

(概要版)

数学的論拠に基づいて論述する能力 を高める高校数学科指導の工夫

— 論述する過程をサポートする言語活動を通して —

長期研修員 中根 未奈

I 主題設定の理由

生徒の現状

PISA調査・TIMSS調査において、
日本の生徒は**論述形式の問題**の
無答率が高い

原因

- ・ 既習事項をあいまいに覚えている
- ・ どう解けばよいのか分からない
- ・ 何となく答えは出せるが記述ができない

国・県
の方針

新学習指導要領
県立学校教育 指導の重点

数学的活動の重視
体系的な理解の深化
数学的に表現する能力の向上
言語活動(根拠を明らかにして説明
したり議論したりする活動)の充実

教師の願い

- ・ 既習事項を正確に確認して欲しい
- ・ 何を求めるのか、条件は何か、と自問し解
決の糸口をつかめるようになって欲しい
- ・ 自分の思考を論理的に書く力を付けて欲
しい

論述が
苦手!

論述に必要な
思考力・判断力・
表現力を伸ば
せるのでは?

数学において高校生に
身に付けさせたい能力とは「**論述**」
言語活動を通して**論述する能力**
を高めたい

「論述する能力」とは?

結果となる答えだけ
ではなく、論拠(根拠
から論理的に答えを
導き出す過程)も
合わせて記述する
能力

II 研究の概要

既習事項を
あいまいに覚えている

Step 1

既習事項を確認する

どう解けばよいのか
分からない

Step 2

解決の方針を立てる

答えは出せるが
記述ができない

Step 3

論理的な記述をする

論述する過程を

サポートする言語活動

個々の論述する
能力を高める

Step 2 解決の方針を立てる

チェックリスト付きの問題を解く

チェックリストとは

問題を解く際、自問するべき事項を箇条書きにしたもの。

活動のねらい

チェック項目に沿って、生徒同士で意見を出し合い、サポートし合うことで、解決の方針を立てる

(問題) $\triangle ABC$ において、 $AB=16$, $AC=10$, $\angle A=60^\circ$ である。辺 BC の midpointを M とするとき、線分 AM の長さを求めよ。

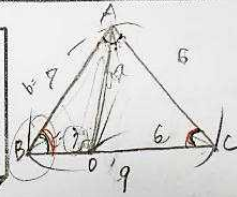
解こう!

- どの公式が使えるか
- すぐ求められる所に青印を付けよう
- ここが求められれば答えが出るという所に赤印を付けよう

結果を確認しよう

- 条件は満たしている?
- 結果が正しいか確認ができるかな

使えるか



$$b^2 = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\frac{63}{125} = \frac{81 + 9 - 36}{2 \cdot 9 \cdot 7}$$

$$11 = \frac{9 \cdot 7}{1 \cdot 6 \cdot 63}$$

三角比・チェックリスト

解決の方針を立ててみよう

- ⑦ どの三角形にどの公式が使えるか (公式から計算すれば求められるところに青で印をつけよう)
- ⑧ これが分かると答えが出る、というところに赤で印をつけよう
- ⑨ どこを求めて、どこを求めれば解決できるか考え、方針を説明しよう (友達に or 自分自身)

各項目は、その単元で使える「一般的な」ヒントになっています。

4人グループで話し合って解決の方針を立てました

すぐ求められる所に青印を付けよう。それで、どこを求めれば解決かな?

プランは?

$\triangle ABC$ は3辺わかっているの? 余弦定理を使って $\angle B$ を出す。
辺 AB, BD (2辺)と中間角わかると、 $\triangle ABD$ で余弦定理を使うことができる。

その日の宿題はチェックリストを使いながら解く問題

(4) プランは? 余弦定理より $\angle CDE$ を求める。

計算しよう! $\sin^2 \angle CDA + \cos^2 \angle CDA = 1$ 求めたい

$\angle B$ を求めるために $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ を使う (7)(12)(8)

個人でも解決の方針が立てられました

Step 3 論理的な記述をする

接続パターン表を使用して記述

接続パターン表とは

数学の解答でよく使われる接続のパターンを書き出して一覧にしたもの。

活動のねらい

生徒同士話し合うことで思考過程を整理し、論理的に記述する

接続パターン表

- ① 図を描く
- ② すぐ分かる値は「〇〇=(数値)である」
- ③ 問題文に出ていない文字でおいたときには「〇〇=(文字)とおく」
- ⑦ 「 $(\triangle ABC)$ に $\times\times$ 定理を使うと」
- ⑧ 「〇〇を求めればよい」と宣言しよう
- ⑨ 「 $\frac{\quad}{\quad}$ より $\frac{\quad}{\quad}$ 」
「 $\frac{\quad}{\quad}$ したがって $\frac{\quad}{\quad}$ 」
「 $\frac{\quad}{\quad}$ よって $\frac{\quad}{\quad}$ 」

活動の様子

宿題であった問題の解決の方針を生徒同士で確認した後、接続パターン表を参考にして記述をしました。

立てた解決の方針を

プランは? 外接円の半径 $R = \frac{E15}{15}$
 $\triangle CDA$ に正弦定理を使う

論理的な文章に

(2) $\cos B = \frac{1}{4}$ である。
 $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$ より、
 $\sin^2 B = 1 - \cos^2 B \dots ①$
①に $\cos B = \frac{1}{4}$ を代入。
 $\sin^2 B = 1 - (\frac{1}{4})^2$
 $\sin^2 B = 1 - \frac{1}{16}$
 $\sin^2 B = \frac{15}{16}$
 $\sin B > 0$ より、 $\sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$
よって、 $\frac{b}{\sin B} = 2R$ より

