

群 教 セ	E03 - 03
	平24.246集

数学的論拠に基づいて論述する能力 を高める高校数学科指導の工夫

— 論述する過程をサポートする言語活動を通して —

長期研修員 中根 未奈

《研究の概要》

本研究は高校数学において、生徒が論述の解答を作成する際の思考過程を、言語活動を通して互いにサポートし合い、数学的論拠に基づいて論述する能力を高めることをねらいとしたものである。具体的には、公式リングを作成することで既習事項の定着を図り、考え方の切り口を問うチェックリストを付けた問題を解き、接続パターン表を使って思考過程を論理的な文章にする経験をさせることで、論述する能力を高められることを検証した。

キーワード 【数学—高 論述 言語活動 公式リング チェックリスト】

I 主題設定の理由

高校数学においては、平成24年度入学生より新高等学校学習指導要領が実施されている。新学習指導要領数学の目標に、「数学的活動」を一層重視すること、数学を様々な場面で活用できるよう「体系的な理解」を深めることなどが追加された。これは2003年OECD生徒の学習到達度調査(以下PISA調査)において、2000年PISA調査と比較して、日本の数学的リテラシーの順位が1位から6位に下がり、自由記述形式の問題の無答率が国際平均より高いことから、日本の生徒は記述式問題、知識・技能を活用して解答する問題を苦手とすることが明らかになったことが背景にある。その後PISA調査における数学的リテラシーの順位は2006年10位、2009年9位と、トップグループの国々と有意な差があり、無答率も自由記述形式の問題において国際平均より高いままである。また、国際数学・理科教育動向調査(TIMSS2007)の調査結果によると、日本の数学の授業では、複雑な問題を解くための方法を生徒自身が選ぶ学習活動が国際平均より少なく、数学学習にかかわる目的意識をもった主体的な活動である「数学的活動」の機会が十分ではない現状がうかがわれ、新学習指導要領の目標と現状に開きが見られる。

群馬県教育委員会が示している平成24年度県立学校教育指導の重点の中で、数学の目標には、「数学的活動を通して、数学における基本的な概念や体系的な理解を深め、将来にわたり自ら学び自ら考える力や創造性の基礎となる力が育成されるよう留意する」とあり、この目標を達成するため、数学的活動、言語活動を充実することが求められている。

高校数学において、問題を解くということは答えを出すだけではなく、根拠に基づき答えに至る過程も記述することである。高校普通科では、生徒の多くが上級学校への進学を希望しており、生徒に進路希望を実現できる力を身に付けさせることが求められている。さらには、やがて社会人となる生徒に、問題解決に至る過程を論理的に表現する能力は身に付けさせたい資質である。ところが自身の経験から、高校生の応用問題、記述式問題に対する無答率は高い。これは生徒が、問題を解くために必要な既習事項が定着していない、どう解けばよいか分からない、何となく答えは出せるが記述ができないなどの問題点を抱えているためと推察される。以上のことから、高校数学において生徒に身に付けさせたい表現する能力とは論述する能力だと考え、本研究では、論述する過程をサポートする言語活動を通して、数学的論拠に基づいて論述する能力を身に付けさせることを主題とした。

II 研究のねらい

高校数学において、公式リングを作成し、チェックリストを付けた問題を解き、接続パターン表を使って記述をするという言語活動を行うことにより、生徒一人一人について、数学的論拠に基づいて論述する能力を高められることを明らかにする。

III 研究の見通し

- 1 単元のまとめ学習の第一段階において、公式リングを作成するグループ活動で復習を行えば、言語化を通して既習事項が定着するであろう。
- 2 単元のまとめ学習の第二段階において、応用問題をチェックリスト付きの問題シートに解くグループ活動を行えば、解決の方針を立てる力が身に付くであろう。
- 3 単元のまとめ学習の第三段階において、問題解決の方針に基づき、接続パターン表を使い、論述シートに解答を記述する活動を行えば、確かな論述をする能力が高まるであろう。

IV 研究の内容

1 「数学的論拠に基づいて論述する能力」とは

数学的論拠とは、問題を解く際に根拠となる、数学分野における概念の定義または定理である。そして、数学的論拠に基づいて論述する能力とは、結果となる答えだけではなく、根拠から論理的に答えを導き出す過程も合わせて記述する能力ととらえる。

その育成のためには、根拠となりうる既習の定義・定理の定着と、根拠を正しく選び解決の方針を立てられること、根拠から答えを導き出す過程を整理して論理的に記述できること、という三つの力を身に付ける手だてが必要であると考えた。

2 「論述する過程をサポートする言語活動」とは

本研究において考案した (1)「公式リング」を作成する (2)「チェックリスト」を使って問題を解く (3)「接続パターン表」を使って解答を記述するという三つの活動である。これは順に、既習事項を定着する、問題の解決の方針を立てる、論理的に記述をするための活動であり、論述に関して生徒が抱えている問題点を、生徒同士の話し合いによりお互いに補い、論述する能力を高めることをねらいとする。論述問題は応用問題となるので、これらの活動は単元がひととおり終わった段階でまとめ学習として行う。具体的な活動内容は以下のとおりである。

