

数学科学習指導案

平成22年10月12日（火）～11月22日（月） 2年3組教室

指導者 荒 巻 武 一

1 単元名 平行と合同

2 題材の考察

○ 生徒の実態 ー略ー

○ 題材について

生徒たちは、図形に関して、小学校で観察や構成などの活動を通して、基本的な平面図形や立体について理解を深めてきた。

中学1年生では、観察、操作や実験などの活動を通して基本的な作図や図形の移動、空間における直線や平面の位置関係を学習した。さらに、小学校で学んできた立体を空間図形としてとらえ、直線や平面図形の運動によって構成されるものとしてとらえ直したり、見取り図や展開図、投影図でとらえたりして、理解を深めてきた。また、新しく扇形や柱体、錐体、球を学習した。

本単元では、基本的な平面図形の性質について学習し、観察、操作や実験などの活動を通して理解を深める。また、平面図形の合同や三角形の合同条件を学習し、証明の必要性和意味及びその方法について理解する。それとともに、図形の性質の考察における数学的な推論の必要性和意味及びその方法を理解し、論理的に考察し表現する能力を養う。

また、本単元では、証明、つまり論理的に考察し表現することを初めて学習する。これまでに、論理的に考えることは経験してきたが、それをある程度決まった言い回しや記号や式で形式的に表現することは初めてであり、生徒にとっては難しいと考える。

そこで、数学的な推論を支える推理の活動を単元すべての授業で取り入れることで、証明を考えていく力、つまり、演繹的な考え方を高め、難しさを軽減したいと考えた。数学的な推論を支える推理の活動とは推論を推し進めるための学習活動である。

単元計画の序盤では、具体的に考える推理の活動、つまり具体例を複数考えることにより、共通点をつかむことで、特徴や法則性を見いだす推理の活動を取り入れ、課題の数量関係をとらえやすくしたり、推論の方向性や過程が考えやすくしたりすることを考えた。

そして、単元の中盤では、課題から仮定の内容をとらえ記号化することで、仮定から広げる推理の活動を取り入れ、証明の土台となる仮定をとらえる力を高めることを考えた。仮定を記号化し認識できれば、証明に必要な条件を考えやすくし、見通しをもつことができ、さらに、証明の根拠となる事柄も明確となると考えたからである。

単元の終盤では、結論から証明の根拠となる条件を考え、仮定に当てはまる条件を絞り込むことで考えを進めていく結論から広げる推理の活動や、課題の特徴から既習の学習を想起することで見方や考え方を類推する推理の活動を取り入れ、難しいと思える問題に対しても、推論を推し進めていく力を高めることを考えた。そうすることで、見方や考え方を多方面から模索することができ、推論の方向性や過程が鮮明になると考えたからである。

○ 題材の構想

本題材では、まず、対頂角、同位角、錯角、平行線について、その意味と性質を考える。平行線の性質については、具体的に平行線の作図をし、平行となる根拠を考える活動を通して、意味と性質について理解する。

次に、多角形の内角の和について考える。具体的に、三角形、四角形、五角形の内角の和を考えることで、 n 角形の内角の和の求め方を考える。この活動を通して、内角の和の公式を理解し、その活用の仕方を理解する。

次に、多角形の外角の和について考える。具体的に、三角形、四角形、五角形の外角の和を考えることで、すべての多角形の外角の和も 360° になることを考える。この活動を通して、外角の和の考

え方を理解し、その活用の仕方を学習する。

次に、三角形の外角の性質について考える。具体的に三角形の外角を求める問題を複数考えることから、その性質に気付き、その性質の根拠を考える。この活動を通して、三角形の外角の見方や考え方、その性質を使った解き方を理解する。

次に、合同な図形について考える。複数の三角形から仲間はずれとなる三角形を見付ける学習を通して、合同の意味を理解する。また、対応の考え方や合同の記号を使った表現について学習し、問題を解くことで理解を深める。

次に、三角形の合同条件について考える。同じ条件から三角形を具体的に作図することで、作図の方法によって合同な三角形ができることから、合同条件が導かれることを考える。この活動を通して、合同条件の意味や活用の理解する。

次に、課題から仮定と結論をとらえ、記号で書き表すことについて学習する。いろいろな表現の文章から仮定や結論の意味を考えることで、仮定と結論を読み取り、記号で書き表せるようにする。この活動を通して、問題文から仮定と結論を証明に使いやすい記号化された形に書き表す力を養う。

次に、三角形の合同条件を使って、問題から合同となる三角形を識別する学習をする。課題から仮定を記号化することで合同条件を推理する。この活動を通して、合同条件に必要な三つの要素を意識させ、記号を使って書き表す力を養う。

次に、三角形の合同の証明について書き方を学習する。仮定から合同条件の3要素でわかっているものと足りないものを認識することで、合同条件を考える。この活動を通して証明の書き方について理解を深め、仮定から結論へ見通しをもって考える素地を育てる。

そして、仮定に合同条件の要素がない問題を考える。仮定に直接合同の要素となるものがないことから、仮定から図形の性質などを考えることで、合同の要素を追求する。この活動を通して、仮定から結論へ見通しをもって考える力を高め、証明を書く順番や決まり文句の使い方の理解を深める。

さらに、結論が三角形の合同でない問題を考える。「合同な図形は対応する辺や角が等しい」ことを利用した証明の方法を考える。この活動を通して、結論が三角形の合同でない証明の書き方を理解し、その見方や考え方を養う。

最後に、角が等しくなる根拠が「 60° + 共通する角」である問題を学習して、この学習を基にして、「 90° + 共通する角」や「 90° - 共通する角」である問題を考える。この活動を通して、既習の問題を想起することで見方や考え方を類推する力を養う。

○ 本題材を進めるに当たって支援等は、次のとおりである。

- (1) 単元を進めるに当たっては、一つの一つの授業に推理の活動を取り入れることで、生徒の推論を考えやすくし、自力で推論を推し進められるように、生徒から考えを引き出すように工夫する。
また、個人の差が大きい単元でもあるので、個別指導を意識して行いたい。
- (2) 対頂角、同位角、錯角、平行線の意味と性質を考える際には、自分で作図した平行線に 60° と 45° に交わる直線を引くことで、平行線の性質を推理する。そして、具体的な図と言葉の意味を関連させてとらえさせる。平行線の性質の根拠を考える際には、同位角が異なる直線を考えさせ、平行の場合を推理させる。
- (3) 多角形の内角の和を考える際には、具体的にまず三角形、四角形、五角形で考える。補助線を引くことを考えさせ、対角線を引くことで角数が増えると対角線で分けられた三角形が増えることに気付かせ、 n 角形の内角の和を推理する。
- (4) 多角形の外角の和を考える際には、具体的に三角形、四角形、五角形を考え、一つの頂点で隣り合う内角と外角の和は 180° であることから、数量関係を探り、法則性を推理する。変化の様子からどんな多角形でも 360° になることを実感させる。
- (5) 三角形の外角の性質を考える際には、具体的に内角の和の問題を解くことからその性質を推理する。さらに、この三角形の外角の性質を元にして、矢じり形や星形の形の角度を求める問題を発展的に考えさせ、図形の性質の活用を考える。
- (6) 三角形の合同条件を考える際には、問題の条件に合わせて合同な三角形を作図することを考え

