

# 数学科「数学Ⅰ」学習指導案

平成24年10月16日（火）～平成24年10月18日（木）

〇〇高等学校1年〇組

指導者 教諭 中根 未奈

## I 単元名 図形と計量

### 1 考 察

#### (1) 単元観

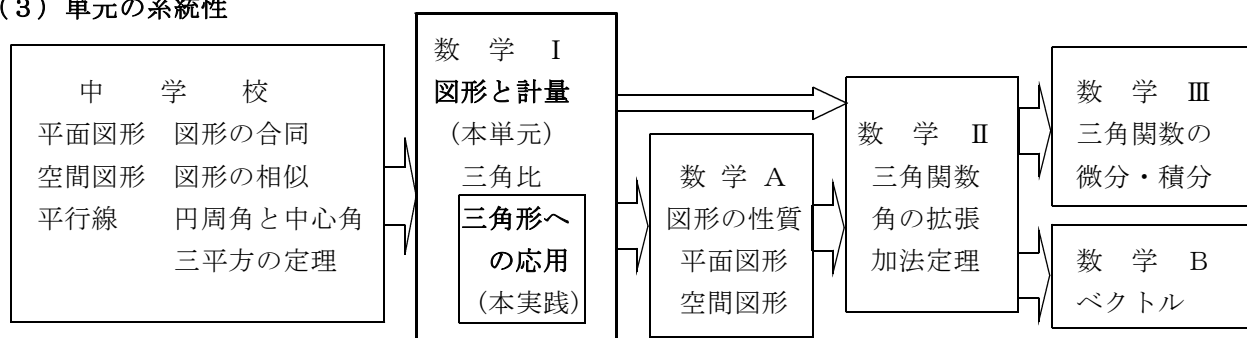
本単元では、三角比とその性質について学習する。三角比は、直角三角形における角度と辺の比の関係で、古くから天文学、測量の中で必要とされ生じた概念である。本単元では0度から180度までの角について三角比の定義を広げ、正弦定理、余弦定理を学習する。これは直接には測量できない距離や高さを求める手段として使われるものであり、生徒は三角比を基礎として、数学Ⅱ、数学Ⅲにおいて三角関数へと応用していく。三角関数は音響、電波工学、通信分野など、現代技術を支える概念で、理工系の進学を目指す生徒には必須の分野であり、そうでない生徒にも電子機器が身近な現在において、教養と興味をもって欲しい分野である。高等学校で初めて出てくる三角比は、多くの生徒にとって難解なものとなるが、数学的な見方と考え方を鍛えられ、習得することは今後の数学の学習への自信となる。さらにはこうして生徒が自信を積み重ねることにより、現実の難問にも諦めず解決策を見いだそうとする姿勢が育つであろう。

本単元においては三角比相互の関係、正弦定理、余弦定理という三角比の性質が多く扱われるため、図形の考察や処理に適用して問題を解決すべきか思考力・判断力を必要とする。また、試行錯誤しながら問題を解くことが予想され、思考・判断した過程を記述することで論述する能力を高めるという本授業実践のねらいに適切な単元であると考えられる。

#### (2) 生徒の実態

本校生徒の授業への取組はまじめであり、板書をノートに取りながら集中して学習する姿がうかがえる。一方、調査の結果から、家庭学習時間は平均1時間程度であり、予習・復習という自主的な学習の習慣付けは弱い。本校生徒のほとんどが大学進学を希望するため、自学自習の動機付けも併せて行いたい。これまでの細やかな指導により、生徒の数学の能力は全国平均程度に伸びており、応用問題を自力解決できる生徒は2割に満たないが、演習にはよく取り組んでいる様子である。

#### (3) 単元の系統性



図示したとおり、中学校における図形分野の内容が本単元の基礎となる。三角比は、直角三角形の辺の比として定義されるため、相似な図形の性質と三平方の定理の理解が必要である。中学校では直角三角形による平面図形・空間図形の計量を扱ったが、本単元においては鈍角まで拡張した三角比の性質、正弦定理、余弦定理を学習することで、一般の三角形を利用した計量が可能となる。余弦定理は数学Bのベクトルの内積と関連する。また、三角比を一般角まで拡張すると、数学Ⅱで学習する三角関数を定義することができ、数学Ⅲにおける三角関数の微分・積分の学習へとつながる。数学以外では物理で、力学、波の干渉・回折現象の計算において扱われる。

