... ↓ 2倍、3倍...と増える
4. 辺の数	数 1 2 3 4 ... 辺の数 4 7 10 13 ... ↓ 2倍、3倍...とならない

ほとんどのグループで、『「面積・横の長さ」と「辺の本数・周の長さ」という二つのグループに分けられ、二つの数量の変化の様子を表から調べ、「面積・横の長さ」は、比例し、「辺の本数・周の長さ」は、比例しない。これらの二つのグループに分けられる』という考えを出した。

## ② 生徒Aの様子

Aは問1で、「形」が変わることを書き表していたが、「学び合い」活動で、他の生徒の説明から「面積、辺の本数、横の長さ」が変わることが分かった。しかし、グループ分けの根拠は分からなかった。そこで、『「正方形の数と横の長さ」に着目して考えてみなさい』と支援したところ、Aは表を作って考え始め、「比例の変化の仕方」について表から気付くことができた（資料2）。

### 資料2 「つかむ過程」での生徒Aの自己評価

<授業への取組>  
前向きに取り組めた。

<授業の振り返り>  
表を作って考えると、二つのグループの分け方が分かった。

## ③ 生徒Bの様子

Bは問1で、「辺の本数、面積」が変わることを書き表していたが、グループ分けの根拠までは到らなかった。「学び合い」活動では、自分の考えを表現できず友達の考えを聞いていた。そして、二つのグループに分ける根拠として、『比例か比例ではないかで分ける。比例については「伴って変わる二つの数量が2倍、3倍…になっていく」という変化の仕方』に気付けた（資料3）。

### 資料3 「つかむ過程」での生徒Bの自己評価

<授業への取組>  
前向きに取り組めた。

<授業の振り返り>  
比例するグループと比例しないグループに分けられた。

### (3) 「つかむ過程」でのまとめ

A、Bともに「記録用紙」に根拠を書き表すことや、「学び合い」活動で自分の考えを説明することはできなかった。全体的にも生徒たちは、「記録用紙」に根拠を書き表すことは十分ではなかった。しかし、「学び合い」活動で、お互いに考えを伝え合ったり、分かる生徒を中心に教え合ったりすることで、今後の学習に必要な比例についての規則性や関係性に気付けたと考える（資料4）。

### 資料4 「つかむ過程」での生徒の振り返り

#### <生徒の授業の振り返り(記載例)>

- ・比例の変化の仕方を再確認できた。
- ・小学校で習ったが、比例を思い出すことができた。
- ・表に表すと比例が分かりやすくなることが分かった。
- ・比例については、小学校で学んだけれど、今日やってみて少し忘れていたので、今後よく勉強したいと思う。
- ・他へ伝えるための手だてで、自分の考えをしっかりとめられた。

2 「追究する過程」において、「表、式、グラフ」の関連性に着目し、生徒が比例についての知識や技能の多様な活用の仕方を知るために、「学び合い」活動や「関数ソフト」の操作活動を取り入れたことは有効であったか。

### (1) 互いに考えの根拠を言葉で伝え合う「学び合い」活動

#### ① 全体の様子

第3時では問1を提示し、個人思考の時間で、「自分の考えの根拠」を書かせた。

問1 次の(1)～(3)について、なぜyがxに比例するかを説明しなさい。

- (1) 1本80円の鉛筆をx本買ったときの代金をy円とする。
- (2) 1本3gの釘x本では重さがy gになる。
- (3) 時速4kmでx時間歩いたら、y km進んだ。

ほとんどの生徒が「表から判断」、「式から判断」というように一つの判断材料を基にしていた。ここで、「表と式」を関連付けて判断している生徒が数名見られた（資料5）。

### 資料5 他へ伝えるための根拠(記述例)

他へ伝えるための		根拠(自分)	
x(本)	1 2 3 4 5	(1),(2),(3)は全て、 xが2倍、3倍…になると yも2倍、3倍…になる。 なので比例している。	式から…
y(円)	80 160 240 320 400		$y = 80x$
x(本)	1 2 3 4 5		$y = 3x$
y(g)	3 6 9 12 15		$y = 4x$
x(時間)	1 2 3 4 5		
y(km)	4 8 12 16 20		

次に、応用的な問題として日常生活に即した問題(問2)を提示し、個人思考から集団思考の「学び合い」活動に移行した。

問2 ガソリン20ℓで320kmの道のりを走ることができる自動車があります。この自動車が、ガソリンxℓでy km走るとして、次の問に答えなさい。

- (1) ガソリン1ℓで走る道のりを求め、yをxの式で表しなさい。
- (2) ガソリン15ℓでは、何km走ることができますか。
- (3) 400kmの道のりを走るには、何ℓのガソリンが必要ですか。