- る。条件や三つの要素の場所によって、作図の方法が決まり、一通りしか作図できないものが合同条件になることを推理させ、合同条件が導かれることを実感させながら理解させる。
- (7) 仮定と結論をとらえ、記号で表すことを考える際には、仮定と結論を理解させ、いろいろな表現の文章から仮定と結論を読み取れるように指導する。この活動を通して、証明問題から仮定と結論を記号で書き表すことを推理する。
- (8) 三角形の合同条件を使った問題演習を考える際には、課題から仮定を記号化して表すことで、三角形の合同条件の二つの要素をとらえさせ、残りの一つの要素を図形の性質から推理する。
- (9) 証明の意味と記述のポイントを考える際には、課題から仮定を記号化することで合同条件に必要な三つの要素を考えさせる。仮定を認識し、合同条件の不足分の要素を考えさせ、必要な要素を課題から推理する。
- (10) 三角形の合同の証明の問題演習を行う際には、仮定に合同条件の要素が少ない場合に、仮定から図形の性質を使って分かることがないかを考えさせ、合同条件を絞り込み、合同条件の要素を推理する。
- (11) 三角形の合同を使った証明の問題演習を行う際には、結論が三角形の合同でない場合に、結論から逆に必要な根拠を推理させる活動を通して、三角形の合同と結論を結びつける力を養う。
- (12) 単元のまとめとして問題演習を行う際には、これまでの三つの推理を活用させて考える。また、「 $60^\circ - (\text{共通する角})$ 」から角が等しくなる例題を基にして、「 $90^\circ + (\text{共通する角})$ 」、「 $90^\circ - (\text{共通する角})$ 」を類推させて推理する。この活動を通して、解法の見通しがもてないときにも、既知の学習を想起し、類推して推論を推し進められる力を養う。

3 目 標

- 観察や操作や実験などの活動を通して、基本的な平面図形の性質を見だし、平行線性質を基にしてそれらを確認することができる。
- ・ 平行線や角の性質を理解し、それらに基づいて図形の性質を確認説明ができる。
 - ・ 平行線の性質や三角形の角についての性質を基にして、多角形の角についての性質を見いだすことができる。
- 図形の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに、図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を養う。
- ・ 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解することができる。
 - ・ 証明の必要性和意味及びその方法について理解することができる。

4 評価規準 ー略、報告書 4 ページ参照ー

5 指導計画(全15時間) ー略、報告書 4, 5 ページ参照ー 使用教科書「新しい数学 2」東京書籍

6 本時の学習指導

【研究授業1】

- 目 標：対頂角、同位角、錯角、平行線の意味と性質を理解し、それを使った考え方を活用することができる。

学習活動	評価項目 [評価方法]	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 図と関連させて、対頂角の意味を考える。			10	・ 図の形や位置の関係を、言葉の意味と関連させて指導する。
	具体的に考える推理の活動			
2. 30° 、 45° 、 60° の角度の対頂角を図に書き、				

図から対頂角の性質を考える活動をする。 ○対頂角の性質を見いだす活動 ○対頂角が等しい理由を考える活動 3. 図と関連させて、同位角と錯角の意味を考える。		・ 三つの図から共通点を見付けさせる。 ・ 共通点から特徴や法則性を考えさせる。 ・ 直線上の角は180° になることを助言する。
具体的に考える推理の活動 4. 平行線の作図と60° と45° の直線を引かせて、平行線の性質を考える活動をする。 ○平行線をノートに作図する。 ○平行線の意味を確認する。 ○平行線に交わる直線を引き、錯角、同位角を確認する。 ○平行線に45° と60° に交わる直線をかいて、平行線の性質を見いだすことを考える。 5. 平行線の性質が成り立つ理由を考える。 ○平行線の意味から考える。 ○平行線の作図から考える。 ○同位角から考える。 ○同位角が等しいことから錯角を考える。	20	・ 既習の平行線の作図の書き方を確認する。 ・ 板書で、等しい同位角と錯角を色を付けて強調する。 ・ 平行線の図で、具体的な60° と45° の直線について、同位角や錯角に視点をあてて考えるように助言する。 ・ 同位角が等しくないときの直線を記述させて、図はどうなるのか考えさせる。 (平行線の作図の理由がに結びつける) ・ 同位角が等しいことを使って、錯角が等しいことに結びつく思考の過程を発表させ、その考え方を強調する。
【知識・理解】対頂角と同位角、錯角の意味を理解できているか [観察 態度]		
6. 対頂角と平行線の性質を使った演習問題を行い、その考え方を活用することができる。 7. 平行線になるための条件を考える。	20	・ 基本的な問題からはじめ、徐々に難しい問題を出題していく。 ・ 対頂角、同位角、錯角の見方、考え方をおさえながら取り組ませる。

【研究授業2】

○目 標： 多角形の内角の和の求め方を理解し、その使い方を習得する。

学習活動 [評価項目][評価方法]	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
具体的に考える推理の活動 1. 適当な三角形の内角の和が、何度になるか考える。 2. どんな三角形でも180° になる理由を考える。 ○平行線を引いて考える。 3. 四角形の内角の和を考える。まず、角度を予想し、どんな四角形でもその角度になる理由を考える。 ○$180 \times 2 = 360$ 4. 五角形の内角の和を考える。まず、角度を予想し、どんな五角形でもその角度になる理由を		5 5 5 5	・ 小学校の既習事項を想起させる。 ・ 特別でない三角形を切って角を合わせると直線になることを見せ、180° になることを確認させ、これと同じことが平行線を引くことで、考えられることを考えさせる ・ 図を用いて補助線を引くことで、三角形の内角の和を利用できないか考えさせる。 ・ 三角形と四角形の内角の和から予想させる ・ 補助線が互いに交わらないように引かないと余分の三角形ができることを理解させ、

考える。 ○ $180 \times 3 = 360$			一つの頂点から対角線をひくことが一番効率がよいことに気づかせる。
5. 六角形の内角の和を図を考えずに、これまでの考え方を基に考える。	5		
6. n 角形の内角の和を n を使って表せないか考える。 ○ n 角形の内角の和が $180(n - 2)$ となることを公式として確認する。	15		・ ヒントとしてこれまで学習した三角形から六角形そして n 角形の頂点、三角形の数と内角の和を表に表して考えさせる。
【数学的な考え方】多角形の内角の和やこれまで学習した既知のことに帰着して論理的に考察することができる。[観察 態度、ノート]			
7. 問題演習を行い、多角形の内角の和の公式を活用して考える。	10		・ $180(n - 2)$ の公式の使い方がわかるように、代入して求められることを支援する。