## 2 単元の指導目標

三角比の意味やその基本的な性質について理解し、三角比を用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。

- ①計量の考えに関心をもたせるとともに、それらの有用性を認識させ、図形の計量に活用しようとする意欲をもたせる。 【関心・意欲・態度】
- ②事象を三角比を用いて考察し表現したり、思考の過程を振り返ったりすることなどを通して、角の大きさなどを用いて計量を行うための数学的な見方や考え方を身に付けさせる。 【数学的な見方や考え方】
- ③事象を三角比を用いて表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けさせる。 【数学的な技能】
- ④直角三角形における三角比の意味、三角比を鈍角まで拡張する意義及び性質を理解し、図形の計量に活用できる知識を身に付けさせる。 【知識・理解】

## 3 単元の評価規準

関心・意欲・態度	三角比を用いた計量に関心をもつとともに、有用性を認識し、三角比の性質を主体的に図形の計量に活用しようとしている。
数学的な見方や考え方	図形の計量を三角比を用いて考察し、思考の過程を表現したり、振り返ったりする活動を通して、三角比の性質を多面的に見て適切な計量の方針を立てることができる。
数学的な技能	図形の計量を三角比を用いて表現・処理する仕方や、推論の方法などの技能を身に付けている。
知識・理解	直角三角形における三角比の意味、三角比を鈍角まで拡張する意義及び正弦定理・余弦定理など三角比の性質について理解し、平面図形・空間図形における計量に活用するための知識として身に付けている。

## 4 指導方針

本単元においては、三角比という生徒にとって新しい概念とその性質を多く扱うため、図形の考察や処理への応用ができるという目標を達成するには、基本事項の確実な理解と、応用のための思考力・判断力を身に付けさせる必要がある。したがって、以下の項目に重点を置いて指導する。

- 基本事項は一斉授業により確実な理解と習得を図る。
- 応用段階では、生徒同士のサポートを促す言語活動を行うため、少人数のグループを編制し、演習を主とした授業形態とする。
- 生徒全員が参加できるよう基本事項の確認から始め、応用ができることを目指し、生徒の思考が深まるよう、授業中に言語活動の時間を十分確保し、生徒の考えを全体に発表させる時間をとる。
- 授業で扱う問題は、生徒が自力解決した際に達成感が得られるような問題を精選する。
- 授業と関連した家庭学習の課題を与え、個々の生徒が学習可能な環境づくりに配慮し、予習と振り返りをワークシートを使い確実に行わせることにより、生徒全員が諦めず指導目標を達成することを目指す。

## 5 指導と評価の計画 (全29時間)

指導目標	学習活動	学習活動における具体的評価規準	評価方法	時間
○鋭角の三角比の意味と相互関係について、理解させる。	○三角比の定義と相互関係について理解し、三角比を使って測量の基本的な問題、三角比の相互関係についての基本的な問題を解く。	○三角比の定義と相互関係を理解し、三角比の値を求めることができる。	【知】 小テスト 定期考査	10
○三角比を鈍角まで拡張する意義を理解させ、鋭角の三角比の値を用いて鈍角の三角比の値を求められるようにさせる。	○単位円を使い、鈍角まで拡張した三角比の定義を理解し、和が180度となる2つの角の三角比の関係を知り、鈍角の三角比を求める問題を解	○鈍角まで拡張した三角比の値が分かり、また、鋭角の三角比の値から求めること	【技】 小テスト 定期考査	