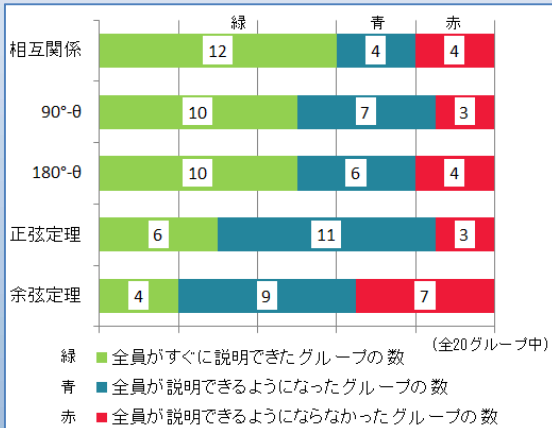
(3) $\angle B + \angle C = 780$ より、
 $\sin D = \sin B$
よって、 $\sin \angle CDA = \frac{\sqrt{15}}{4}$

テストでも思考過程を整理した記述が見られました

まず $\angle B$ の値を求める。 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$
 $5 = 17 + 8^2 - 2 \cdot 17 \cdot 8 \cdot \cos B$
 $25 = 49 + 64 - 112 \cdot \cos B$
 $25 = 113 - 112 \cos B$
 $25 - 113 = -112 \cos B$
 $-88 = -112 \cos B$
 $\cos B = \frac{88}{112} = \frac{11}{14}$
 $\triangle ABM$ から AM の長さを余弦定理を使って求める

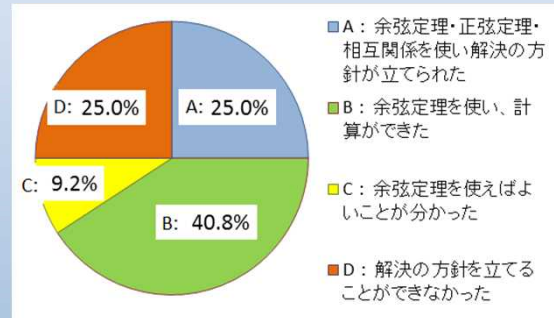
IV 結果と考察

Step 1 公式リングの作成を通して既習事項の確認ができたか



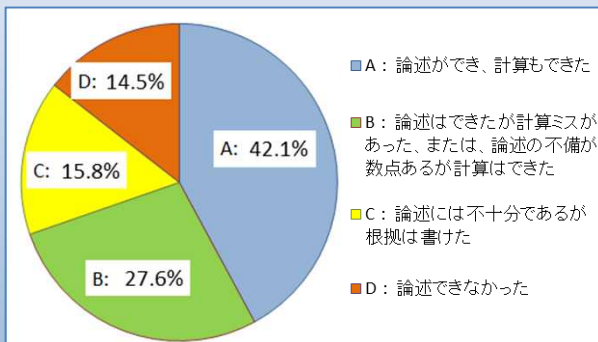
20グループで重要公式5項目、計100項目を書いたところ、(緑)42項目が確認でき、(青)37項目の確認ができました。

Step 2 チェックリストの使用を通して解決の方針が立てられたか

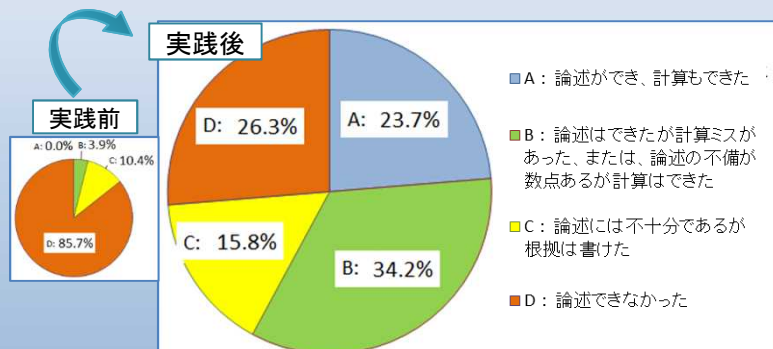


チェックリストを使って解く問題を宿題として出しました。実践前は余弦定理の基本問題の正答率が32.4%でしたが、応用問題の中で余弦定理を使うことができた生徒が評価A・B合わせて65.8%に増えました。

Step 3 接続パターン表の使用を通して論述する能力が高まったか



授業で扱った問題の類題のテストを実施し、評価A・B合わせて69.7%の生徒がおおむね満足な論述ができました。



授業で扱っていない問題でテストを実施しました。実践前は白紙の生徒が多数でしたが、評価A・B合わせて57.9%の生徒がおおむね満足な解答が書けました。

V 成果と課題

成果

論述する能力を高めるための言語活動を通して

- ・ 公式リングで復習すること
- ・ チェックリスト付きの問題を解くこと
- ・ 接続パターン表を使って論述すること

これら3つの活動は有効でした。

また、活動の中で生徒同士で話し合うことで、理解を深めたり、間違った計算方法を修正したりする効果が見られました。

課題

今回、実践授業を行った課題点として、

- ・ 論述の問題は応用問題となるため、実施時期と難易度に配慮すること
- ・ 解くことと論述することを一致させるため、他の単元でも度々これらの指導を行うこと
- ・ より丁寧な論述ができるためには、プリントの添削など継続的な指導の必要性が挙げられます。

引き続き改善していきます。