【研究授業3】

○目 標： 多角形の外角の和の求め方を理解し、その使い方を習得する。

学習活動 [評価項目][評価方法]	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 多角形の外角の和が何度になるか考える。 ○例えば、正三角形、正四角形、正五角形の外角の和は何度になるか考える。 ○多角形の外角の和は 360° になると予想する。		10	・ 自由な発想で何度になりそうか、予想させ、理由も考えさせる。 ・ 具体的に正多角形の図形を考え、角度を計算して予想をさせる。
具体的に考える推理の活動		25	
2. 「多角形の外角の和は 360° である」ことの原因を考える。 ○三角形の外角の和が 360° になる理由を考える。 $180 \times 3 - 180 \times 1 = 360$ (頂点の内角と外角の和) $\times$ (頂点の数) - (三角形の内角の和) = (外角の和) ○四角形の外角の和が 360° になる理由を考える。 $180 \times 4 - 180 \times 2 = 360$ ○五角形の外角の和が 360° になる理由を考える。 $180 \times 5 - 180 \times 3 = 360$ ○「多角形の外角の和は 360° である」ことの原因を考える。			・ 一つの頂点の内角と外角の和は 180° になることから考えさせる。 ・ 三角形の内角の和は 180° になることから考える。 ・ 三角形、四角形、五角形の外角の和を具体的に考え、共通点を見だし、すべての多角形で成り立つ理由を考えさせる。 ・ n 角形の内角の和で考えた頂点の数と三角形のできる数の関係から、その差は 2 となることを説明する。
【数学的な考え方】多角形の内角の和やこれまで学習した既知のことに帰着して論理的に考察することができる。 [観察 態度、ノート]			
3. 問題演習を行い、多角形の外角の和が 360° の考え方や見方を活用して考える。		15	・ 問題を解きながら、さらに多角形の内角と外角の関係の理解を深める。

【研究授業4・5】

○目 標： 三角形の外角の性質を理解し、その使い方を習得する。

○準 備： 学習プリント1（資料編P15参照）

学習活動 評価項目〔評価方法〕	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
具体的に考える推理の活動 1. 三角形の外角の性質を考える。 ○三角形の内角の和を利用して問題を解き、そこから共通点を見だし、三角形の外角の性質を発見する。 2. 「三角形の1つの外角は、それと隣り合わない2つの内角の和に等しい」ことの理由を考える。 ○外角の頂点を通る平行線を引いて、平行線の性質を使って説明できることを考える。		20	・ 答と2つの内角に着目させて、考えさせる ・ 三角形の内角の和の解法を想起させて考えさせる。平行線を引くことに気づかせる。
3. 三角形の外角の性質を使った問題演習を行い、その考え方や方法を考える。 ○三角形の図形から外角を求める問題を解く。 ○三角形2つの蝶形の問題を解き、内角の和と三角形の外角の性質の二通りを考える。 4. 矢じりの形の問題を解く。 ○多角形の内角の和を活用して考える。 ○補助線を引いて、三角形の外角の性質を考える。 ○補助線を引いて、平行線の性質を活用して考える。		30	・ 基本的な考え方の定着を図る。 ・ 三角形の外角の性質の見方、考え方を広げられるように支援する。 ・ 生徒の自由な発想を取り上げ、授業に生かすようにする。 ・ 補助線を引くことで、図形の性質が利用できるように気づかせる。
5. 矢じりの形の解き方を振り返り、三角形の外角、平行線、2つの角の和を活用した解き方を考える。 具体的に考える推理の活動 6. 星形の5つの頂点の角の和を考える。 ○星形の図形の中の三角形の個数を考える。  ○「中を通る三角形」について、三角形の外角の性質から二つの内角の和と等しい外角を考える ○星形の図形の中の矢じりの形の個数を考える。 ○見つけた矢じりの形について、3つの内角の和と等しい外角を考える。 ○星形の5つの頂角の和を考える。 【数学的な考え方】 三角形の外角の性質やこれまで学習した既知のことに帰着して論理的に考察することができる。 〔観察 態度、ノート〕		10	・ 既習の図形の性質について利用方法を考えさせて、見方や考え方を広げられるように、生徒の発想を紹介し、その良さを強調する。
		5	・ 学習プリント1に見つけた三角形を記入して視覚的に考えさせる。 ・ 「中を通る三角形」が見つから生徒場合には、見つけた生徒に一つだけ発表させる。
		5	・ 学習プリント1に等しい角を記入させて、視覚的に考えさせる。
		5	・ 学習プリント1に見つけた矢じりの形を記入して視覚的に考えさせる。
		5	・ 学習プリント1に等しい角を記入させて、視覚的に考えさせる。
		15	・ 三角形の外角と矢じりの形の性質を図の中に書いて考えるように助言する。 ・ 早くできた生徒には、平行線や多角形の内角の和、外角の和の性質も使えないか助言し、その解法を考えさせる。

		・色々な考え方を発表させて、図形の発展的な見方、考え方ができるように支援する。
7. 問題演習を行い、三角形の外角の性質を活用して考える。	5	・問題を解きながら、三角形の外角の性質の理解を深める。

【研究授業6】

○目 標： 合同の意味、合同な図形の性質、合同を表す記号の意味がわかり、その使い方を習得する。

学習活動 評価項目〔評価方法〕	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 仲間はずれを探せ問題を考える。 ○いろいろな三角形から仲間はずれになっている三角形を考える。 ○いろいろな多角形から仲間はずれになっている図形を考える。 【関心・意欲・態度】 三角形のどの辺や角に着目すると2つの三角形が合同になるのかについて関心を持ち、それについて調べようとする。 〔観察、態度・ノート〕		20	・三角形の中から合同にならない一つの三角形を見つける活動から、辺や角に目を向けさせ、合同な図形を考えさせる。 ・多角形の合同を考えることで、辺の長さだけでなく、角の大きさも大事な要素であることを実感させる。 ・選んだ図形が、仲間はずれになる理由を考えさせ、発表させる。 ・仲間はずれでない図形の理由を考えることで、合同な図形の意味を理解させる。 ・合同な図形の意味や学習活動を振り返ることで、合同な図形の性質を考えさせる。
2. 合同の意味を考える。 3. 合同な図形の性質を考える。			
4. 対応を意味と書き方（順序）を意識させて、合同の記号の使い方を考える。 ○三角形の合同を記号で表すことを考える。 ○対応には、対応する点、辺、角があることを学習し、記号を使って表現できることを考える。		20	・重なり合う同士が対応することになることを強調し、意識させる。 ・記号で表すときには、対応を考えなければならないことを意識させ、順番に気をつけることを注意する。
5. 問題演習を行い合同や対応の書き方を考える。		10	・わからない生徒へ個別指導を行う。