○正弦定理・余弦定理について理解させ、それらを用いて三角形の辺の長さや角の大きさを求められるようにさせる。	く。 ○正弦定理・余弦定理について理解し、三角形の決定条件が与えられたとき、残りの要素を求める。	ができる。 ○三角形の決定条件が与えられたとき、残りの要素を求めることができる。	【技】 単元テスト 定期考査	5
○三角比の性質・相互関係、正弦定理・余弦定理を図形の計量に活用するため、図や言語化を通して既習の公式の定着をさせる。	○小グループで、公式を模造紙にまとめる活動を行い、お互いに説明し合い、復習する。	○生徒がお互いに公式を説明することができる。	【知】 模造紙 【考】 授業プリント	1 / 競 ①
○三角比の性質・相互関係、正弦定理・余弦定理を平面図形の計量に活用できるようにさせる。	○小グループで、平面図形の計量の問題について解決の方針を立て、計量する。	○平面図形の計量の問題について解決の方針を立て、計量することができる。	【考】【技】 授業プリント	1 / 競 ②
○三角比を平面図形の計量に活用する思考過程について、論述できるようにさせる。	○平面図形の計量の問題について、言語活動を通して思考過程を整理し、論述する。	○平面図形の計量の問題について解決の過程を整理し、論述することができる。	【考】 授業プリント	1 / 競 ③
○三角比を空間図形の考察に活用できるようにさせる。	○空間図形の計量の問題について、三角比を活用する。	○空間図形に三角比を活用することができる。	【考】 定期考査	7
○章末問題を解くことで、三角比を事象の考察に活用できるようにさせる。	○総合的な計量の問題について、三角比を活用する。	○総合的な計量の問題について、三角比を活用することができる。	【考】 定期考査	4

※「関心・意欲・態度」は、単元全体を通して評価する。

【考】 数学的な見方や考え方 【技】 数学的な技能 【知】 知識・理解

## II 本時の学習指導① (本時は授業実践 1 / 3 時)

### 1 主 題

三角比の既習の公式について、図や言語化を通して定着する。

### 2 目 標

公式リングをグループで作成させることにより、三角比の性質・相互関係、正弦定理・余弦定理について振り返り、既習事項を定着させる。

### 3 本時の評価規準

知識・理解	三角比の性質・相互関係、正弦定理・余弦定理の説明ができる。(模造紙の記述を観察)
数学的な見方や考え方	三角比の公式について、言語による説明を考えることで、既習の公式が定着している。(公式メモシートの記述を観察)

### 4 準 備

課題：前時に公式メモシートを配付し、公式を書き上げ、各公式の説明を考えて書いてくるよう課題を出しておく。

生徒：教科書(数研出版『高等学校 数学 I』)、傍用問題集、参考書、ノート、事前に配付した公式メモシート

教師：教科書、傍用問題集、参考書、公式リング用模造紙  
グループごとに配付：色ペン、公式リング用模造紙

## 5 展 開

	学習内容	単 位	主な学習活動	支援および指導上の留意点	評価規準の具体的状況	評価方法等
導 入		5 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 本時の目標を聞く。</li> <li>・ <b>公式リング</b>の作成方法を聞く。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 公式リングの作成方法について、黒板に貼った模造紙で、具体的な手順と作業が分かるよう説明する。</li> </ul>		(○おおむね満足できる ◎十分満足できる)
展 開	三角比の公式を確認する。	15 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 4名のグループで、<b>公式メモシート</b>を使い、模造紙に公式を書き込む。</li> <li>・ 教科書、または他のグループの<b>公式リング</b>を見て、自分のグループに足りない公式を補う。</li> <li>・ 公式をお互いに説明できるかどうかを確認し、ペンで囲む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 4名のグループは等質になるよう座席指定しておく。</li> <li>・ 2名が鉛筆で下書きをし、他の2名が黒色のペンで上から書くよう指示する。</li> <li>・ 公式を書き込んだら、公式の成り立つ前提条件を確認し、書くよう指示する。</li> <li>・ 早く書き込みが終わったグループには、公式の変形した形も書き込むよう指示する。</li> <li>・ グループ全員が説明できるという公式は緑のペンで、それ以外は赤のペンで囲むよう指示する。</li> </ul>		
	公式の言語による説明を考える。	15 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 式を使わず、図と言語による説明を話し合いながら書き込む。</li> <li>・ 赤のペンで囲まれた公式を、全員が説明できるようになったら青色のペンでさらに囲む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 図と言語による端的で分かりやすい説明を考え、書き込むよう指示する。</li> <li>・ 赤のペンで囲まれた公式を、隣の生徒とお互い説明し合い確認させ、全員が説明できるようになったら青色のペンでさらに囲むよう指示する。</li> </ul>	【知識・理解】(模造紙)公式リングに書き込まれた公式について、グループ内の全員がお互いに公式の説明ができる。	公式リングにおける緑と青色で囲まれた公式の数 (○：単元中の重要公式の6割、◎：8割以上)
		10 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 他のグループの説明を、<b>公式リング</b>に書き足す。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 重要公式と説明に困った公式について、よい説明を書いたグループを指名し、発表させる。</li> </ul>		
ま と め		5 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <b>公式メモシート</b>でまとめを行う。授業で発見があった公式とその説明、また、まだ覚えていない公式を書いておく。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 公式リングを作成する過程で、気付いたことや新しい見方ができるようになった点を公式メモシートに書くよう指示する。</li> </ul>	【数学的な見方や考え方】(公式メモシート)公式リングに書き込んだ公式を、式を使わずに書くことを通して、既習事項の定着ができていく。	公式メモシート の公式の説明に関する記述 (○：定着ができた、◎：さらに気があった)