(1) 「公式リング」を作成する活動について

問題を解く際、既習の公式を関連させられるよう、公式を、数式を使わず図と言語で表現することを通して、曖昧に覚えている公式を正確に確認し、公式の条件や使い方を復習し、既習事項の定着を目的とする活動である。単元において、図1のように既習の公式、公式の図や言語による説明、公式の使い方などをまとめたものを作成する。

作成手順は、まず4名程度のグループで、単元のタイトルと主要な定義を中心に書いた模造紙に、教科書に太字で書かれている公式を定義の周りにペンで書く。次にその外周に、図や言語による公式の

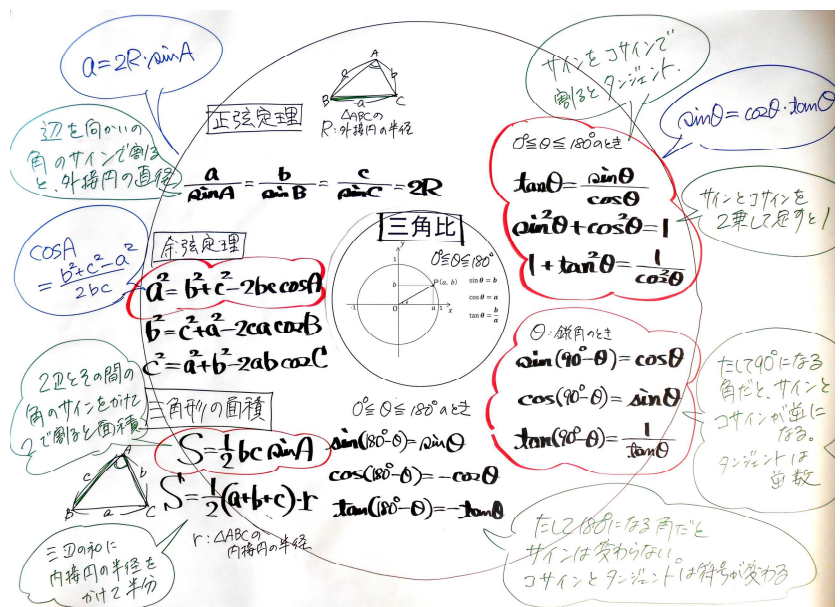


図1 公式リングの例

説明をグループで考え、吹き出しに入れて書き込み、公式の条件や使い方、特徴も書き加えて作成する。

(2) 「チェックリスト」を使用する活動について

解決の方針を立てられるようになることを目的とする活動である。チェックリストとは、問題を解く過程で、問題の示す状況を理解できているか、何を求めれば解決と言えるのか、既習のどの知識と関連するかなど、自問すべき事項を図2のように箇条書きにしたものである。各項目は単元の問題を解くとき、一般的に使えるヒントになっている。

まず、チェックリストの項目を添えた問題プリント（問題シート）に、グループでお互いに話し合いながら項目に沿って考え、解決の方針を立て、プリントに書き込む。次の問題は、チェックリストと問題をそれぞれ配付し、個々にチェックリストの項目を意識しながら問題を解く。最終的にチェックリストなしで問題を解く。

(3) 「接続パターン表」を使用する活動について

問題の解法を考えた後、立てた解決の方針を生徒同士で説明し合い、文章にする活動をするにより、根拠を整理し、筋道を立てた解答を書き、論述する能力を高めることを目的とする。接続パターン表とは、数学の解答でよく使われる「△△定理を使うと」や「〇〇より××」といった、数式や計算式の接続パターンの一覧である（図3）。

