

(概要版)

図形領域における演繹的な考え方を高める指導の工夫 — 数学的な推論を支える推理の活動を取り入れて —

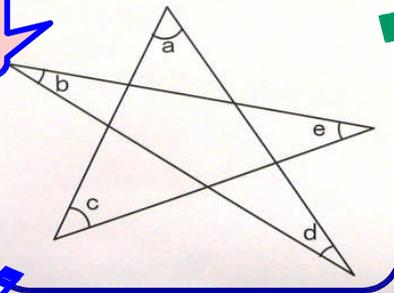
長期研修員 荒巻 武一

推理の活動って？

星形の5つの頂点の角の和は何度？



問題 $a+b+c+d+e=$?



推理の授業では

この星形の図形の中に三角形は何個？



従来の授業では

外側の三角形はすぐに分かったぞ！



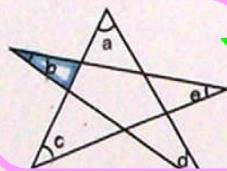
大きい三角形もあるのかえーといくつあるんだ？



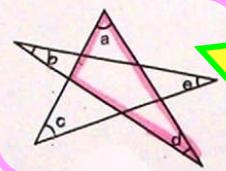
何度になると思う？

どうして 180° になるの？

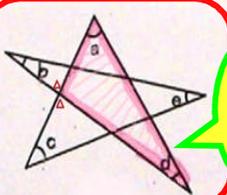
180° になる理由を考える



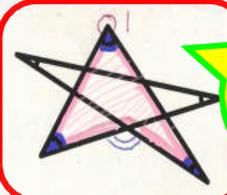
外側の小さい三角形が5つ



中を通る大きい三角形が5つ



三角形の外角の性質を確認



矢じりの形で
・個数の確認
・性質の確認

みんなが考えることができたね

図形の性質を組み合わせて考えることもできたぞ



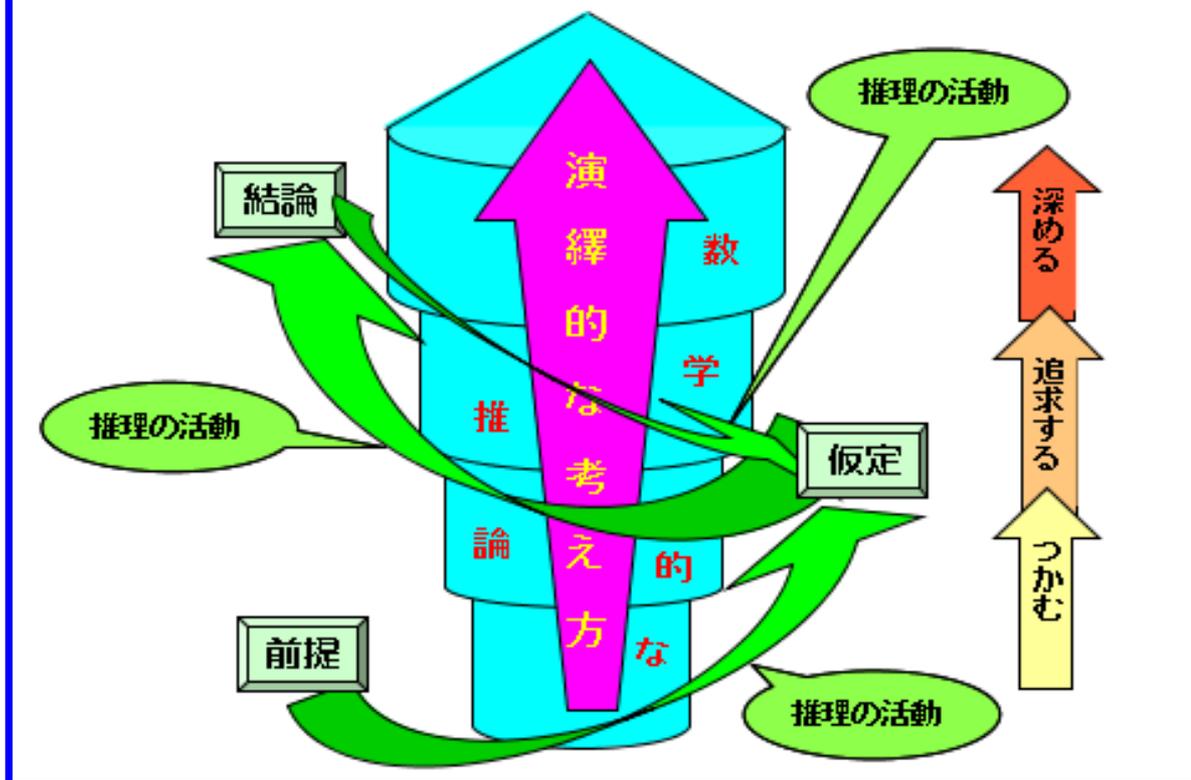
複雑な図形でも三角形を見いだせることができたね

研究の概要

本研究は、図形領域において演繹的な考え方を高めるために、課題から仮定と結論を生徒が認識し、仮定から結論までの証明の筋道を論理の規則に従って組み立てて考えることを目指した。そのために、単元を通して数学的な推論を支える推理の活動を授業に取り入れ、生徒が見通しをもって追求することを考えた。この活動を通して、一般化できる事柄を筋道立てて考えたり、三角形の合同条件の活用ができたりするように実践した。