【研究授業7】

○目 標： 三角形の合同条件を理解し、それを使って合同な三角形の判定ができる。

学習活動 評価項目〔評価方法〕	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. プリントの三角形をもとに、その辺や角を計測し、合同な三角形を作図することを考える。 ○同じ計測や作図でなく、ちがうやり方で少なくとも3回の作図を考える。 ○どのように作図したのか発表する。		10	・プリントの三角形と合同な三角形を作図するために、自分の判断で長さや角度を量って良いことを告げる。 ・一つの作図ができたら、別の方法でさらに書くように告げる。 ・生徒の発表を板書に残し、必要だった要素がわかるようにする。

○みんなの発表から気づいたことを話し合い、合同な三角形を作図するために必要な要素を考える。		・どんな条件がそろえば、合同な三角形がかけられるかを話し合いの焦点となるようにする。
2. 三角形の合同条件を考える。 ○角度と辺の長さについて、 辺だけの場合と角だけの場合で、いくつわかれば書けそうか考える。 ○三角形の合同条件は、要素は3つ、辺は必ず入らなければならないことを考える。	5	・合同条件とはどういうものなのか、考えを巡らせるために意見が出やすい雰囲気を作る。 ・合同条件に必要な最小の要素を考えさせる。 ・三角形の合同条件の見通しをもてるようにする。
具体的考える推理の活動	25	
3. 具体的な条件で合同な三角形が作図できるのか考える。 ○辺が3つの場合、3つの辺の長さが3 cm、5 cm、6 cmである三角形を作図する。 (合同条件 3組の辺がそれぞれ等しい) ○辺が2つと角が1つの場合、2つの辺の長さが5 cm、4 cm、1つの角度が 45° である三角形を作図する。 (2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい) ○辺が1つと角が2つの場合、1つの辺が5 cm、2つの角度が 60° と 45° である三角形を作図する。 (1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい)		・作図した三角形が近くの友達と同じ形になり、全員が合同の三角形になっていることから合同条件になることを実感させる。 ・同じ条件でも、形の異なる三角形がかけられることを確認し、辺や角の場所が決まることで一つしかかけなくなることを実感させる ・合同条件が、必然的に決まることを実感させる。
4. 問題演習を行い、合同条件を使って、合同な三角形の判定を考える。 【知識・理解】 三角形の合同条件を使って、2つの三角形が合同であるかどうかを判別できているか。 [観察 態度・プリント]	10	・等しい辺や角の数に着目させて、合同条件にあてはまるかどうかを確認させる。

【研究授業8】

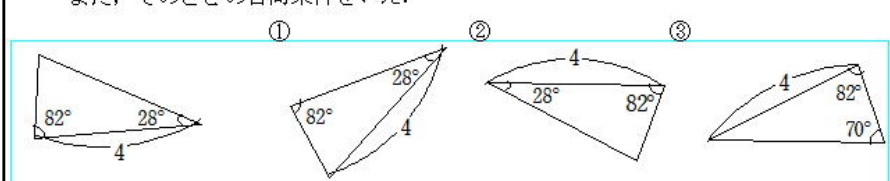
○目 標： 仮定と結論の意味を理解し、問題から仮定と結論を読み取ることができ、記号で表すことができる。

学習活動 [評価項目][評価方法]	時間	支援及び留意点
1. 既習の図形の性質についてその内容を思い出す。 ○対頂角の性質を考える。 ○平行線の性質を考える ○多角形の内角の和と外角の和の性質を考える。 ○合同な図形の性質を考える。 ○三角形の内角の和と外角の性質を考える。 ○確認した性質の文章に「ならば」を入れて、意味が通るように考える。	15	・既習事項の復習となるので、テンポ良く答えさせていくようにする。

○「ならば」の意味を考えることで、仮定と結論の意味を学習する。 形式的な意味：AならばB　：　A仮定、B結論 言葉の意味 仮定：前提条件、問題で設定されている条件、 問題から直接わかる（書かれている）こと 結論：前提から導かれる結果、証明したいこと	
仮定から広げる推理の活動 2. 問題演習を行い、仮定と結論を問題から読み取ることを考える。 ○ p 101の問 1 を考える。（ならばがあり、記号と文章を読み取る） ○ p 100のたしかめ 2 の証明の問題から、仮定、結論を読み取る。（ならばがあり、記号） ○ p 103たしかめ 2 の証明の問題から、仮定、結論を読み取る。（仮定が文章から記号へ） ○ p 107章の問題 A の 4 の証明の問題から、仮定、結論を読み取る。（仮定が文章から記号へ） ○ p 103問 2 の証明の問題から、仮定結論を読み取る。（ならばがないとき） ○ p 108章の問題 B の 2 の証明の問題から、仮定、結論を読み取る。（ならばがなく、仮定が文章から記号へ）	30 ・「ならば」の前は、前提条件を表すことを強調する。 ・「AならばB」、「直接わかる（書かれている）こと」、「証明したいこと」というキーワードを強調する。 ・形式的な意味を想起させ、考えさせる。 ・「ならば」がない場合は、言葉の意味を想起させる。 ・これまでの学習では仮定を問題のまま、写せば良かったが、証明では記号で表した方がよいことを強調する。 ・文章の意味から記号に表すことを考えさせる。 ・記号に表すのが難しい生徒には、図に表すことを考えさせる。 ・答を発表させるときには、どのように考えたのかを発表させる。
【知識・理解】問題文から仮定と結論が読み取れているか。〔観察 態度・ノート〕	
○問題演習を行い、仮定結論を読み取り、適切に表現することを考える。	5 ・わからない生徒へ個別指導を行う。

【研究授業9】

○目 標： 三角形の合同条件を使って、三角形の合同に必要な3つの要素を式で表し、その根拠も記述できる。

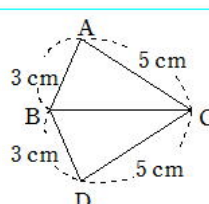
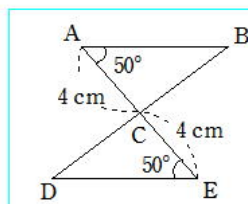
学習活動 評価項目〔評価方法〕	時間	支援及び留意点
仮定から広げる推理の活動 1. 角度や辺の長さが入った課題から合同条件の3つの要素とその条件を書き表すことを考える 問 次の図で、いちばん左の三角形と合同な三角形を答えよ。 また、そのときの合同条件をいえ。  ○合同条件と三角形の合同を記号で書き表すこと	15	・左の三角形から合同条件を予想させる。 ・合同な三角形を見つけ、合同条件の3つの要素が成り立つから、合同になることを強調する。

を考える。

問 次の図において、 にあてはまる合同な三角形を書き入れ、
そのとき使った合同条件をいえ。

1) $\triangle ABC \equiv \triangle$

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle$



・具体的な図形から、共通する辺の考え方を指導し、共通する角も理解させる。

○合同な三角形と合同条件を考える。

○合同条件の3つの要素を式で表すことを考え、その理由も考える。

(1)の場合 $AC = EC$ (4 cm)
 $\angle A = \angle E$ (50°)
 $\angle ACB = \angle ECD$ (対頂角)