問題の解決の方針と、数式の変形や計算を生徒同士で確認し合った後、接続パターン表を参考にしながら、根拠を整理し、授業プリント（論述シート）に解答を記述する。

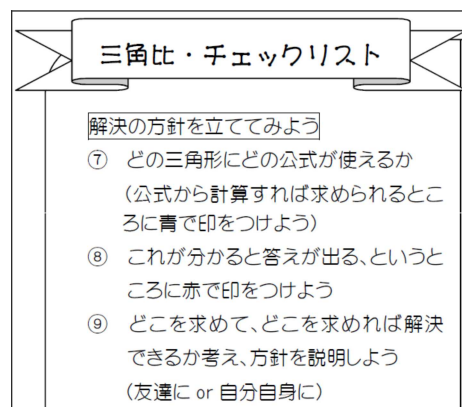


図2 チェックリスト（一部抜粋）

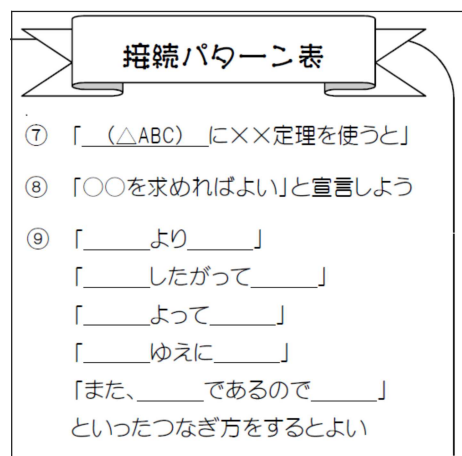
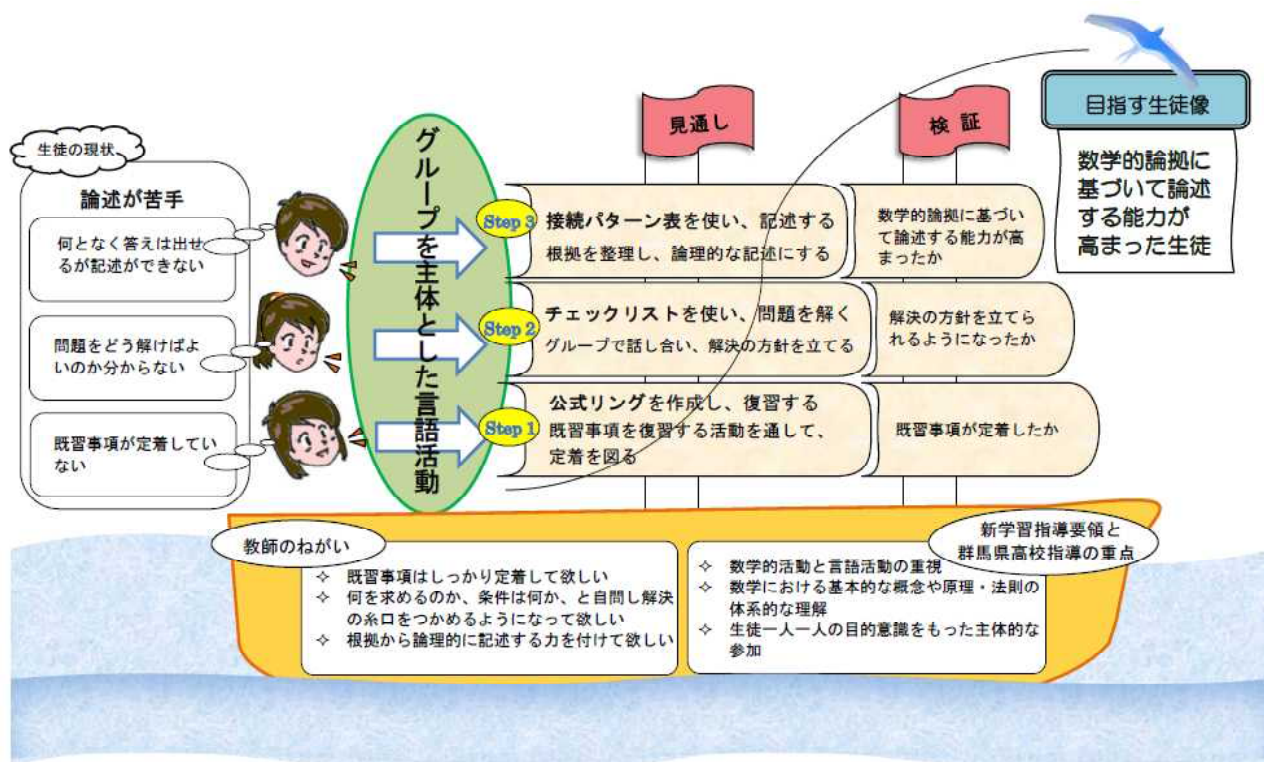


図3 接続パターン表（一部抜粋）

3 研究構想図



V 研究の計画と方法

1 検証計画

研究の見通しに基づき、研究協力校の第1学年3クラスで授業実践を行う。実践前後のテスト、公式リング、授業プリント（公式メモシート・問題シート・論述シート）によって検証する。

(1) 研究授業実践の概要

対象	研究協力校 高等学校第1学年 77名（3クラス）
実践期間	平成24年度10月15日～10月18日 3時間×3クラス 計9時間
単元名	数学I「図形と計量」三角形への応用（数研出版）
単元の目標	三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、事象の考察に活用できるようにする。

(2) 検証の観点と方法

項目	検証の観点	検証の方法
見通し1	単元のまとめ学習の第一段階において、公式リングを作成するグループ活動で復習を行うことは、言語化を通して既習事項を定着することに有効であったか。	公式リングの作成を通して次の点で評価を行う。 ①説明ができた公式の数、②公式リングの吹き出しの記述の数、③公式メモシートの記述から、既習事項が定着したかを総合的に評価する。
見通し2	単元のまとめ学習の第二段階において、応用問題をチェックリスト付きの問題シートに解くグループ活動を行うことは、解決の方針を立てる力を身に付けることに有効であったか。	チェックリストを使用して解いた問題シートにおける記述により、個々の生徒に解決の方針を立てる力が身に付いたかを評価する。
見通し3	単元のまとめ学習の第三段階において、問題解決の方針に基づき、接続パターン表を使い、論述シートに解答を記述する活動を行うことは、確かな論述をする能力を高めることに有効であったか。	実践後のテストの記述において、数学的論拠に基づいて論述する能力が高まったかを評価する。