## II 本時の学習指導② (本時は授業実践2 / 3時)

### 1 主 題

図形の計量に三角比を応用するための方針を立てられるようになる。

### 2 目 標

グループでチェックリスト付きの問題を解かせることにより、解決の方針を立てさせ、三角比や正弦定理・余弦定理を用いて平面図形の計量に活用できるようにする。

### 3 本時の評価規準

数学的な技能	平面図形の計量の問題について、三角比の定理を応用することができる。(授業プリントの記述を観察)
数学的な見方や考え方	平面図形の計量の問題について、三角比の性質、正弦定理・余弦定理を応用し、話し合いの中で解決の方針を立てることができる。(授業プリントの記述を観察)

### 4 準 備

生徒：教科書、傍用問題集、参考書、ノート

教師：教科書、傍用問題集、参考書、書画カメラ、プロジェクタ、問題シート①・②

グループごとに配付：前時において作成した公式リングの模造紙

### 5 展 開

	学習内容	時間	主な学習活動	支援および指導上の留意点	評価規準の具体的状況	評価方法等
導 入		10 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>公式メモシートの振り返りをする。</li> <li>グループを作り、チェックリスト付きの問題シート①の問題を個々で読む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>公式メモシートの返却と良い説明の紹介をする。</li> <li>チェックリスト付きの問題シート①を配付し、問題を個々の生徒で読むよう指示する。</li> </ul>		(○おおむね満足できる ◎十分満足できる)
展 開	問題①をグループで解く。	25 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>公式リングの上で問題①を考え、解決の方針を立てる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>チェックリストを基に発問を読み上げて誘導しつつ、問題の解決の方針を立てさせ、シートの枠に書くよう指示する。</li> <li>方針を立てられなければグループの中で話し合うよう促すとともに、机間支援をする。</li> <li>方針が立てられたら計算をするよう指示する。</li> </ul>	【数学的な技能】(問題シート①)三角比の定理を用いて平面図形の計量をすることができる。	問題シート①の記述を観察 (○：的確な方針が立てられた、◎：さらに計算し、正解が出せた)
		10 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>指名生徒の説明を聞き、答え合わせをする。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>書画カメラで解答を映して説明する生徒を指名する。</li> </ul>		
ま と め		5 分	<ul style="list-style-type: none"> <li>解き方の確認と、答え合わせをする。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>書画カメラで指名生徒の解答を映して説明させる。</li> <li>問題②を家庭学習課題として配付し、チェックリストを使って解くよう指示する。</li> </ul>	【数学的な見方や考え方】(問題シート②)個人で解決の方針が立てられる。	問題シート②の記述を観察 (○：的確な公式に代入でき、方針が立てられた、◎：さらに正解が出せた)

## II 本時の学習指導③ (本時は授業実践 3 / 3 時)

### 1 主 題

言語活動を通して、数学的論拠に基づいて論述する能力を高める。

### 2 目 標

根拠を整理し、論理的な文章にすることを意識して解答を記述させることにより、生徒個々の論述する能力を高めさせる。

### 3 本時の評価規準

数学的な技能	問題解決の過程を整理し、論述することができている。(授業プリントの記述の観察)
数学的な見方や考え方	問題解決の方針を立て、過程を整理し、論述することができている。(テスト)