(2)の場合 一略

○具体的な数値は、問題に設定されていることなので、理由を仮定できることを考える。

・(1)は、例題的に扱い、(2)を自力解決できるように個別指導を行う。

・仮定の意味を具体的に理解できるように(1)で説明し、(2)を自力で仮定に直させる

2. 課題から合同条件の3つの要素を式で書き表し、その条件を書き表すことを考える。

○ p 98 の問2を行い、合同条件の3つの要素を式で書き表すことを考える。

○3つの要素の根拠を考え、記述する。

3. 具体的な証明問題から、合同条件の3つの要素を式で書き表し、その根拠とその条件を書き表すことを考える。

○ p 99 の例2 (角の二等分線の証明)を行い、3つの要素の根拠を考え、記述する。

4. 具体的な証明問題から、合同条件の3つの要素を式で書き表し、その根拠とその条件を書き表すことを考える。

○ p 100 のたしかめ2を行い、3つの要素の根拠を考え、記述する。

30 合同条件に必要な要素を3つ、具体的に記号を使って表し、3つの要素、合同条件、合同の順に書き表すことを強調する。

・記号で表した式の根拠となる事柄を考え、式の前に記述させる。

・共通する辺を確認する。

・仮定と結論を前時の授業を想起させて考えさせる。

・仮定がはっきりしないと、根拠となることが明確にならないことを実感させる。

・これまでの学習を理解しているかの確認する問題なので、解らない生徒に個別指導をする。

・解説するときに、共通する角をもう一度強調する。

5. 問題演習をする。

【表現・処理】 問題文から三角形の合同条件の3つの要素を記号化して表し、その根拠と条件が推測できるか。 [観察 態度・ノート]

5 分からない生徒へ個別指導を行う。

【研究授業10】

○目標： 証明の意味を理解し、三角形の合同の証明においてその書き方を理解する。

○準備： 学習プリント2 (資料編P16参照)

学習活動 [評価項目][評価方法] ○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 「三角形の内角の和が 180° である。」の証明を考える。 ○仮定を書く。 ○平行となる補助線を引く。 ○平行線の性質である同位角、錯角を使う。 ○直線上の角は 180° であることを使う。 ○結論を書く。	15	・既知の学習内容を実際に証明として書き表すとどうなるのか想像させて考えさせる。 ・以前の学習を想起させ、証明の筋道を明らかにしながら、証明を考えさせる。 ・書き方の大原則として、「理由を書いて事実を書く」を意識させる。
2. プリント2を使って、証明の意味と表現の仕方を考える。 ○証明の意味を考える。 ○三角形の合同の証明の書き方を考える。	20	・先の証明を例えとして、証明のポイントとなることを強調して説明する。 ・証明の書き方には型があることを理解させ、仮定から証明、結論へ導かれる流れを意識させる。
仮定から広げる推理の活動 3. 問題演習を行い、証明の書き方を習得する。 【表現・処理】 証明の書き方に合わせて、正しく証明が書けているか [観察 態度・プリント]	15	・仮定を認識し、合同条件の3要素の何が分かっているかを考え、あと何がそろえば成り立つのか推理することを助言する。 ・証明の書き方に習って、正しく書けているか確認しながら、個別指導を行う。

【研究授業11】

○目標： 三角形の合同の証明の問題演習を行い、証明の書き方と考え方を理解する。

○準備： 学習プリント3（資料編P17参照）

学習活動 [評価項目][評価方法] ○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 本時に関連する復習事項を振り返る。 ○問題1において、合同な三角形を見つけ、記号で表し、合同条件を考える。	10	・三角形の合同条件や対応の関係が理解できているか確認する。
2. 仮定に合同条件の要素が一つだけの問題を前時の証明の書き方を確認しながら全体で考える。 ○問題2を考え、問題を解きながら、証明の書き方のポイントを確認する。 ○仮定から辺が1組分かることから、証明の筋道を考える。	15	・問題から仮定と結論が読み取れているか確認し、そのポイントを助言する。 ・証明の順序と決まり文句を覚えているか確認し、大事であることを強調する。 ・仮定から一つの要素を発見させ、合同条件を推理させる。
仮定から広げる推理の活動 3. 仮定に合同条件の要素がない場合の三角形の合同の証明問題を自力で考える。 ○問題3（要素は一つ、正方形）を考える。 ・正方形の定義から、辺が等しいことを考える。	25	・個別指導を行い、解らない生徒へ、解き方を指導する。 ・仮定の midpoint と平行から分かることを考えるように助言する。

・平行線から分かることを考える。 ○問題4（要素はない、台形）を考える。 ・中点から考える。 ・平行から考える。 ・辺が1組から合同条件の根拠を考える。 【表現・処理】 証明の書き方に合わせて、 正しく証明が書けているか [観察 態度・プリント]	・仮定から、等しい辺が2組あることがわかるので、合同条件は何になるのか考えるように助言する。 ・仮定から等しい辺が1組しか見つからないことから、合同条件を考えさせる。
--	--

【研究授業12】

○目 標： 三角形の合同の証明の問題演習を行い、証明の書き方を習得する。

○準 備： 学習プリント3，41（資料編P17，18参照）

学習活動 評価項目〔評価方法〕 ○生徒の活動	時間	支援及び留意点
1. 仮定に合同条件の要素が一つある問題を前時の学習を想起しながら解く。 ○学習プリント3の問題3を考える。 ・仮定より1組の辺が等しいことから、合同条件を考える。 ・平行から等しい角を考える。 ・合同条件から等しい要素とその根拠を考える。	15	・三角形の合同の証明の書き方を確認させる。 ・仮定から考えられる合同条件絞り込むことを考えさせる。 ・等しくなると予想した角の根拠を考えさせる
仮定から広げる推理の活動 2. 仮定に合同条件の要素が直接表現されていない問題を考える。 ○学習プリント4の問題1（三角形、中点、平行）を考える。 ・仮定から合同条件が「1組の辺」となることを予想する。 ・両端の角が等しくなる根拠を考える。 ・二つの平行線から角が等しいことを考える。 ○問題2（正三角形、ひし形）を考える。 ・等しい辺を見つけることを考える。 ・正三角形、ひし形から考える。 ・等しい辺から合同条件を考え、残りの要素である角について考える。 ・仮定で活用していない平行を考える。	15	・仮定から広げる推理を行い、問題から仮定と結論を記号で表し、問題を把握させる。 ・仮定の辺の要素から合同条件を予想し、証明の見通しをもてるように助言する。 ・平行線の見方、考え方を確認する。 ・仮定を確認し、まず辺から考えさせる。 ・合同条件を考えるときには、辺に着目し、仮定の辺の要素から合同条件を予想し、証明の見通しをもてるように助言する。 ・仮定の正三角形とひし形から分かることを考えさせる。 ・仮定の平行の活用を考えさせる。
結論から広げる推理の活動 3. 三角形の合同の証明を利用して証明する問題を考え、証明の見通しを話し合う。 ○学習プリント5の問題4を考える。 ・仮定から証明を考える。	15	・結論が合同でないことから、どうすれば証明ができるのが考えさせ、証明の見通しをもてるようにする。 ・仮定から証明を考えても、結論が三角形の