(3) 抽出生徒

実践前のテストと事前調査により、次の3名を抽出生徒とした。

生徒 a	能力は高く、計算力もあり、答えは出せるが根拠の記述に不足する点が見られる
生徒 b	中位層の生徒であり、公式は覚えているが、応用問題での使い方が分からない
生徒 c	下位層の生徒であり、公式を曖昧に覚えており、応用問題はほぼ無解答である

2 指導計画

時間	主な学習活動	指導上の留意点	評価の観点・評価方法・評価項目 (◎：十分満足 ○：おおむね満足)
1	<ul style="list-style-type: none"> 4名程度のグループで公式リングを作成する。 グループの生徒全員がお互いに説明できる公式は緑、そうでない公式は赤のペンで囲む。 	<ul style="list-style-type: none"> 活動の進み方を考慮し、グループは成績の平均がほぼ同じになるよう編制する。すべての生徒が活動に参加できるよう、事前に予習として公式を調べる課題を出しておく。 公式リングの作成方法を黒板で例示し、模造紙に公式を書くよう指示する。 すべてのグループで公式が書き上がったら、公式を色ペンで囲むよう指示する。 公式の外側に吹き出しを書き、公式の言葉や図を使った説明を考えて書くよう指示する。赤のペンで囲まれた公式を、グループの全員が説明できたら青のペンで囲むよう指 	<p><見通し1>単元のまとめ学習の第一段階において、公式リングを作成するグループ活動で復習を行うことは、言語化を通して既習事項を定着することに有効であったか。</p>

<ul style="list-style-type: none"> ・ 公式の説明を、話し合いながら書き込み、公式をグループの全員が説明できたら青のペンでさらに囲む。 ・ 公式について気付いたことを公式メモシートに書く。 	<p>示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 説明が書けず活動の止まったグループには、別のグループと交流するよう指示する。 ・ 公式の変形した形や使い方も書き込むよう指示する。 ・ 重要な公式の説明について、よい説明を書いたグループに発表させる。 ・ 公式メモシートに、具体的な公式についての気付きをメモさせ、本時の活動で覚えられなかった公式をメモするよう指示する。 	<p>【数学的な見方や考え方】(観察)公式リングに書き込んだ公式を、式を使わずに書くことを通して、確認ができたかを、公式メモシートの記述から評価する。(○：既習事項の確認ができた ◎：既習事項の確認ができ、さらに復習ができた)</p>
<p>2</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ チェックリスト付きの問題シート①を配付し、グループで解く。 ・ 解決の方針を立てる。 ・ グループで確認しながら計算する。 ・ 解答を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ グループに前時で作成した公式リングを配付しておく。 ・ チェックリストを読み上げ、チェックをさせながら、問題をグループで解くよう指示する。 ・ 問題を解く際、進んでいないグループに対し、チェックリストの項目を意識するよう促す。 ・ 解ける生徒はチェックリストを使わず解くことが予想されるが、解けない生徒のサポートや、互いに協力して解く場面で、チェック項目の利用を促し、考えた視点の振り返りをさせる。 ・ 解決の方針が立てられたグループは計算もするよう指示する。 ・ 指名生徒に発表させ、解決の方針を確認させる。 ・ グループで確認しながら計算するよう指示する。 ・ 解答を示し、正解なら丸を付けるよう指示する。家庭学習課題として問題シート②を配付しチェックリストを使用して解くよう指示する。 	<p>〈見通し2〉単元のまとめ学習の第二段階において、応用問題をチェックリスト付きの問題シートに解くグループ活動を行うことは、解決の方針を立てる力を身に付けることに有効であったか。</p> <p>【数学的な見方や考え方】(課題プリントの観察)問題シート②を観察し、個人で解決の方針が立てられるようになったかを評価する。(○：解決の方針が立てられ、的確な公式に代入できた ◎：さらに正解が出せた)</p>
<p>3</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 課題の答え合わせをし、解けなかった問題をグループで確認する。 ・ 接続パターン表を参考にしながら論述シートに問題シート②の解答を整理する。 ・ 生徒同士で記述を確認する。 ・ 注意点を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 家庭学習課題であった問題シート②の解答をグループで確認するよう指示する。 ・ 家庭学習課題の解答を指名生徒に発表させ、チェックリストの視点と解決の方針を確認させる。 ・ 接続パターン表を配付し、数式も文章であることを説明すると共に、論述する際の注意点を例示を示しながら示す。 ・ 接続パターン表を参照しながら論述シートに問題シート②の記述を整理するよう指示する。 ・ 隣の生徒とお互いの記述を確認させる。 ・ 生徒の論述でよい点、注意すべき点を示し、確認させる。 	<p>〈見通し3〉単元のまとめ学習の第三段階において、問題解決の方針に基づき、接続パターン表を使い、論述シートに解答を記述する活動を行うことは、確かな論述をする能力を高めることに有効であったか。</p> <p>【数学的な技能】(確認テスト)個々の生徒が根拠に基づいて論述ができるようになったかを評価する。(○：根拠が書けている ◎：根拠に基づいて論述できている)</p>