### 4 準 備

生徒：教科書、傍用問題集、参考書、ノート、家庭学習課題の問題シート②

教師：教科書、傍用問題集、参考書、書画カメラ、プロジェクタ、接続パターン表、論述シート

### 5 展 開

	学習内容	時間	主な学習活動	支援および指導上の留意点	評価規準の具体的状況	評価方法等
導 入	問題②の解決の方針を確認する。	15分	・問題②の解決の方針をグループで確認し、説明を聞く。	・グループ内で解決の方針をお互いに説明して確認させる。 ・指名生徒に解答を書画カメラで写しながら、解決の方法を説明させる。 ・チェックリストの視点からの解説を補足する。		(○おおむね満足できる ◎十分満足できる)
展 開	問題②の解答を記述する。	15分	・グループで接続パターン表を参考にしながら、論述シートに問題②を記述する。 ・グループでお互いに解答を確認し合う。	・問題②を記述するよう指示する。	【数学的な技能】(論述シート②) 個々の生徒が根拠に基づいて論述ができる。	問題②の論述シートの記述を観察 (○：根拠が書けている、◎：根拠に基づいて論述できている)
ま と め		10分	・グループで解答を見せ合い、お互いに読みやすいかどうか指摘し合う。	・よい解答を書いた生徒の論述シートをプロジェクタで映し、よい点と注意すべき点を示す。	【数学的な見方や考え方】(テスト) 論述することができる。	テスト (○：論述できている、◎：さらに正解が出せている)

公式メモシート

1年( )組( )番 名前( )

① 三角比で出てきた公式を下の枠内に覚えているだけ書こう。

Blank area for writing formulas.

③ 今日の授業で公式について気付いたこと、発見したことを書いておこう。

Blank area for writing observations.



② 教科書 P128～P147 を見て、忘れていた公式を書こう。  
(ただし公式の成り立つ角度の範囲も調べて書くこと。)

Blank area for writing formulas from the textbook.

④ まだ覚えていない公式はここにメモしておこう。

Blank area for writing formulas to be memorized.

問題シート

1年( )組( )番 名前( )

1 △ABCにおいて、AB=7、BC=9、CA=6である。辺BC上の点で、BD:DC=1:2となる点をDとすると、線分ADの長さを求めよ。

- 問題を理解しよう
- 図はかけるか
  - 条件を書き込もう
  - 文字でおいてみよう

- 方針を立てよう!
- すぐ求められる数値は書き込んでしまおう
  - どの三角形にどの公式が使えるか
  - 公式から求められるところに青で印を付けよう
  - これが分かると答えが出る、というものを赤色で書いてみよう
  - どこを求めてどこを求めれば解決できるのか説明してみよう

プランは?

Blank area for writing a plan.

計算しよう!

- 気を付けて計算しよう
- 各段階での答えを友達と互いにチェックしてみよう

結果を確認しよう

- 条件を満たしているか
- 答えはそれらしいか

問題シート

2

AB=2, BC=CA=4である $\triangle ABC$ の外接円の円周上に点DをAD=2であるようにとる。ただし、点Dは点Bとは異なる点とするとき、次の値を求めよ。  
 (1)  $\cos \angle ABC$   
 (2)  $\triangle ABC$ の外接円の半径R  
 (3)  $\sin \angle CDA$   
 (4) CD

問題を理解しよう  
 図はかけるか  
 条件を書き込もう

(1) プランは?

計算しよう!

(2) プランは?

計算しよう!

(3) プランは?

計算しよう!

(4) プランは?

計算しよう!

結果を確認しよう  
 条件を満たしているか  
 答えはそれらしいか

論述シート

2

AB=2, BC=CA=4である $\triangle ABC$ の外接円の円周上に点DをAD=2であるようにとる。ただし、点Dは点Bとは異なる点とするとき、次の値を求めよ。  
 (5)  $\cos \angle ABC$   
 (6)  $\triangle ABC$ の外接円の半径R  
 (7)  $\sin \angle CDA$   
 (8) CD



## 三角比・チェックリスト

### 問題を理解しよう

- ① 図をかいてみよう
- ② 条件を書き込もう
- ③ 文字でおいてみよう
- ④ 条件を式の形で書けるか
- ⑤ 式にできない言葉(定義が分からない言葉)があれば調べよう
- ⑥ 図のかき直しが必要ではないか

### 解決の方針を立ててみよう

- ⑦ どの三角形にどの公式が使えるか  
(公式から計算すれば求められるところに青で印を付けよう)
- ⑧ これが分かると答えが出る、というところに赤で印を付けよう
- ⑨ どこを求めて、どこを求めれば解決できるか考え、方針を説明しよう  
(友達に or 自分自身に)
- ⑩ 教科書の例題、中学校で習ったことに必要なことがあるのではないか  
(必要ならもう一度解いて確認しよう)
- ⑪ どこかの三角形で、文字を一つにして方程式を作れないか
- ⑫ とりあえず公式に代入してみよう