・ 結論から証明の組み立てを考える。 ・ 合同と結論が結びつきを考える。 ・ 合同な図形の性質を使って、証明を考える。 【数学的な考え方】 証明を考えるとき、仮定から見通しを持ったり、結論から見通しを持ったりして、考えることができるか〔観察 態度・プリント〕		・ 合同でないため、見通しがもてないので、結論から考える方法を全体で考えさせる。 ・ 辺が等しい根拠に合同があることに気付かせる。
○三角形の合同を使った証明が書けるように問題演習を行う。	5	・ 分からない生徒に対して、個別指導を行う。

【研究授業13・14】

○目 標： 三角形の合同の証明の問題演習を行い、自力で証明ができる。

○準 備： 学習プリント5（資料編P19参照）

学習活動 評価項目 〔 評価方法 〕	○生徒の活動	時間	支援及び留意点
結論から広げる推理の活動		20	
1. 学習プリントの問題5を考える。 ○証明の見通しについて話し合う。 ○問題から仮定と結論を記号で表す。 ○結論が成り立つためには、という観点で考える ○合同と結論の錯角との結びつきを考える。 ○三角形の合同から対応する角が等しいことを活用して証明を考える。 ○話し合った見通しをもとに証明を書く。		15	・ 仮定から広げる推理を想起させて考えさせる。 ・ 結論の平行が成り立つための理由を考えさせ、同位角・錯角が等しくなることに気付かせる。
2. 問題6（正方形）を考える。 ○問題から仮定と結論を記号で表す。 ○結論を図の中に表し、結論から考える。 ○合同な三角形を見付け、その証明を考える。 ○対応する角と結論の角の関係を考える。 ○正方形から分かることを考える。 ○三角形の合同と結論の結びつきを考える。		15	・ 結論から逆に証明の組み立てを考え、見通しを持って証明を考えさせる。 ・ 結論を図の中に表し、結論を含む図形に着目して考えさせる。 ・ 正方形には、たくさんの性質があることを確認する。
3. 学習プリントの問題7（ひし形）を考える。 ○問題から仮定と結論を記号で表す。 ○結論を含む図形から合同な三角形を考える。 ○ひし形からわかることを考える。 ○三角形の合同と結論の結びつきを考える。 【数学的な考え方】 証明を考えるときに、仮定から見通しを持ったり、結論から見通しを持ったりして、考えることができるか〔観察 態度・プリント〕		15	・ 問題6の解法を参考にして考え、自力で証明が書けるように、個別指導を行う。

【研究授業15】

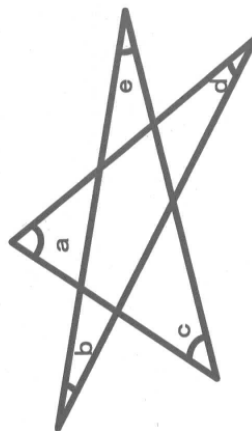
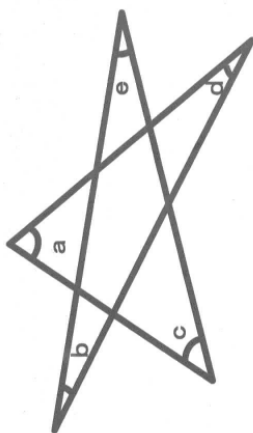
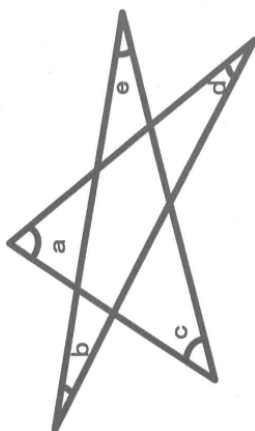
○目 標： 三角形の合同の証明の問題演習を行い、自力で証明ができる。

○準 備： 学習プリント 6（資料編 P 20 参照）

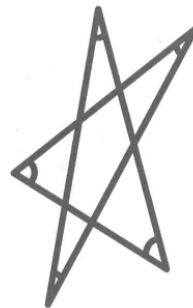
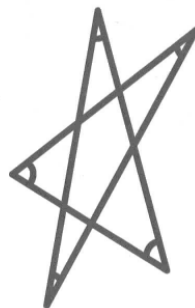
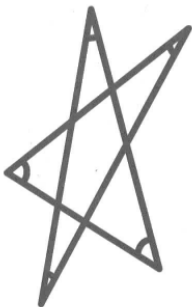
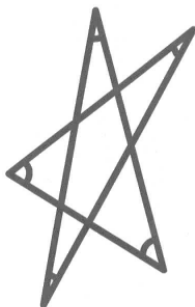
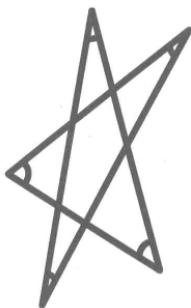
学習活動 評価項目〔評価方法〕 ○生徒の活動	時間	支援及び留意点
結論から広げる推理の活動 1. 学習プリント 6 の問題 1 を考え、解答について話し合う。 ○解答を予想する。 ○答が 60° になる理由を考える。 ○正三角形から分かる角度を考え、図の中に 60° の角をマークして考える。 ○合同になりそうな三角形を考える。 ○合同になる理由を考える。 ○ $60^\circ - \angle DAC$ つまり、（定まった角）－（共通の角） で等しい角が示すことができることを考える。	20	・ 解答を予想させ、自由な発想で考え、発表させる。 ・ 既習の角度の問題とはちがって、証明を考える必要があることを告げ、考えさせる。 ・ 仮定から正三角形の内角は 60° であることを確認する。 ・ 合同条件が「2 組の辺とその間の角」に予想できることから、間の角の根拠を考えさせる。 ・ 等しい角が、（定まった角）－（共通の角）で示せることを強調する。
2. 問題 2 を考える。 ○問題から仮定と結論を記号で表す。 ○問題 1 から解き方を類推して、証明を考える。 ○問題 2 では、 $90^\circ +$（共通の角） で等しい角が示せることを考える。	15	・ 仮定の正方形から、分かることを確認する。 ・ 仮定から問題 1 と構造が同じであることに気付かせる。 ・ 問題 1 から考え方を類推させて、証明を考えさせ、自力で解けるように個別指導をする。 ・ 等しい角が、（定まった角）＋（共通の角）で示せることを強調する。
3. 問題 3 を考える。 ○問題から仮定と結論を記号で表す。 ○問題 1 から解き方を類推して、証明を考える。 【数学的な考え方】 証明を考えるときに、問題の特徴から既習の学習を想起することで、見方や考え方を類推して考えることができるか 〔観察 態度・プリント〕	15	・ 仮定の長方形から、分かることを確認する。 ・ 仮定から問題 1 と構造が同じであることに気付かせる。 ・ 問題 1 から考え方を類推させて、証明を考えさせ、自力で解けるように個別指導をする。

星形問題 学習プリント1 (5時間目)