VI 研究の結果と考察

1 単元のまとめ学習の第一段階において、公式リングを作成するグループ活動で復習を行うことは、言語化を通して既習事項を定着することに有効であったか。

(1) 具体的な実践内容

実践を行った3クラスで合計20のグループ編制となった。事前に配付したプリント（公式メモシート）に、教科書の公式を書き上げる家庭学習課題を出しておいた。模造紙の中央の円内に三角比の定義を書いたものを配付し、円の周りに公式を書かせ、グループの全員が説明できる公式は緑のペンで囲み、そうでない公式は赤のペンで囲ませた。さらにその外周に、吹き出しに入れて図や言語による説明を話し合っただけでなく、赤のペンで囲んだ公式を、グループの全員が説明できるようになったら青のペンでさらに囲むよう指示をした。

また、公式の条件、使い方なども書き込ませた。生徒はグループで協力して公式のまとめを行いながら、これまで抱えていた公式に関する疑問点をお互いに話し合い、解消していた。

(2) 結果

すべてのグループが各公式リングに、今回の単元で復習して欲しい三角比における重要公式5項目（三角比の相互関係、 $90^\circ - \theta$ の三角比、 $180^\circ - \theta$ の三角比、正弦定理、余弦定理）を書くことができた。

全20グループの重要公式5項目を表1の区分で色分けをした結果を図4に示す。

表1 授業中に生徒が囲んだ公式の区分

授業中に生徒が囲んだ公式の区分	公式を囲むペンの色
グループの生徒全員が説明できた公式	緑
グループの全員が説明できるようになった公式	赤から青
授業内でグループに説明できなかった生徒がいる公式	赤のまま

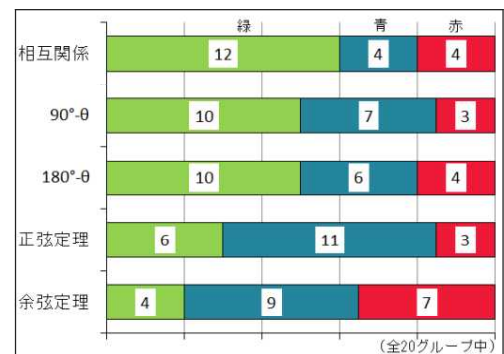


図4 説明ができた公式の数

公式リングにおける吹き出しの公式の説明や使い方などについての記述を見る。重要公式5項目に関する記述で、公式の復習ができたと判断できる記述の数は1グループあたり平均3.2項目（20グループで63項目）であり、効率よく復習できたことがうかがえる。内容は表2のように、図や言語による説明が31項目、使い方17項目、公式の証明8項目、条件に関することが7項目であった。また、授業後の生徒の感想は以下の図5のとおりである。

表2 生徒による公式リングの記述（一部抜粋）

公式の図や言語による説明	公式の使い方に関する説明	公式の証明に関する記述	条件に関すること
<p>余弦定理</p> <p>bとcの和から $2bc \cos A$ の積を引くと a^2 になる</p> <p>cとaの和から $2ca \cos B$ の積を引くと b^2 になる</p> <p>aとbの和から $2ab \cos C$ の積を引くと c^2 になる。</p>	<p>$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta$</p> <p>$(\triangle, \theta \neq 90^\circ)$</p>	<p>θが鋭角, すなわち $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき</p>	<p>$0^\circ < \theta < 90^\circ$</p> <p>$\theta = 90^\circ - \theta$ のときに鋭角 θ についず成り立つ。</p>

- 紙にまとめることで自分が覚えていない部分が分かりました。
- 公式の使う条件や使い方を文字に表すと公式が定着した気がした。
- 公式を言葉で説明できると頭に入りやすいことがわかった。
- みんなが分かりやすく説明してくれたので、公式が以前よりもよく分かった。公式を再度確認した。
- 図を描いたので、少しあいまいだった公式がはっきり分かるようになった。
- 余弦定理の説明が分かった。日本語にすると公式も分かりやすくなるものがあった。
- 説明することができなかったため、理解が足りないことに気づいた。
- 余弦定理の式の説明をして納得することができ、式の意味を理解できた。