「学び合い」活動で、自分の考えの根拠として、ある生徒は「前の時間で表を作ると簡単だったので、表から考えました。しかし、表から式に表し、式を使って解くと表よりも簡単に分かるところもあるので、表と式の両方を使って考えるとよいと思います」と説明していた。

#### ② 生徒A、生徒Bの様子

問1で、Aは考えの根拠として表を使った。Bは考えの根拠として式を使った。その後の「学び合い」活動で、Aは友達から「表から式」を求めて比例を判断する方法を教わっていた。「つかむ過程」(第1時)で、表から比例の変化の仕方を学習していたので、ここでは、Aは「表から比例を判断」することができた。Bは前時(第2時)

に「表から式の求め方（表から式への関連）」についての学習をしていたので、そのことを思い出し、表から式を作り、式から比例を判断することができた。

## (2) 実感的な理解を目指した「関数ソフト」の操作活動

### ① 全体の様子

第7時で問1を提示し、生徒に「予想」を立てさせた。

問1  $y = 2x$  のグラフは、どんなグラフになりますか。

生徒の予想は、「直線」、「曲線」、「右上がりの直線」のグラフというものであった。次に、「自分の予想を調べていくためには、どうすればよいのだろうか」と問いかけ、「学び合い」活動をさせた。全グループが「直線のグラフになる」という結論になり、その理由として、下記のようなものが挙げられた。

<グラフが直線になる理由>  
 xの値が2倍、3倍、・・・になると、yの値も2倍、3倍、・・・になるから  
 座標をとり、線で結ぶと直線になるから  
 比例していて、点の集まりが細かくなると線、ここでは直線に見えるから

続いて「グラフが直線になること」を視覚的に調べるために、「関数ソフト」(図8)を活用した。生徒たちが座標を関数ソフトの座標平面上に細かくとっていき、それらの点の集まりが直線上に並ぶようになることから、生徒は直線のグラフになることを実感的にとらえられた。

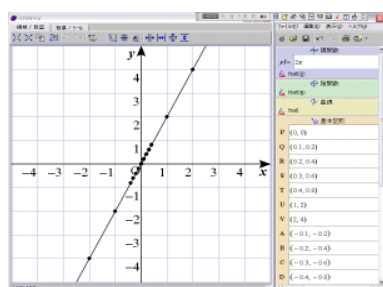


図8 関数ソフト「GRAPES」

### ② 生徒Aの様子

第7時では、 $y = 2x$  のグラフがどんなグラフになるのか、Aは予想できなかった。そこで、「学び合い」活動で、積極的に自分の分からないことを友達に伝え、教わっていた。Aのグループは、直線になる理由として、「xの値が2倍、3倍、・・・になると、yの値も2倍、3倍、・・・になるから」という考えであった。Aは、「なぜ、直線になるのかが分からない」と言っていたが、自分で実際に「関数ソフト」を操作し、座標を細かくとることで、それらの点の集まりが直線上に並ぶことを視覚的にとらえ、「直線のグラフ」に

なることを実感していた(資料6)。

## 資料6 第7時での生徒Aの自己評価

<授業への取組> 前向きに取り組めた。
<自分の考えを発表(表現)できましたか> 分からないことを友達に伝えたら、みんなが教えてくれて分かるようになった。
<関数ソフト活用について> 自分で操作してみて、見た目で分かり理解しやすかった。

### ③ 生徒Bの様子

第7時でのBは、 $y = 2x$  のグラフが「直線になる」ということを予想した。根拠としては、「点に沿って線を引けば直線になるから」と記録用紙に書き表していた。Bのグループは、直線になる理由として、「点と点が比例しているから」と考えたが、それについてBは理解できなかったようだ。自分で「関数ソフト」を操作していき、座標を細かくとりながら、それらの点の集まりが直線上に並ぶことを視覚的にとらえることで、直線になっていくことを実感していた。自分の「予想」が正しかったことを確認していた。Bの自己評価の振り返り欄には「予想と考えが合っていた」と書いてあった(資料7)。

## 資料7 第7時での生徒Bの自己評価

<授業への取組> ままあ取り組めた。
<自分の考えを発表(表現)できましたか> 発表できなかった。
<授業の振り返り> 予想と考えがあっていた。関数ソフトで確かめられた。

## (3) 「追究する過程」でのまとめ

「学び合い」活動を継続することで、Aは「どこが分からないか」を表現できるようになり、積極的に話し合いの中に入るようになった。Bも、「分かる」ということが自信となり、積極的に友達から教えてもらおうという意欲が見られるようになった。さらに、「関数ソフト」を活用することで、座標の表し方やグラフのかき方、「式、表、グラフ」の関連性を実感的に理解できた。それにより、グラフをかくときに、最初に表を作ることでxとyの値を確認し、表から座標をとりグラフをかいている様子が見られた。