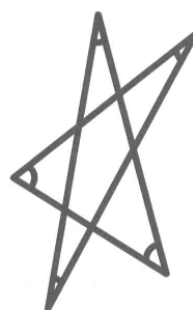
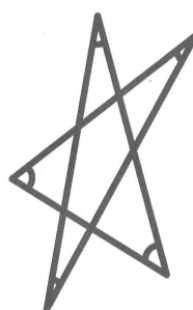
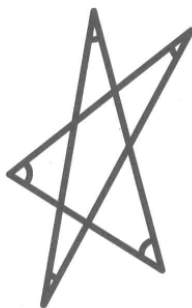
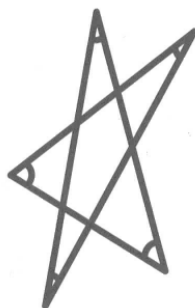
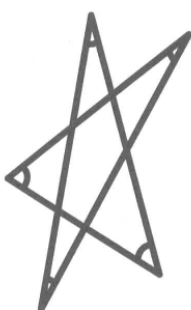
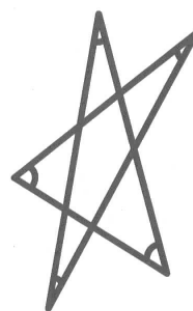
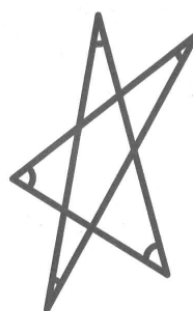
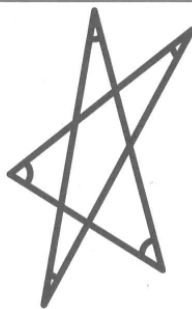
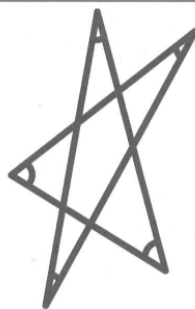
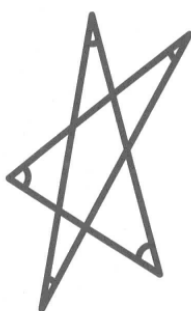
問題 $a+b+c+d+e=?$



問題 矢じりの形はいくつ?



問題 三角形はいくつある?



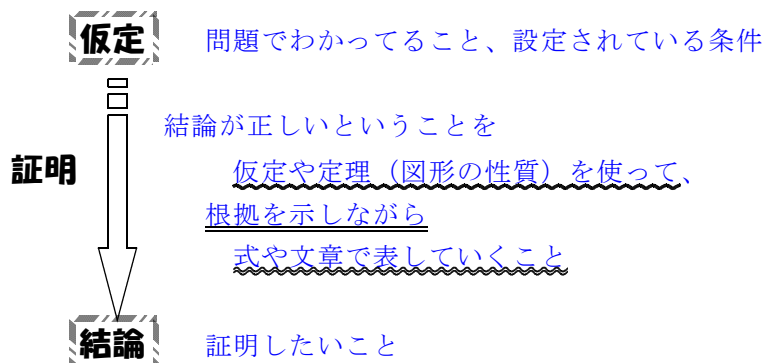
三角形の証明 学習プリント2 (10時間目)

※青字は、消して印刷し、生徒に書かせるようにしました。

証明とは、

あることがらが成り立つわけを、すでに正しいとわかっている性質を根拠にして示すこと

簡単に図で表すと



証明の書き方

基本形 三角形の合同の証明

(仮定) 問題から仮定と結論を

(結論) 書き出す

(証明) $\triangle$ _____ と $\triangle$ _____ において

仮定より _____ = _____ ... ①

_____ = _____ ... ②

(図形の性質・定理)から

_____ = _____ ... ③

①, ②, ③より(三角形の合同条件)から

$\triangle$ _____ $\equiv$ $\triangle$ _____

教科書 p 98 問2 の証明をやってみよう!

①

(仮定) =

=

(結論)

(証明) $\triangle$ _____ と $\triangle$ _____ において

仮定より _____ = _____ ... ①

_____ = _____ ... ②

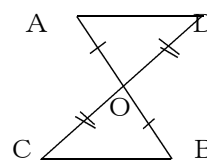
から

_____ = _____ ... ③

①, ②, ③より

$\triangle$ _____ $\equiv$ $\triangle$ _____

から



【 ②と③もやってみよう! 】

② (仮定)

(結論)

(証明) $\triangle$ _____ と $\triangle$ _____ において

仮定より _____ = _____ ... ①

_____ = _____ ... ②

から

_____ = _____ ... ③

①, ②, ③より

$\triangle$ _____ $\equiv$ $\triangle$ _____

から

③ (仮定)

(結論).

(証明) $\triangle$ _____ と $\triangle$ _____ において

仮定より _____ = _____ ... ①

_____ = _____ ... ②

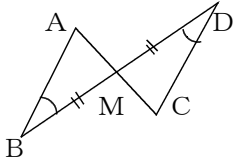
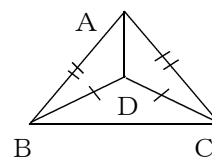
から

_____ = _____ ... ③

①, ②, ③より

$\triangle$ _____ $\equiv$ $\triangle$ _____

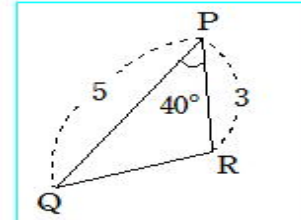
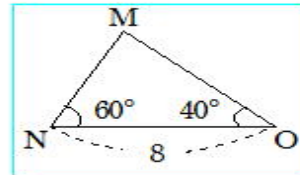
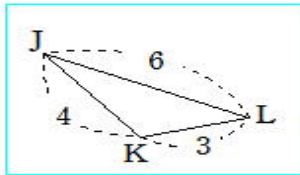
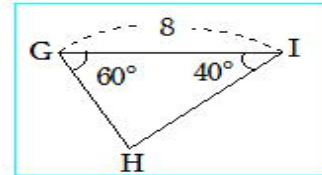
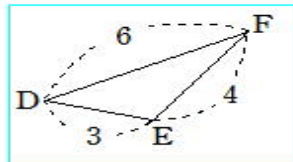
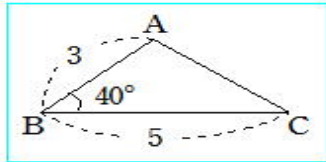
から



証明問題 学習プリント3 (11時間目)

証明問題 基本()組()番 名前()

1. 次の図で、合同な三角形を見つけよう。



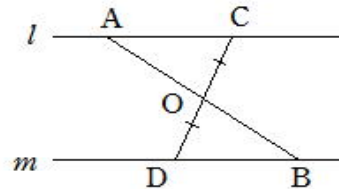
$\triangle ABC \equiv \triangle$ ()

$\triangle GHI \equiv \triangle$ ()

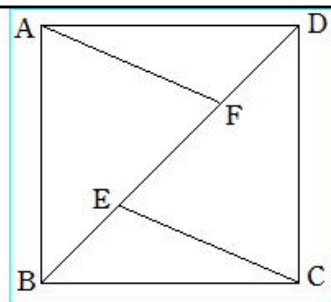
$\triangle JKL \equiv \triangle$ ()

2.