図5 公式リングの作成についての生徒の感想（一部抜粋）

(3) 考察

すべてのグループで重要公式全5項目を書き上げることができた。図4により20グループの重要公式5項目を合わせた100項目の内、37項目の公式についてグループの全員が説明できるようになり、緑と合わせると79項目の公式の復習ができ、定着が促されたことが分かる。これは図5の下線部の記述から、生徒同士で公式の図や言語による説明を考え、お互いに説明し合ったこと、模造紙にまとめたことによる効果だと考えられる。抽出生徒cは公式リングの作成についての感想に、「覚えていない公式があることを改めて知ることができたので覚えたい」と書き、まだ覚えられていない公式を書く欄に $180^\circ - \theta$ の三角比の公式のみを挙げていたことから、ひととおり公式を復習し、定着したことが読み取れる。

また、今回の授業における公式に関する気付きについて、公式メモシートにおける生徒個々の記述を見ると、37.7%の生徒が具体的な公式について成立する理由や公式の示す意味について記述していた。抽出生徒aは $180^\circ - \theta$ の三角比の性質について証明を書いており、抽出生徒bは「 $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ の公式を、 $\sin \circ = \cos \triangle$ ($\circ + \triangle = 90^\circ$) を使って理解することができた」と書いていた。表2の吹き出しの記述と合わせて、今回の活動は、理解を深める効果もあったと考える。

以上より、単元のまとめ学習の第一段階において、公式リングを作成するグループ活動で復習を行うことは、言語化を通して既習事項を定着することに有効であったと言える。

2 単元のまとめ学習の第二段階において、応用問題をチェックリスト付きの問題シートに解くグループ活動を行うことは、解決の方針を立てる力を身に付けることに有効であったか。

(1) 具体的な実践内容

問題シート①の問題は、余弦定理を二重に使用して解く応用問題であり、グループでお互いに話し合いながら解くよう指示した。生徒は、図をかき、数値を書き込み、公式を使えば求められる箇所に青で印を付け、前時に作成した公式リングにより公式を確認し、いずれかの公式をどこかに使えないだろうかという問いかけの中で解決の方針を立てた。解決の方針を確認した後、生徒同士でお互いに確認しながら計算させたところ、計算のミス指摘し合いながら答えを求める様子が見えられた。実践前のテストで余弦定理の基本問題の正解者は32.4%であったが、二度目の余弦定理、つまり最後まで計算できて正解を出せた生徒が56.6%、また、一度目の余弦定理までであれば、正しく計算できた生徒は90.8%であった。授業後にチェックリストと家庭学習課題として問題シート②を配付し、チェックリストの項目を自問しながら解くよう指示した。

(2) 全体の記述内容から

チェックリストを使って解く問題シート②を家庭学習課題として出題し、表3の判定基準で評価した結果を図6に示す。応用問題の中で余弦定理を具体的に使う判断ができ、正しく計算ができればおおむね満足（評価B）とした。

表3 問題シート②の評価の判定基準

評価	評価規準
A	余弦定理を利用すればよいことが分かり、計算ができる。さらに三角比の相互関係、正弦定理の使い方が分かり、解決の方針が立てられる。
B	余弦定理を利用すればよいことが分かり、計算ができる。
C	余弦定理を利用すればよいことが分かる。
D	解決の方針を立てることができない。

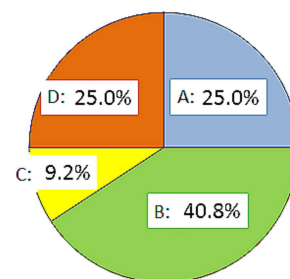
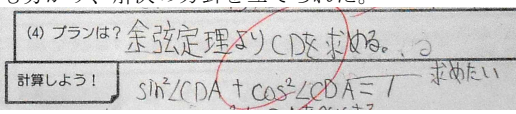
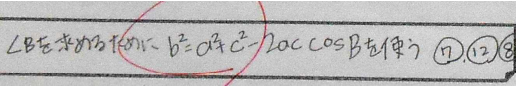
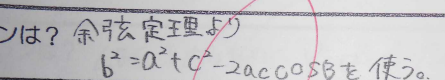


図6 解決の方針を立てられたか

(3) 抽出生徒の記述内容から

次頁表4は、チェックリストを使って解いた問題シート②の抽出生徒の記述状況と、チェックリストの視点からの分析である。評価の判定基準は表3による。

表4 抽出生徒の記述内容

抽出生徒	問題シート②の記述状況	チェックリストの視点での分析	評価
生徒 a	余弦定理、正弦定理、相互関係を的確に利用できた。さらに、余弦定理、正弦定理の応用的な利用の仕方 も分かり、解決の方針を立てられた。 	すべての小問について、どの定理を使えばよいか、求めるべき所に印を付け、必要な値は何かを確認する図への書き込みがあった。チェックリストによる視点での記述が見られ、解決の方針を確実に立てて計算したことがうかがえる。	A
生徒 b	余弦定理を利用すればよいことが分かり、計算ができた。正弦定理を使えばよいことは分かっていたが、相互関係を使うことには気付けなかった。 	チェックリストの視点で解決の方針を立てている。どの三角形にどの公式を使えばよいか、以前習った定理が使えないかどうか試行錯誤した記述が見られる。最後の小問まで、解決の方針と計算をあきらめず記述した。	B
生徒 c	図を正しくかいて条件を書き込み、余弦定理を利用すればよいことが分かり計算はできたが、正弦定理を利用すればよいことは分からなかった。 	チェックリストの視点で、図をかき、条件を書き込み、すぐに求められる値への書き込みが見られる。	B