研究構想図

演繹的な考え方の高まりと推理の活動の関係を表す構想図



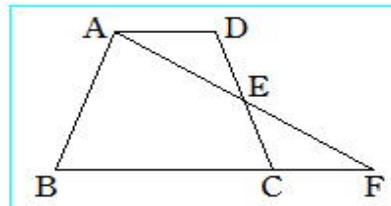
数学的な推論を支える推理の活動

推理の種類	推理の内容と効果
具体的に考える 推理	<p>具体例を複数考えることにより、共通点をつかむことで、特徴や法則性を見いだす推理の活動。</p> <p>具体的に考えることにより、事象の数量関係をとらえやすくする。また、事象の特徴や法則性を見いだすことができるので、推論の方向性や過程が考えやすくなる。</p> <p>例えば、n角形の内角の和を求めるときに、具体的に三角形や四角形、五角形の内角の和を求めることから考える活動である。</p>
仮定から広げる 推理	<p>課題から仮定の内容をとらえ記号化することで仮定を認識する推理の活動。</p> <p>記号化することで仮定と結論から必要な条件を考えやすくし、見通しをもつことができる。また、推論の根拠となる事柄も明確になる。</p> <p>例えば、事象の前提に「垂直である」とあったときに、$\angle A = \angle B = 90^\circ$ のように証明で表す形に記号化することを考え、仮定を認識する活動である。</p>
結論から広げる 推理	<p>結論から証明の根拠となる条件を考え、仮定に当てはまる条件を絞り込むことで、推論を進めていく推理の活動。</p> <p>事象に対する見方や考え方を最初から順番に考えるのではなく、最後からさかのぼって考えるので、仮定から結論への推論だけでなく、結論から仮定への推論も合わせて考えることができ、推論の過程の見通しがもてる。</p> <p>例えば、結論が平行であったときに、平行を示すために平行線になるための条件を考え、同位角か錯角が等しくならないかと考える活動である。</p>

仮定から広げる推理の活動

(三角形の合同の証明を考える授業実践)

AD//BCである台形 ABCD において辺 CD の中点を E とする. また AE の延長が BC の延長と交わる点を F とする.
このとき $\triangle AED \equiv \triangle FEC$ を証明しなさい。



結論 **仮定**

課題から仮定と結論をとらえる

形式的な意味
仮定 ならば 結論

言葉の意味
仮定：問題の設定されている条件
結論：証明したいこと

「ならば」がないけど、言葉の意味を考えれば

推理の活動

とらえた仮定と結論を記号で表す

AD // BC
台形 ABCD
CD の中点 E

結論
 $\triangle ADE \equiv \triangle EFC$

台形の定義と平行はあなじだ



中点は線分の真ん中の点だ

仮定
AD // BC
DE = CE

証明を考えよう

見通しをもって **角**
平行線の $\angle ADE = \angle FCE$
錯角

仮定から図形の性質を使って
合同条件の要素でない
AD // BC

辺
合同条件の要素
DE = CE

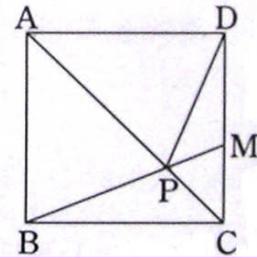


「仮定と結論は、形式的な意味と言葉の意味から考えて」
「仮定と結論は記号で表そう」
→ 「証明の見通しがもてるぞ」

結論から広げる推理の活動

(三角形の合同を使った証明を考える授業実践)

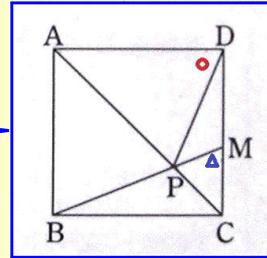
正方形 ABCD において、辺 CD 上の点を M、線分 BM と対角線 AC の交点を P とする。このとき、 $\angle CMB = \angle PDA$ であることを証明せよ。



仮定
正方形 ABCD
結論
 $\angle CMB = \angle PDA$
△ ○



証明の見通し
がもてないよ



○と△の関
係を考えて



○と△の角
を含む合同
な三角形は

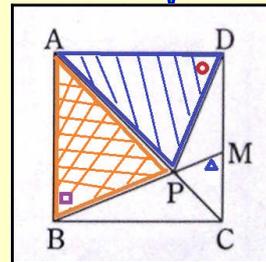


結論から逆
に考えてみ
よう!

錯角だ!
 $AB \parallel DC$ で
△=□ だ!



対応する角は
等しいから
○=□



わかった!
 $\triangle ADP \equiv \triangle ABP$

証明を考
えよう

図から証明
の見通しを
考えよう



合同な図形
からわかる
ことは?



「結論から逆に考えるのも分かりやすいぞ」
「図に示して見るといいね!」
「図から合同や図形の性質が見えてくるぞ」

研究の成果

単元全体を通して、数学的な推論を支える推理の活動を取り入れたことにより、演繹的な考え方を高めるためには、特徴や法則性を見いだす考え方や記号化したり図に視覚化したりする考え方、似たような条件のもとでは似たような結果が成り立つという考え方などの数学的な考え方をはたらかせるようにすることが有効であると分かった。

問い合わせ先

群馬県総合教育センター

担当係: 研究企画係

0270-26-9212(直通)