全体的にもAやBから分かるように、「学び合い」活動の継続や「関数ソフト」の操作活動(図9、次頁)により、生徒たちは「表、式、グラフ」



を関連付けてとらえ、分かる生徒が一方的に教える形ではなく、お互いに考えを伝え合ったり教え合ったりしながら、生徒どうしで問題解決に取り組めるようになった。



図9 関数ソフトを使った授業

このことから、知識や技能の多様な活用の仕方を知り、それを問題解決につなげることができるようになってきたと考える。

3 「深める過程」において、「表、式、グラフ」を関連付けてとらえ、生徒が比例についての知識や技能を活用し、問題解決できるようになるために、「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れたことは有効であったか。

(1) 「表、式、グラフ」の関連性を実感的に理解させるための「関数ソフト」を用いた「学び合い」活動と「問題づくり」活動

① 全体の様子

第9時では、応用的な問題(問1)を提示した。

問1 姉と妹が同時に家を出発し、家から1800mはなれた図書館に行きます。姉は毎分200m、妹は毎分150mの速さで自転車に乗って行きます。家を出発してからx分後に、家からy mはなれたところにいるとして、(1)、(2)に答えなさい。

(1) 姉と妹が300mはなれるのは、家を出発してから何分後ですか。  
 (2) 姉が図書館に着いたとき、妹は図書館からあと何mのところにいるですか。

そして、個々に考えの根拠を書かせた。ほとんどの生徒が、「時間と姉・妹の進む距離」との関係を表にして考えていた。

数名の生徒は、自分の考えの根拠を「表から式」に関連付けてとらえていた(資料8)。

また、関数ソフトを自由に操作させた「学び合い」活動により、「表から式、式からグラフ」を関連付けられたようであった。

資料8 他へ伝えるための根拠(記述例)

＜他へ伝えるための 根拠＞(自分)

1	2	3	4	5	6	7	分
200	400	600	800	1000	1200	1400	姉
150	300	450	600	750	900	1050	妹
50	100	150	200	250	300	350	はなれた距離

式)  $200 - 150 = 50$   
 $300 \div 50 = 6$

(1) 6分後

(2)  $1800 \div 200 = 9$   
 $150 \times 9 = 1350$   
 $1800 - 1350 = 450$   
 妹は450mのところ

次に、比例の学習のまとめとして、「問題づくり」の授業を実施した。

「問題づくり」において、約7割の生徒が「表、式、グラフ」を関連付けてとらえられるような問題を作成していた(図10)。

◆自分で「比例」の新たな問題を作ってみましょう。＜問題と解答例＞図や表をかくても良いです。

＜問題＞ 8歳の岡村君は内職を始めた。  
 岡村君はお金のために休まなければなりません。  
 岡村君は1時間で5個作り、1個で4円もらえます。  
 (1) 岡村君が7時間作りつづけたらいくらもらえますか。  
 (2) 岡村君は新しいTシャツがあります。値段は4500円ですが、岡村君はまだ1500円しかっていません。内職を何時間したら、何日に4500円もらえるでしょう。  
 注、岡村君はまだお金の余裕がありません。  
 岡村君は残金は使いません。

図10 生徒が作った問題

ここでは、生徒たちが小グループ内での「学び合い」活動の中で、お互いに作った問題を説明していき、それぞれの考えを比較検討しながら代表問題を1問選んだ。そして、各グループから選ばれた問題の中から数問を作問者が実物投影機で提示し、クラスで一斉に解き合った。

② 生徒A、生徒Bの様子

問1では、AもBも表を作って考え、「学び合い」の中で積極的に説明していた(資料9、10)。

資料9 他へ伝えるための根拠(生徒A)

＜他へ伝えるための 根拠＞(自分)

姉	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
妹	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350
分	1	2	3	4	5	6	7	8	9

(1) 6分後 450m  
 $1800 - 1350 = 450$

資料10 他へ伝えるための根拠(生徒B)

＜他へ伝えるための 根拠＞(自分)

分	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
姉	0	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800	2000		
妹	0	150	300	450	600	750	900	1050	1200	1350	1500	1650	1800

600<考えの根拠(小グループ)> 116

＜質問事項＞ 誰の考えが参考になり、分かるようになったのか。 教えてくれた人 理解度(A、B)