(4) 考察

前頁図6より、評価A～Cの75.0%が図をかき、余弦定理を使えばよいことが分かったため、どの公式が使えるかという視点で考えられたと言える。評価AとBを合わせて65.8%の生徒が余弦定理を利用して計算ができた。実践前のテストで余弦定理の基本問題において、余弦定理を使うことが分かり正しく計算できた生徒は32.4%であり、公式を的確に選び計算できるようになった生徒が2倍に増加したと言える。これは授業において生徒同士のサポートが働き、どの公式を使うべきか話し合い、計算を確認し合ったことで、正確に計算ができる生徒が増えた結果であると推察される。さらに評価Aの生徒25.0%は相互関係と正弦定理を使う応用的な小問の解決の方針を立てることができており、何を求めれば解決できるかという視点で考えることができたことになる。

抽出生徒3名とも、実践前の同程度の問題については図がかけていただけで、ほぼ白紙であった。表4より問題シート②の記述から、すぐに求められる値、求めたい値を明確にし、どの定理をどのように使えばよいのか、チェックリストからの視点が見られ、それぞれに解決の方針を立てることができていた。このことから、いずれの抽出生徒についても、解決の方針を立てる力を身に付けることに有効であったと言える。

3 単元のまとめ学習の第三段階において、問題解決の方針に基づき、接続パターン表を使い、論述シートに解答を記述する活動を行うことは、確かな論述をする能力を高めることに有効であったか。

(1) 具体的な実践内容

家庭学習課題であった問題シート②について、生徒同士で話し合っ解決の方針を確認し、計算の確認をした後で、接続パターン表を使用して論述シートに記述させた。すでに解決の方針を理解している状態で論述したことで、生徒は戸惑うことなく、集中して論述シートに記述していた。論述シートを観察したところ、ほぼ全員が根拠に基づいた論理的な記述、つまり論述することができており、解決の方針について、根拠を整理し、筋道を立てた解答を書く活動をさせることができたといえる。

(2) 全体の記述内容から

実践後のテストにおける記述により評価した。問題は、授業中に解いたチェックリスト付きの問題シート①(余弦定理を二重に使う問題)の類題である。論述ができたかどうかを判定するための基準を次頁表5のように設定した。

表5 論述の評価の判定基準

論述ができた	使用した定理が書かれ、記述が根拠に基づいて論理的に書けている。接続パターンに沿って書いた解答と比較して不足箇所が1点以内である。
根拠は書けた	定理に直接数値を代入して計算し、記述は根拠に基づいて論理的に書けている。接続パターンに沿って書いた解答と比較して不足箇所が2点程度である。
図・計算しか書けなかった	図・計算のみで、答えまでの記述が論理的でない。

問題が解け、解答を多く書いた生徒ほど、論述として不足する箇所も比例して増える点を考慮して表6の判定基準で評価したところ図7のようであった。

表6 実践後のテスト 問題シート1類題 評価の判定基準

評価	評価基準
A	論述ができ、余弦定理の計算もできた。
B	根拠が書けて余弦定理の計算もできた。または、余弦定理の計算ミスがあったが論述はできた。
C	計算ミスはあったが根拠は書けた。または、図・計算しか書けなかったが余弦定理の計算はできた。
D	図・計算しか書けなかった。

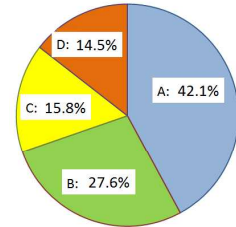


図7 論述ができたか

結果は、評価Aは32名(42.1%)、評価Bは21名(27.6%)、評価Cは12名(15.8%)、評価Dは11名(14.5%)であり、おおむね満足であった生徒(評価B以上)が53名(69.7%)であった。

また、実践前と実践後の確認テストで、授業で扱っていない同じ問題を出題し、表7の判定基準で評価した。

表7 実践前のテストと実践後のテスト 大問2 評価の判定基準

評価	評価基準
A	論述ができ、正弦・余弦定理の計算ができた。
B	正弦・余弦定理の計算ミスがあったが論述できた。または、根拠として正弦・余弦定理が書けて計算ができた。
C	正弦・余弦定理の計算ミスがあったが根拠として書けた。または、計算のみであったが正弦・余弦定理が計算できた。
D	図・計算しか書けなかった。