### 計算しよう

- ⑬ 丁寧にやろう
- ⑭ うまくいかなければ、計算を見直すか、別の方針を立ててみよう

### 答えを確かめよう

- ⑮ 条件を満たしているか
- ⑯ 答えはそれらしいか

## 三角比・チェックリスト

### 問題を理解しよう

- ① 図をかいてみよう
- ② 条件を書き込もう
- ③ 文字でおいてみよう
- ④ 条件を式の形で書けるか
- ⑤ 式にできない言葉(定義が分からない言葉)があれば調べよう
- ⑥ 図のかき直しが必要ではないか

### 解決の方針を立ててみよう

- ⑦ どの三角形にどの公式が使えるか  
(公式から計算すれば求められるところに青で印を付けよう)
- ⑧ これが分かると答えが出る、というところに赤で印を付けよう
- ⑨ どこを求めて、どこを求めれば解決できるか考え、方針を説明しよう  
(友達に or 自分自身に)
- ⑩ 教科書の例題、中学校で習ったことに必要なことがあるのではないか  
(必要ならもう一度解いて復習)
- ⑪ どこかの三角形で、文字を一つにして方程式を作れないか
- ⑫ とりあえず公式に代入してみよう

### 計算しよう

- ⑬ 丁寧にやろう
- ⑭ うまくいかなければ、計算を見直すか、別の方針を立ててみよう

### 答えを確かめよう

- ⑮ 条件を満たしているか
- ⑯ 答えはそれらしいか

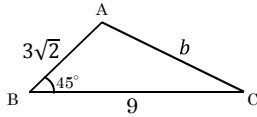
## 接続パターン表

- ① 図をかく
- ② すぐ分かる値は「 $\bigcirc\bigcirc = (\text{数値})$ である」
- ③ 問題文に出ていない文字でおいたときには 「 $\bigcirc\bigcirc = (\text{文字})$ とおく」
- ⑦ 「    ( $\triangle ABC$ )に $\times\times$ 定理を使うと」
- ⑧ 「 $\bigcirc\bigcirc$ を求めればよい」と宣言しよう
- ⑨ 「    より    」  
「    したがって    」  
「    よって    」  
「    ゆえに    」  
「また、    であるので    」  
といったつなぎ方をするとよい
- ⑫ 「公式 $\times\times$ に代入すると    」
- ⑬ 「これを計算すると    」  
「これを整理して    」  
「これを式\*に代入すると    」  
「これを解くと    」
- ⑮ 「    (条件)より    である」

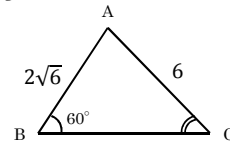
実践前テスト問題

1 図において、次の値を求めよ。

(1)  $b$



(2)  $c$



2  $\angle A$  が鈍角の  $\triangle ABC$  があり、 $AB=2$ 、 $BC=3\sqrt{2}$ 、 $\sin B = \frac{1}{3}$  である。

- ①  $\cos B$  の値を求めよ。また、辺 AC の長さを求めよ。
- ②  $\triangle ABC$  の外接円の半径を求めよ。
- ③  $\triangle ABC$  の外接円において、点 A を含まない弧 BC 上に、 $\angle BAD=45^\circ$  となるような点 D をとるとき、線分 BD、CD の長さを求めよ。

実践後テスト問題

1  $\triangle ABC$  において、 $AB=8$ 、 $BC=7$ 、 $CA=5$  である。線分 BC の中点を M とするとき、線分 AM の長さを求めよ。

2  $\angle A$  が鈍角の  $\triangle ABC$  があり、 $AB=2$ 、 $BC=3\sqrt{2}$ 、 $\sin B = \frac{1}{3}$  である。

- ①  $\cos B$  の値を求めよ。また、辺 AC の長さを求めよ。
- ②  $\triangle ABC$  の外接円の半径を求めよ。
- ③  $\triangle ABC$  の外接円において、点 A を含まない弧 BC 上に、 $\angle BAD=45^\circ$  となるような点 D をとるとき、線分 BD、CD の長さを求めよ。