○関数ソフトのグラフを使った A

Aは、その後、友達が関数ソフトを使ってグラフをかいて説明してくれたことで、「表からグラフ」を関連付けることもできたようである。その後、教えてもらった生徒に確認の意味で説明したり、分からない生徒に教えたりしている様子が見られた(資料11、次頁)。

### 資料11 第9時での生徒Aの自己評価

<授業への取組> 前向きに取り組めた。
<自分の考えを発表(表現)できましたか> 記録用紙に考えを書くことができ、まあまあ発表できた。
<学び合いについて> 友達の考え方がいろいろ参考になってよかった。
<授業の振り返り> 表だけではなくグラフから問題が解けることがわかった。

Bも、友達と一緒に、関数ソフトから考えていた。「表」だけでなく「グラフ」からも問題解決できることを学んだようであった(資料12)。

### 資料12 第9時での生徒Bの自己評価

<授業への取組> まあまあ前向きに取り組めた。
<自分の考えを発表(表現)できましたか> 記録用紙に考えを書くことができた。
<学び合いについて> 友達からグラフで考える方法を教えてもらった。
<授業の振り返り> 表を作って解けたが、グラフでもよく分かった。

#### (2) 「深める過程」でのまとめ

A、Bともに、「記録用紙」(資料13)に考えの根拠を表現できるようになってきたことで、「学び合い」活動に積極的に臨めるようになった。Aは、他から教えてもらうだけでなく、自分の考えを言葉で表現できるようになり、Bも少しずつ自分の考えを言葉でも表現できるようになった。

### 資料13 記録用紙(一部・例)

<他へ伝えるために> ① グループ全員が分かるような簡潔な説明にする。 ② 何を基に問題解決したのか。 ③ 言葉で説明できるようにする。		
自分の考え		
<他へ伝えるための 根拠> (自分)		
<考えの伝え合い> (小グループ)		
<質問事項> 誰の考えが参考になり、分かるようになったのか。	教えてくれた人	理解度(A、B)
①		

全体的にも、「記録用紙」に根拠を表現し、自分の考えを明らかにしながら「学び合い」活動に積極的に臨めるようになり、小グループ内で考えの根拠を説明する力が高まったと言える。

また、「問題づくり」を通して、お互いに作った問題を説明し合ったり、解き合ったりすることで、日常生活に関わる問題と「表、式、グラフ」の関連性とを結びつけてとらえることができるよ

うになってきたと考える。それにより、習得した知識や技能の多様な活用の仕方を共有することができ、それらを活用して問題解決することができるようになったと考える。

## Ⅷ 研究の成果と課題

### 1 成果

#### (1) つかむ過程

「学び合い」活動により、生徒はお互いに考えを伝え合ったり、教え合ったりすることで、伴って変わる二つの数量の間の規則性や関係性に気付くことができた。

#### (2) 追究する過程

「学び合い」活動の継続や、「関数ソフト」の操作活動により、生徒は問題解決に向けて互いに考えの根拠を伝え合ったり、実感的に理解したりすることで、習得した知識や技能の多様な活用の仕方を知ることができた。

#### (3) 深める過程

自分の考えを言葉で表現する「学び合い」活動や「問題づくり」活動を取り入れることにより、生徒は個々に作った問題を発表したり解き合ったりすることで、習得した知識や技能の多様な活用の仕方を共有することができ、それらを活用して問題解決できるようになった。

<授業実践後の生徒の感想> ○「学び合い」活動から ・みんなで協力し合って問題を解こうと努力した。みんなのおかげで解くことができた。 ・考えなどをいろいろと言葉で表現できました。 ・友達から「なるほど」と思えるようなものがあり、大変参考になりよかったです。 ○「関数ソフト」の操作活動から ・比例を式で表すことよりも、式や表からグラフをかくことがよく分かりました。 ・関数ソフトは、ひと目で分かるので、グラフや比例についてよく分かりました。 ・パソコンで比例のグラフを作ったとき、自分と同じ答えなのか、簡単に見ることができたので分かりやすかった。 ○「問題づくり」活動から ・他の人が、「比例の考え方」をどのように使って、どのように問題を作っているのかが分かりました。 ・友達が作った難題が解けなくて、答えを教えられたときに、「なるほど、そういう考えがあったんだ」と思いました。 ・友達の作った問題が、自分の考え方と違っていたので、「いろんな考え方があるのだなあ」とびっくりしました。
--

### 2 課題

第1学年の「比例と反比例」の単元での研究であったが、今後は第2学年の「1次関数」や第3学年の「関数  $y=ax^2$ 」など他学年の関数領域において、この研究を継続していきたい。その中で、生徒が「書き表すことや言葉で伝える」という表現活動をするのでどのように数学を活用する力が育つのかを、さらに明らかにしていきたい。