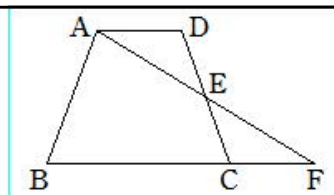
右の図で、 $l \parallel m$, $CO = DO$ のとき
 $\triangle AOC \equiv \triangle BOD$
 であることを証明せよ。



3. 右の図の正方形 ABCD の対角線 BD 上に、
 $BE = DF$ となる 2 点 E, F をとる。
 このとき、 $\triangle AFD \equiv \triangle CEB$ であることを証明せよ。

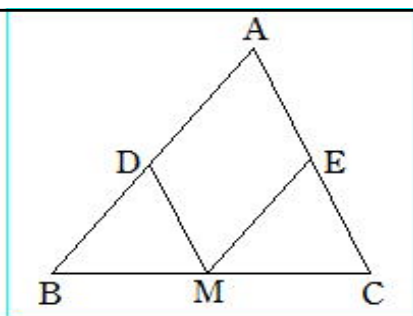


4. $AD \parallel BC$ である台形 ABCD において辺 CD の中点
 を E とする。また AE の延長が BC の延長と交わる点
 を F とする。
 このとき $\triangle AED \equiv \triangle FEC$ を証明しなさい。



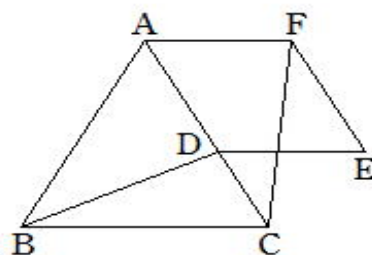
1.

右の図の $\triangle ABC$ で、辺 BC の中点を M とし、 M を通り辺 AC 、 AB に平行な直線と、辺 AB 、 AC との交点をそれぞれ D 、 E とする。このとき、 $\triangle DBM \equiv \triangle EMC$ であることを証明せよ。

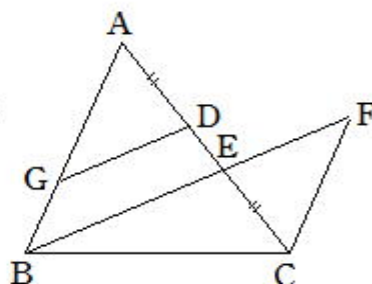


2.

右の図のように、1つの平面上に正三角形 ABC とひし形 $ADEF$ があり、 $AF \parallel BC$ とする。このとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACF$ であることを証明せよ。



3. 右の図のように、 $\triangle ABC$ において、辺 AC 上に $AD = CE$ となるように 2 点 D 、 E をとる。 BE の延長と、点 C を通り辺 AB に平行な直線との交点を F とする。また、点 D を通り BF に平行な直線と辺 AB との交点を G とする。このとき、 $\triangle AGD \equiv \triangle CFE$ であることを証明せよ。



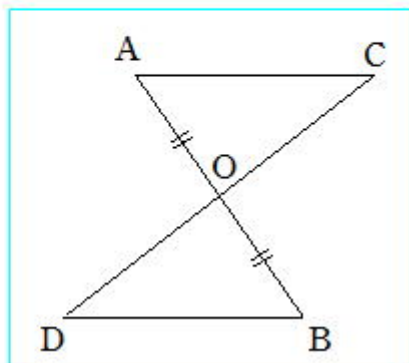
証明問題 学習プリント5 (14時間目)

証明問題 II ()組()番名前()

4.

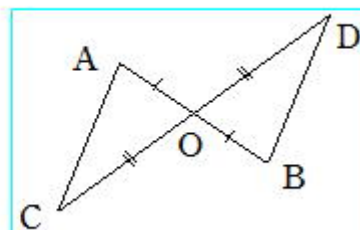
2つの線分 AB , CD が下の図のように交わっている.

$AC \parallel DB$, $AO = BO$ ならば $AC = BD$
であることを証明しよう.



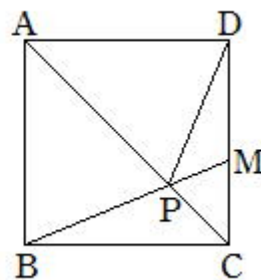
5.

図のように, 2つの線分 AB , CD がそれぞれ
の中点 O で交わっている. $AC \parallel DB$ であることを
証明せよ.



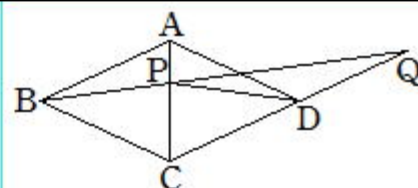
6.

正方形 $ABCD$ において, 辺 CD 上の点を M , 線分 BM と対
角線 AC の交点を P とする. このとき, $\angle CMB = \angle PDA$ で
あることを証明せよ.



7.

ひし形 $ABCD$ において, 対角線 AC 上に $AP < PC$ と
なるように点 P をとり, BP の延長線が CD の延長線
と交わる点を Q とするとき, $\angle ADP = \angle DQP$ となる
ことを証明せよ.

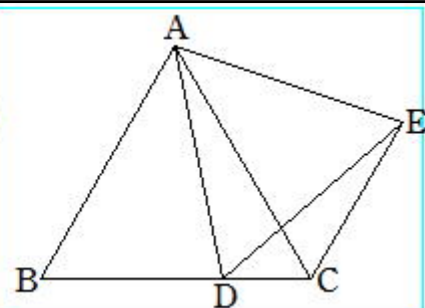


証明問題 学習プリント6 (15時間目)

共通の角証明問題()組()番名前()

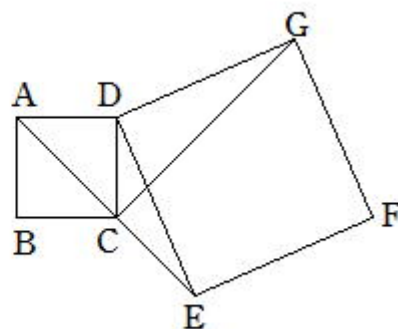
1.

右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC 上に点 D をとり，線分 AD を1辺とする正三角形 ADE を直線 AD について点 C と同じ側につくる．このとき， $\angle ACE$ は何度か．



2.

右の図のように，正方形 $ABCD$ の対角線 AC の延長上に点 E をとり， DE を1辺とする正方形 $DEFG$ をつくる．このとき， $\triangle AED \equiv \triangle CGD$ であることを証明せよ．



3.

右の図は，2つの長方形を重ねたものであり，長方形 $ABCD$ ， $EFGC$ は合同である．このとき， $\angle BGC = \angle EDC$ であることを証明せよ．