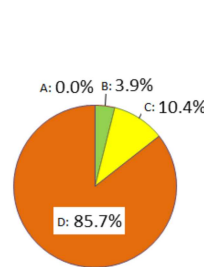


図8 (実践前) 論述ができたか

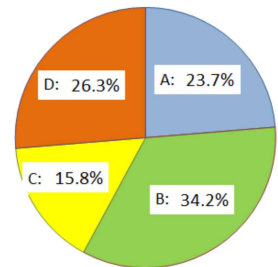


図9 (実践後) 論述ができたか

実践前の結果は図8、実践後の結果は図9のとおりであった。実践前には、評価Aの生徒は0名(0.0%)だったが実践後には18名(23.7%)に増えた。評価Bは3名(3.9%)から26名(34.2%)、評価Cは8名(10.4%)から12名(15.8%)、評価Dは66名(85.7%)から20名(26.3%)であった。

(3) 抽出生徒の記述内容から

表8は、抽出生徒の実践後のテストの記述状況である。評価の判定基準は表6による。

表8 授業中に扱った問題シート1類題の解答の記述状況

生徒 a (評価B)	生徒 b (評価A)	生徒 c (評価A)
使用した定理名を書かなかった点、問題文に出ていない文字を定義せずに使用した点が論述としては不十分であったが、根拠は書けており論理的に記述できている。	使用した定理名を書き、論述ができている。	文字を定義し、使用した定理名を書き、論述ができている。

また、授業中に扱わなかった問題の実践後の解答について、抽出生徒 a は、実践前は三角比の相互関係を利用することが分からず解けなかったが、実践後には、根拠となる公式を正しく記述し、何を求めればよいのかを明記しており、正弦・余弦定理の計算ができ、論述することができた（評価 A）。抽出生徒 b、c は、実践前は三角比の相互関係を利用することに気付かなかったが、実践後の解答では、計算ミスがあったものの、正弦・余弦定理を根拠として正しく解決の方針を立てることができ、何を求めればよいのかを明記することができた（評価 B）。

(4) 考察

前頁図 7 より結果は、53名 (69.7%) の生徒がおおむね満足（評価 B 以上）な論述ができた。図・計算のみの生徒のうち、白紙の生徒はいなかった。前頁表 8 の抽出生徒の解答下線部に、接続パターン表の記述があることから、論述シートに解答を記述したことの効果が認められる。授業中に扱わなかった問題について、前頁図 8 より、実践前のテストでは評価 D の生徒が 66名 (85.7%) であり、評価 B 以上の生徒は 3名 (3.9%) であったのだが、前頁図 9 により、実践後のテストでは評価 A と B の生徒を合わせて、おおむね満足であった生徒が 44名 (57.9%) であったことから、三つの手だてを通して、数学的論拠に基づいて論述する能力を高められたと言える。

VII 研究のまとめ

1 成果

- 単元がひととおり終わった段階でのまとめで、4名程度のグループで公式リングを作成する活動で復習を行うことは、生徒同士で説明し合ったことにより、言語化を通して既習事項を定着することに有効であり、理解を深める効果も見られた。
 - グループで、応用的な問題をチェックリスト付きの問題シートに解くことは、チェックリストにより何が分からないのかを焦点化でき、公式リングを手がかりとして問題解決の方法を的確に選べ、解決の方針を立てる力を身に付けることに有効であった。
 - 見通し 2 において立てた解決の方針について、接続パターン表を使って論述シートに解答を記述することは、根拠を整理し、筋道を立てた解答が書け、確かな論述をする能力を高めることに有効であった。
- 以上より、論述する過程をサポートする三つの言語活動を通して、数学的論拠に基づいて論述する能力が高まった。

2 課題

- 今回、正弦定理・余弦定理の授業が終わった時点で授業実践を行い、実践後のテストで評価 D の生徒が 26.3% いた。論述の問題は応用問題となるため、実施時期の検討と問題の難易度の調整など、成績下位層の生徒に配慮する必要がある。
- 実践後のテストで、今回は 57.9% の生徒がおおむね満足な解答が書けた一方で、授業では論述でき、テストでは論述の不足箇所が見られる生徒が 13.2% いた。今回の単元に限らず、チェックリストと接続パターン表を意識しながら解くことを繰り返し行うことで、解くことと論述することを一致させられると考える。
- 接続パターン表を使った論述については、実践が 1 時間であったので、細かい記述まで指導が行き渡らなかった。プリントの添削を行うなどの継続的な指導が必要である。

<参考文献>

- ・G. ポリア 著 柿内 賢信 訳 『いかにして問題をとくか』 丸善出版株式会社 (1954)
- ・R. R. スケンプ 著 藤永 保/銀林 浩 訳 『数学学習の心理学』 新曜社 (1973)
- ・岩崎 秀樹 編著 『新しい学びを拓く 数学科授業の理論と実践』 ミネルヴァ書房 (2010)